COLLECTION MYRIADE

programme 2016

maths

CYCLE 4

4^e

Sous la direction de
Marc Boullis

Marc Boullis
Maxime Cambon
Yannick Danard
Virginie Gallien
Élodie Herrmann
Isabelle Meyer
Yvan Monka
Stéphane Percot

Bordas

avant-propos

Cet ouvrage a été écrit par une équipe de huit enseignants animés par la passion commune de l'enseignement des mathématiques. Nous avons été guidés par l'envie de faire vivre la réforme du collège en donnant du sens aux mathématiques à travers les exercices proposés.

Bien que l'enseignement en cycle 4 soit désormais curriculaire, la lecture des repères de progressivité nous a cependant confortés dans l'idée qu'il était possible de travailler avec des manuels annuels, permettant ainsi aux élèves d'avoir à disposition toutes les ressources nécessaires à leur travail. Nous avons donc pensé une répartition des savoirs sur les trois années du cycle 4 qui respecte les recommandations du programme et offre toutefois la souplesse nécessaire aux enseignants pour organiser leurs cours à leur convenance.

Pour structurer cet ouvrage, nous nous sommes appuyés sur les **repères de progressivité du programme**, les **six compétences de l'activité mathématique** et les **cinq domaines du socle**. Chaque chapitre est structuré par objectifs d'apprentissage, ce qui offre un large panel d'exercices faisant appel, de façon graduée, aux différentes compétences de l'activité mathématique (**chercher**, **modéliser**, **représenter**, **raisonner**, **calculer** et **communiquer**). Cela permettra, notamment, aux enseignants de pouvoir travailler de façon différenciée sur un même objectif d'apprentissage. Plus loin dans le chapitre, les élèves peuvent travailler en utilisant toutes les connaissances du chapitre et aller ainsi vers une meilleure maitrise des cinq domaines du socle.

Les programmes du cycle 4 encouragent à travailler de façon interdisciplinaire et ancrée dans la réalité des élèves. Vous trouverez ainsi un grand nombre de problèmes qui montrent le rôle joué par les mathématiques dans les autres disciplines et dans la vie quotidienne.

Enfin, nous avons porté une attention toute particulière au nouveau thème **Algorithmique et programmation**. Le livret qui se trouve dans ce manuel permet de travailler aussi bien l'algorithmique débranchée, sur papier, que l'algorithmique déjà tournée vers la programmation. Les élèves pourront ainsi travailler sur des exercices rapides de programmation mais aussi sur des projets plus vastes dans lesquels ils seront épaulés, étape par étape.

Nous espérons très sincèrement que cet ouvrage vous aidera dans la conception de vos cours et permettra à vos élèves de progresser, chacun à son rythme, dans l'apprentissage des mathématiques.

Les auteurs

Conformément aux directives des nouveaux programmes de français des cycles 3 et 4, ce manuel applique les **rectifications orthographiques** proposées par le Conseil supérieur de la langue française, approuvées par l'Académie française et publiées au *Journal officiel* de la République française le 6 décembre 1990.

http://academie-francaise.fr/sites/academie-francaise.fr/files/rectifications.pdf

BO spécial n° 11 du 26 novembre 2015 (enseignement du français – extrait)
« L'enseignement de l'orthographe a pour référence les rectifications orthographiques publiées au *Journal officiel* de la République française le 6 décembre 1990. »

 • ISBN 978-2-04-733293-1

COLLECTION MYRIADE

Gérer l'hétérogénéité des classes

- Pour chaque objectif, la possibilité de **différencier** avec :
  – une partie explicative «**Je comprends**» ;
  – des exercices d'application directe «**J'applique**» ;
  – des problèmes faisant intervenir la notion étudiée : «**Je résous des problèmes simples**».
- En fin de chapitre, une partie «**Je résous des problèmes**» permet de travailler tous les objectifs étudiés dans le chapitre.

Donner du sens aux mathématiques

- Des exercices «**Les maths autour de moi**» dans chaque objectif.
- Des exercices interdisciplinaires dans chaque chapitre.
- Des idées d'EPI (Enseignement Pratique Interdisciplinaire) à mener avec les enseignants d'autres disciplines.

Aider les élèves à acquérir le socle commun

- Des exercices différenciés selon les six compétences de l'activité mathématique.
- Des exercices permettant de travailler tous les objectifs d'un chapitre.
- Des tâches complexes, dont certaines en vidéo avec les problèmes DUDU, et des problèmes de synthèse mêlant les connaissances de plusieurs chapitres.

Intégrer de façon naturelle et raisonnée les outils numériques

- Explorer une situation à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de géométrie dynamique à l'aide des fiches logiciel.
- Programmer un algorithme avec le logiciel Scratch.
- Résoudre des problèmes à partir de vidéos avec les problèmes DUDU.

Favoriser l'autonomie des élèves

- Des exercices corrigés pour chaque objectif dans la partie «**Je travaille seul(e)**» que les élèves pourront travailler chez eux ou en «**Aide personnalisée** ».
- Des aides en vidéo, claires et précises, où un professeur explique des méthodes pour chaque objectif d'apprentissage.

Prendre plaisir à faire des mathématiques

- Des jeux mathématiques, un défi et une énigme dans chaque chapitre.
- Des jeux à programmer avec le logiciel Scratch.

sommaire

Programme du cycle 4 • Mathématiques

Extraits du *BO* spécial n° 11 du 26 novembre 2015

La correspondance entre le programme et le manuel est indiquée par CHAPITRE dans les **Repères de progressivité**.

Compétences travaillées

Chercher

- Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances.
- S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- Décomposer un problème en sous-problèmes.

Domaines du socle : 2, 4

Modéliser

- Reconnaitre des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants.
- Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques).
- Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.
- Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple, un modèle aléatoire).

Domaines du socle : 1, 2, 4

Représenter

- Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.
- Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres.
- Représenter des données sous forme d'une série statistique.
- Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple, perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).

Domaines du socle : 1, 5

Raisonner

- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.
- Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.
- Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maitrise de l'argumentation.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Calculer

- Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.
- Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).

Domaine du socle : 4

Communiquer

- Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.
- Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.
- Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

Domaines du socle : 1, 3

Thème A
Nombres et calculs

Attendus de fin de cycle

- ***Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes***
- ***Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers***
- ***Utiliser le calcul littéral***

Connaissances et compétences associées

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

- Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre.

- Nombres décimaux.
- Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé.
- Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales.
- Définition de la racine carrée ; les carrés parfaits entre 1 et 144.
- Les préfixes de *nano* à *giga*.

- Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels.
- Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.
  - Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.
  - Égalité de fractions.
- Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.
- Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient).
- Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.
- Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique.
  - Définition des puissances d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

- Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.
- Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.
  - Division euclidienne (quotient, reste).
  - Multiples et diviseurs.
  - Notion de nombres premiers.

Utiliser le calcul littéral

- Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.
- Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas très simples.
- Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré.
  - Notions de variable, d'inconnue.
- Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.

Repères de progressivité

La maitrise des techniques opératoires et l'acquisition du sens des nombres et des opérations appréhendés au cycle 3 sont consolidées tout au long du cycle 4 CHAPITRE 1.

Les élèves rencontrent dès le début du cycle 4 le nombre relatif qui rend possible toutes les soustractions. Ils généralisent l'addition et la soustraction dans ce nouveau cadre et rencontrent la notion d'opposé. **Puis ils passent au produit et au quotient CHAPITRE 1**, et, quand ces notions ont été bien installées, ils font le lien avec le calcul littéral.

Au cycle 3, les élèves ont rencontré des fractions simples sans leur donner le statut de nombre. Dès le début du cycle 4, les élèves construisent et mobilisent la fraction comme nombre qui rend toutes les divisions possibles. En 5^{e}, les élèves calculent et comparent proportions et fréquences, justifient par un raisonnement l'égalité de deux quotients, reconnaissent un nombre rationnel. **À partir de la 4^{e}, ils sont conduits à additionner, soustraire, multiplier et diviser des quotients, à passer d'une représentation à une autre d'un nombre, à justifier qu'un nombre est ou non l'inverse d'un autre CHAPITRE 2**. Ils n'abordent la notion de fraction irréductible qu'en 3^{e}.

La notion de racine carrée est introduite en lien avec le théorème de Pythagore ou l'agrandissement des surfaces. Les élèves connaissent quelques carrés parfaits, les utilisent pour encadrer des racines par des entiers, et utilisent la calculatrice pour donner une valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif CHAPITRE 9.

Les puissances de 10 d'exposant entier positif sont manipulées dès la 4^{e}, en lien avec les problèmes scientifiques ou technologiques. Les exposants négatifs sont introduits progressivement. Les puissances positives de base quelconque sont envisagées comme raccourci d'un produit CHAPITRE 3.

Dès le début du cycle 4, les élèves comprennent l'intérêt d'utiliser une écriture littérale. Ils apprennent à tester une égalité en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui y figure. **À partir de la 4^{e}, ils rencontrent les notions de variables et d'inconnues, la factorisation, le développement et la réduction d'expressions algébriques CHAPITRE 4. Ils commencent à résoudre, de façon exacte ou approchée, des problèmes du 1er degré à une inconnue, et apprennent à modéliser une situation à l'aide d'une formule, d'une équation ou d'une inéquation CHAPITRE 5**. En 3^{e}, ils résolvent algébriquement équations et inéquations du 1er degré, et mobilisent le calcul littéral pour démontrer. Ils font le lien entre forme algébrique et représentation graphique.

Thème B
Organisation et gestion de données, fonctions

Attendus de fin de cycle

- *Interpréter, représenter et traiter des données*
- *Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités*
- *Résoudre des problèmes de proportionnalité*
- *Comprendre et utiliser la notion de fonction*

Connaissances et compétences associées

Interpréter, représenter et traiter des données

- Recueillir des données, les organiser.

- Lire des données sous forme de données brutes, de tableau, de graphique.
- Calculer des effectifs, des fréquences.
  - Tableaux, représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes).
- Calculer et interpréter des caractéristiques de position ou de dispersion d'une série statistique.
  - Indicateurs : moyenne, médiane, étendue.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

- Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.
- Calculer des probabilités dans des cas simples.
  - Notion de probabilité.
  - Quelques propriétés : la probabilité d'un évènement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'évènements certains, impossibles, incompatibles, contraires.

Résoudre des problèmes de proportionnalité

- Reconnaitre une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.
- Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.
- Résoudre des problèmes de pourcentage.
  - Coefficient de proportionnalité.

Comprendre et utiliser la notion de fonction

- Modéliser des phénomènes continus par une fonction.
- Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions (équations, inéquations).
  - Dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre.
  - Notion de variable mathématique.
  - Notion de fonction, d'antécédent et d'image.
  - Notations $f(x)$ et $x \mapsto f(x)$.
  - Cas particulier d'une fonction linéaire, d'une fonction affine.

Repères de progressivité

Les caractéristiques de position d'une série statistique sont introduites dès le début du cycle. **Les élèves rencontrent des caractéristiques de dispersion à partir de la 4e CHAPITRE 7.**

Les activités autour de la proportionnalité prolongent celles du cycle 3. Au fur et à mesure de l'avancement du cycle, les élèves diversifient les points de vue en utilisant les représentations graphiques et le calcul littéral CHAPITRE 6. En 3e, les élèves sont en mesure de faire le lien entre proportionnalité, fonctions linéaires, théorème de Thalès et homothéties, et peuvent choisir le mode de représentation le mieux adapté à la résolution d'un problème .

En 5e, la rencontre de relations de dépendance entre grandeurs mesurables, ainsi que leurs représentations graphiques, permet d'introduire la notion de fonction CHAPITRE 6 qui est stabilisée en 3e, avec le vocabulaire et les notations correspondantes.

Dès le début et tout au long du cycle 4 sont abordées des questions relatives au hasard, afin d'interroger les représentations initiales des élèves, en partant de situations issues de la vie quotidienne (jeux, achats, structures familiales, informations apportées par les médias, etc.), en suscitant des débats. On introduit et consolide ainsi petit à petit le vocabulaire lié aux notions élémentaires de probabilités (expérience aléatoire, issue, probabilité). **Les élèves calculent des probabilités en s'appuyant sur des conditions de symétrie ou de régularité qui fondent le modèle équiprobable. Une fois ce vocabulaire consolidé, le lien avec les statistiques est mis en œuvre en simulant une expérience aléatoire, par exemple sur un tableur. À partir de la 4e, l'interprétation fréquentiste permet d'approcher une probabilité inconnue et de dépasser ainsi le modèle d'équiprobabilité mis en œuvre en 5e CHAPITRE 7.**

Thème C
Grandeurs et mesures

Attendus de fin de cycle

- ***Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées***
- ***Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques***

Connaissances et compétences associées

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

- Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités.
- Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.
  - Notion de grandeur produit et de grandeur quotient.
  - **Formule donnant le volume d'une pyramide** CHAPITRE 11, d'un cylindre, **d'un cône** CHAPITRE 11 ou d'une boule.

Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques

- Comprendre l'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires, les volumes ou les angles.
  - Notion de dimension et rapport avec les unités de mesure (m, m^2, m^3).

Repères de progressivité

Le travail sur les grandeurs mesurables et les unités de mesure, déjà entamé au cycle 3, est poursuivi tout au long du cycle 4, en prenant appui sur des contextes issus d'autres disciplines ou de la vie quotidienne. Les grandeurs produits et les grandeurs quotients sont introduites dès la 4e CHAPITRE 6. L'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les grandeurs géométriques est travaillé en 3e, en lien avec la proportionnalité, les fonctions linéaires et le théorème de Thalès.

Thème D
Espace et géométrie

Attendus de fin de cycle

- ***Représenter l'espace*** CHAPITRE 11
- ***Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer***

Connaissances et compétences associées

Représenter l'espace

- (Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle ou sur une sphère.
  - Abscisse, ordonnée, altitude.
  - Latitude, longitude.
- Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales.
- Développer sa vision de l'espace.

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

- Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.
- Coder une figure.
- Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.
- Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture.
  - Position relative de deux droites dans le plan.
  - Caractérisation angulaire du parallélisme, angles alternes/internes.
  - Médiatrice d'un segment.
  - Triangle : somme des angles, inégalité triangulaire, cas d'égalité des triangles, triangles semblables, hauteurs, rapports trigonométriques dans le triangle rectangle (sinus, cosinus, tangente).
  - Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales.
  - Théorème de Thalès et réciproque.
  - Théorème de Pythagore et réciproque.

Repères de progressivité

Les problèmes de construction constituent un champ privilégié de l'activité géométrique tout au long du cycle 4. Ces problèmes, diversifiés dans leur nature et la connexion qu'ils entretiennent avec différents champs mathématiques, scientifiques, technologiques ou artistiques, sont abordés avec les instruments de tracé et de mesure. Dans la continuité du cycle 3, les élèves se familiarisent avec les fonctionnalités d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation pour construire des figures.

La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au cycle 3, est poursuivie et enrichie dès le début et tout au long du cycle 4, permettant aux élèves de s'entraîner au raisonnement et de s'initier petit à petit à la démonstration CHAPITRE 10.

Le théorème de Pythagore est introduit dès la 4e, et est réinvesti tout au long du cycle dans des situations variées du plan et de l'espace CHAPITRE 9. Le théorème de Thalès est introduit en 3e, en liaison étroite avec la proportionnalité et l'homothétie, mais aussi les agrandissements et réductions.

La symétrie axiale a été introduite au cycle 3. La symétrie centrale est travaillée dès le début du cycle 4, en liaison avec le parallélogramme. **Les translations, puis les rotations sont introduites en milieu de cycle, en liaison avec l'analyse ou la construction des frises, pavages et rosaces, mais sans définition formalisée en tant qu'applications ponctuelles** CHAPITRE 8. Une fois ces notions consolidées, les homothéties sont amenées en 3e, en lien avec les configurations de Thalès, la proportionnalité, les fonctions linéaires, les rapports d'agrandissement ou de réduction des grandeurs géométriques.

Thème E
Algorithmique et programmation

Attendus de fin de cycle

- ***Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple***

Connaissances et compétences associées

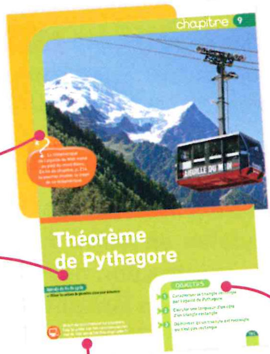
- Décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; reconnaitre des schémas.
- Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.
- Écrire un programme dans lequel des actions sont déclenchées par des évènements extérieurs.
- Programmer des scripts se déroulant en parallèle.
  - Notions d'algorithme et de programme.
  - Notion de variable informatique.
  - Déclenchement d'une action par un évènement, séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.

Repères de progressivité

En 5e, les élèves s'initient à la programmation événementielle. Progressivement, ils développent de nouvelles compétences, en programmant des actions en parallèle, en utilisant la notion de variable informatique, en découvrant les boucles et les instructions conditionnelles qui complètent les structures de contrôle liées aux évènements LIVRET ALGORITHMIQUE.

pour découvrir le manuel

Ouverture



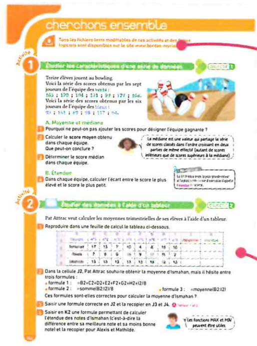
Une situation de la vie quotidienne pour introduire le chapitre, en relation avec la tâche complexe en fin de chapitre.

Les attendus de fin de cycle.

Des exercices interactifs autocorrectifs, sur le site compagnon, pour faire le point sur certaines connaissances avant d'aborder le chapitre.

Les objectifs qui annoncent le découpage du chapitre.

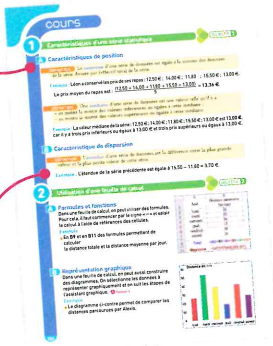
Cherchons ensemble



Tous les fichiers texte des activités, téléchargeables sur le site.

Des activités courtes et attrayantes pour découvrir les nouvelles notions propres à chaque objectif.

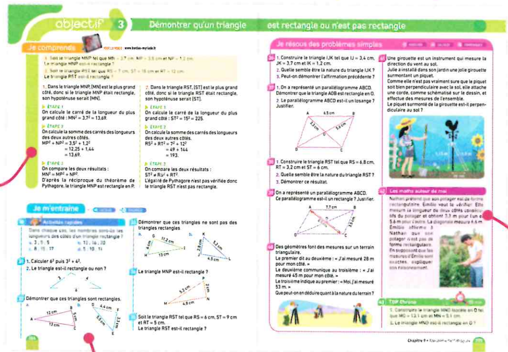
Cours



Un cours structuré selon les objectifs du chapitre.

Des exemples pour illustrer les propriétés et les définitions.

Méthode et exercices par objectif

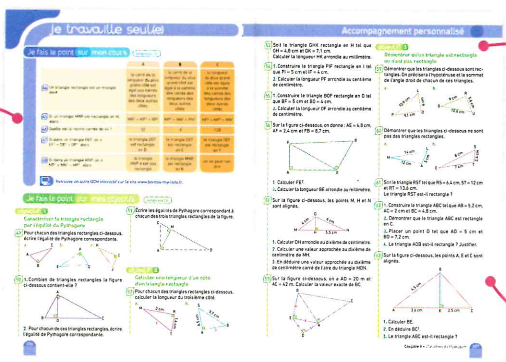


Je comprends explique étape par étape une méthode aux élèves.
À chaque objectif, une vidéo où un des auteurs explique cette méthode sur d'autres exemples.

Je m'entraîne propose des exercices d'application directe.

Je résous des problèmes simples pour utiliser ses connaissances sur des problèmes et des exercices contextualisés : Les maths autour de moi.

Je travaille seul(e)



Un QCM pour faire le point sur le cours, comportant une seule réponse exacte.

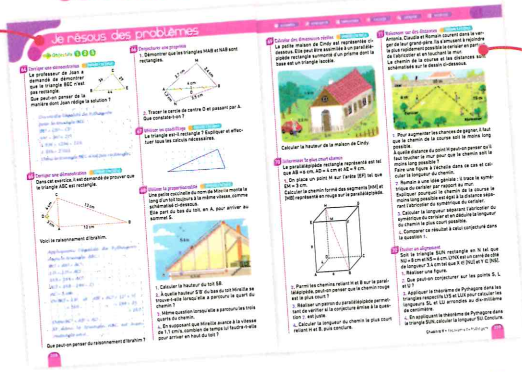
Des exercices proposés par objectif.

Des exercices corrigés à la fin du livre pour apprendre à travailler seul(e) ou en accompagnement personnalisé.

MYRIADE 4e

Je résous des problèmes

Des **problèmes** faisant appel à tous les objectifs du chapitre et aux **six compétences de l'activité mathématique**.

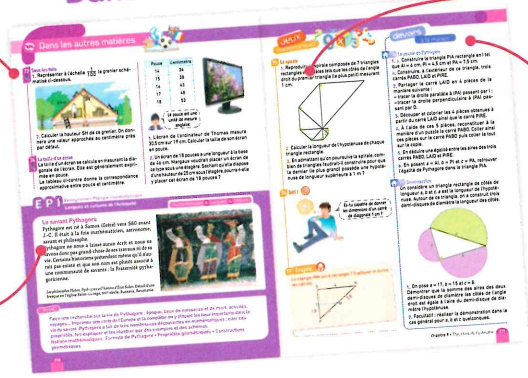


Des **problèmes** en relation avec les **cinq domaines du socle**.

Dans les autres matières

Des **problèmes interdisciplinaires**.

Des idées d'**EPI**



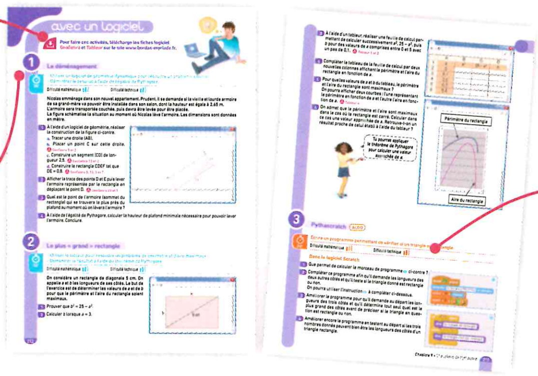
Des **jeux mathématiques** pour explorer le côté ludique des mathématiques.

Des **devoirs** à faire en temps non limité pour travailler les notions du chapitre.

Avec un logiciel

Des fiches **GeoGebra** et **Tableur** à télécharger sur le site pour **travailler en autonomie.**

Des activités adaptées à **l'usage du numérique en classe**.



Une activité utilisant le **logiciel Scratch** pour pratiquer l'**algorithmique** et la **programmation.**

Tâches complexes

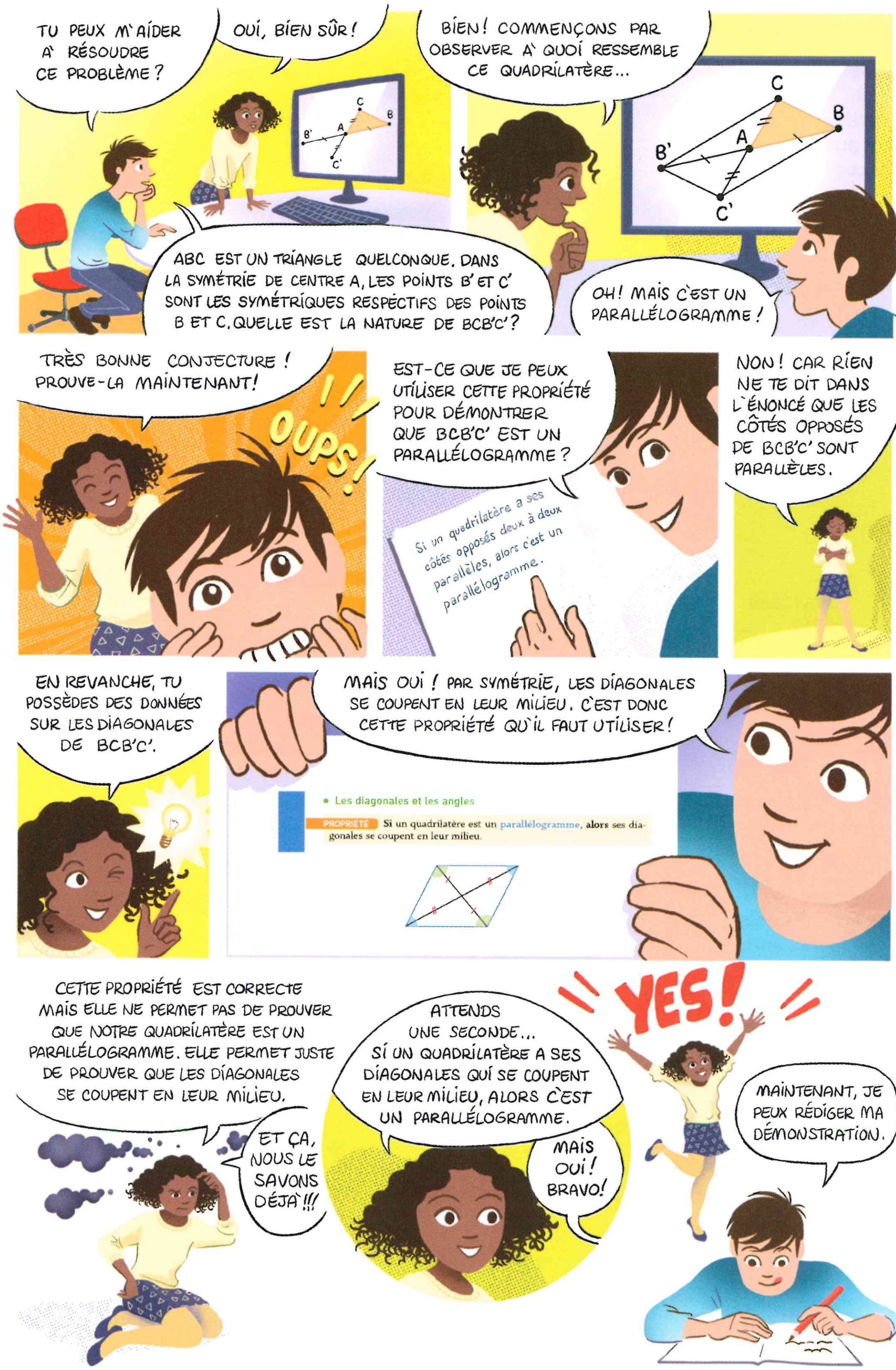
Une **tâche complexe** liée à une situation du quotidien et en relation avec l'ouverture du chapitre.

Des **problèmes DUDU** posés à partir d'une **vidéo**.

Les pictos du manuel

- Utilisation de la calculatrice
- Utilisation d'un logiciel
- Téléchargement d'un fichier texte
- Téléchargement d'une fiche logiciel
- Vidéo « Je comprends» sur le site www.bordas-myriade.fr
- Vidéo des problèmes DUDU sur le site www.bordas-myriade.fr

Apprendre à démontrer



1. Choisir la bonne propriété

TRAVAIL EN GROUPE

Objectif : *À partir de la condition et de la conclusion de propriétés, choisir celle que l'on peut utiliser dans différentes situations.*

Contexte : *Peut se faire en groupe de 2 ou 3 élèves.*

1 Comprendre

1. Parmi les propriétés de la liste A ci-dessous :

a. recopier celles dont la conclusion porte sur une égalité de longueur ;

b. recopier celles dont la condition porte sur la médiatrice d'un segment.

Liste A

- Si un point se trouve à égale distance de deux points, alors il appartient à la médiatrice du segment d'extrémités ces deux points.
- Si un triangle est isocèle, alors il possède deux côtés de même longueur.
- Si un point se trouve sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
- Si deux points sont symétriques par rapport à une droite, alors cette droite est la médiatrice du segment d'extrémité ces deux points.
- Si une droite est la médiatrice d'un segment, alors les extrémités du segment sont symétriques par rapport à cette droite.

2. On considère un segment [AB] et la droite (d) médiatrice du segment [AB].
Le point M est un point de la droite (d).

a. Réaliser une figure.

b. Déduire des questions 1.a et 1.b la propriété de la liste A qui pourrait permettre de démontrer que le triangle MAB est isocèle en M.

2 Appliquer

1. Parmi les propriétés de la liste B ci-dessous, recopier celles qui pourraient permettre de démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

2. Parmi les propriétés de la liste B, recopier celle(s) dont la condition porte sur un parallélogramme.

Liste B

- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.
- Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.
- Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires et de même longueur.

3. Quelle propriété de la liste B pourrait permettre de prouver que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ?

3 Aller plus loin

Pour chacun des énoncés suivants, faire une figure et recopier une propriété parmi celles des listes A ou B qui pourrait être utilisée pour effectuer la démonstration demandée.

Énoncé 1 : MNPR est un parallélogramme de centre O. Démontrer que MO = PO.

Énoncé 2 : ABCD est un losange de centre O. Démontrer que le point A appartient à la médiatrice de [BD].

2. Rédiger une démonstration

TRAVAIL EN GROUPE

Objectifs : – *Étudier des chainons déductifs dans des démonstrations rédigées.*
– *Mettre en œuvre une démarche de recherche pour rédiger des démonstrations.*

Contexte : *Peut se faire en groupe de 2 ou 3 élèves.*

1 Comprendre

1. Lire attentivement la démonstration rédigée ci-dessous :

On sait que O' est le symétrique de O par rapport à I donc I est le milieu de [OO'].
On sait également que I est le milieu de [AB].
Ainsi les diagonales du quadrilatère AOBO' se coupent en leur milieu.

«Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme. »
AOBO' est donc un parallélogramme.

On vient de prouver que AOBO' est un parallélogramme et on sait aussi que les droites (OA) et (OB) sont perpendiculaires. On en déduit que les côtés [OA] et [OB] du parallélogramme AOBO' sont perpendiculaires.

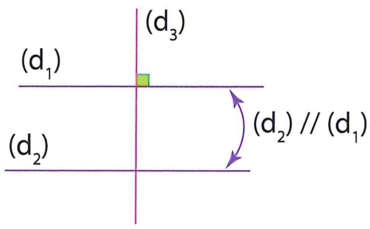
« Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires, alors c'est un rectangle. »

AOBO' est donc un rectangle.

2. Que prouve cette démonstration ?
3. Réaliser une figure en codant les données en vert.
4. Recopier les propriétés utilisées dans cette démonstration.

2 Appliquer

À partir de la figure ci-contre, Julie a rédigé une démonstration, qui n'est pas correcte.
Expliquer clairement les erreurs commises et corriger la démonstration pour qu'elle soit juste.



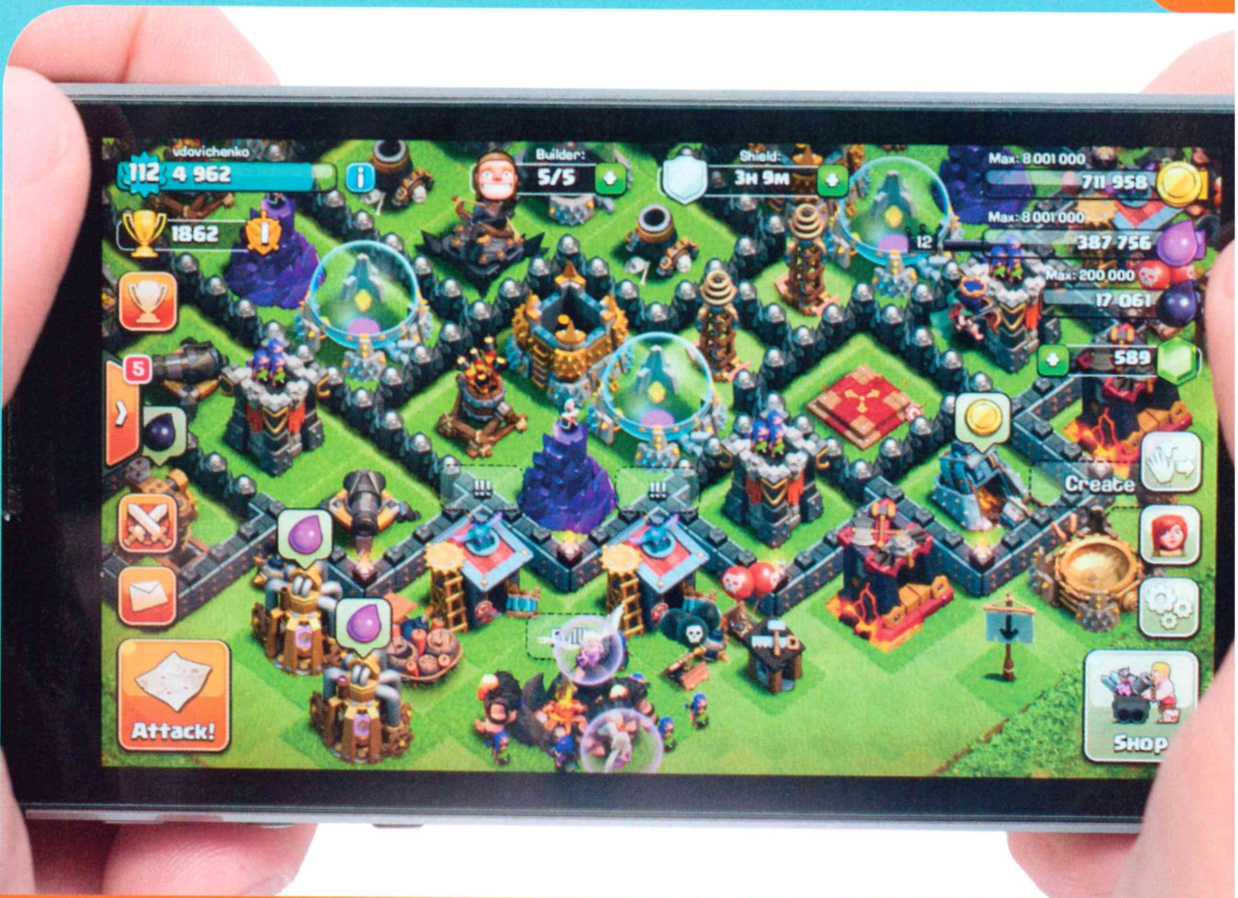
On sait que les droites (d_1) et (d_3) sont perpendiculaires.
«Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles. »
On en déduit que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

3 Aller plus loin

Énoncer la conjecture demandée et rédiger la démonstration de cette conjecture.

Énoncé : ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de diamètre [AB]. On place un point quelconque M sur le cercle. Construire le symétrique M' du point M par rapport à O.
Énoncer, puis démontrer une conjecture concernant le quadrilatère AMBM'.

Livret



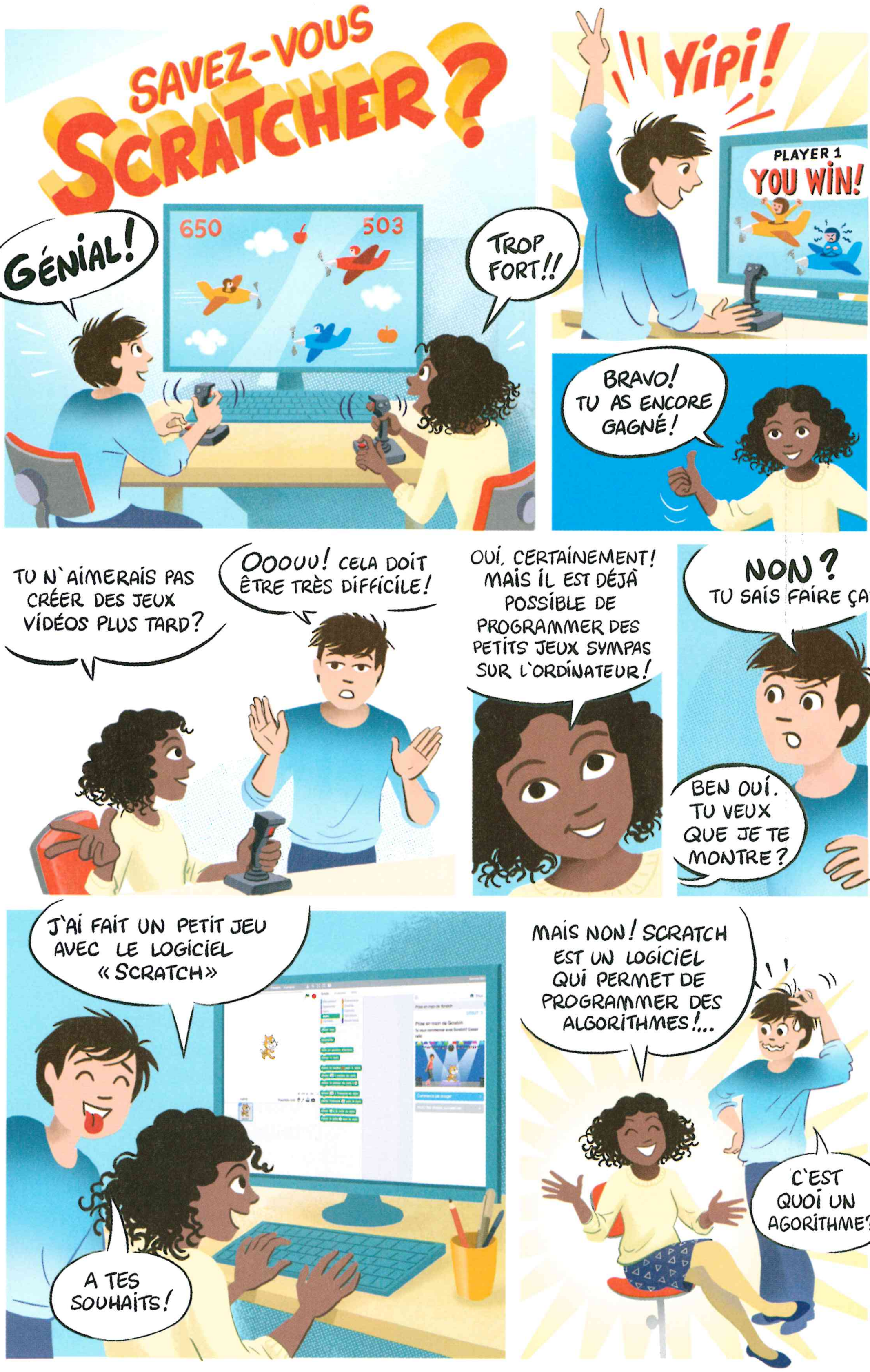
Algorithmique et programmation

Séquences
1. Instructions et algorithme
2. Utilisation des variables
3. Utilisation des boucles
4. Utilisation des instructions conditionnelles
5. Utilisation d'un bloc d'instructions

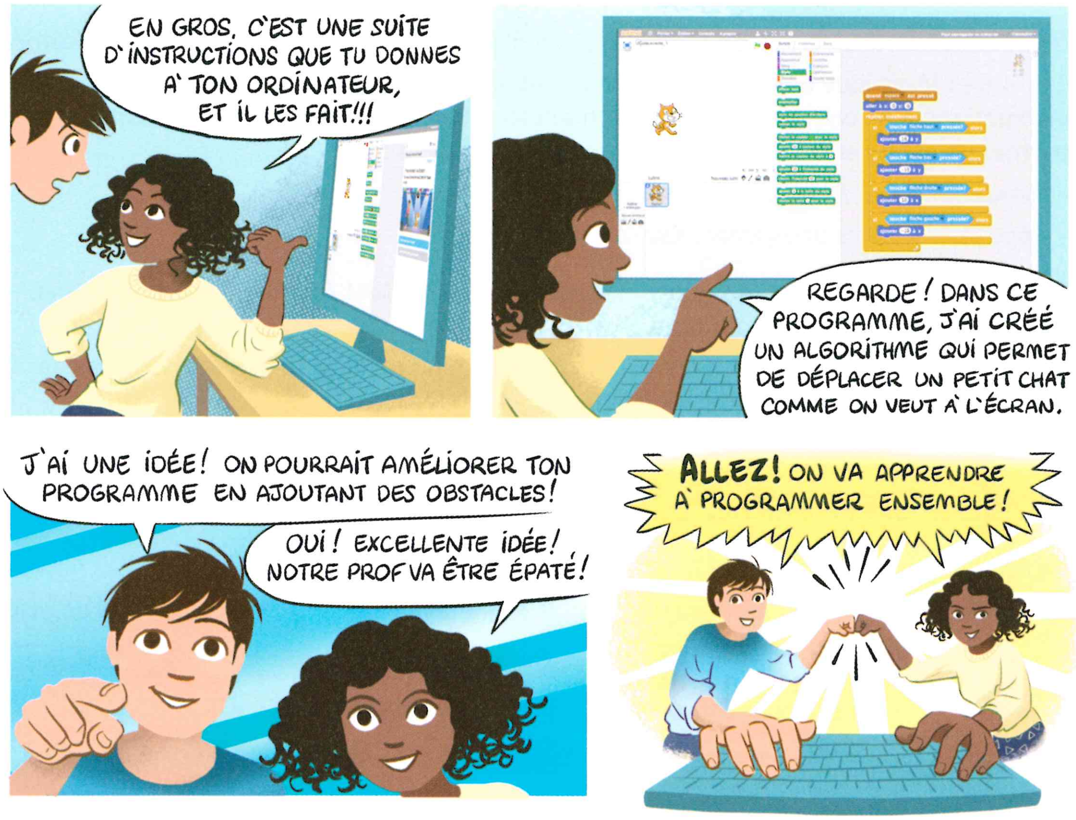
Projets
1. Jeu de Nim
2. Conjuguer un verbe du premier groupe
3. Promenade aléatoire
4. Le perroquet volant
5. Un jeu sérieux : le plus grand produit

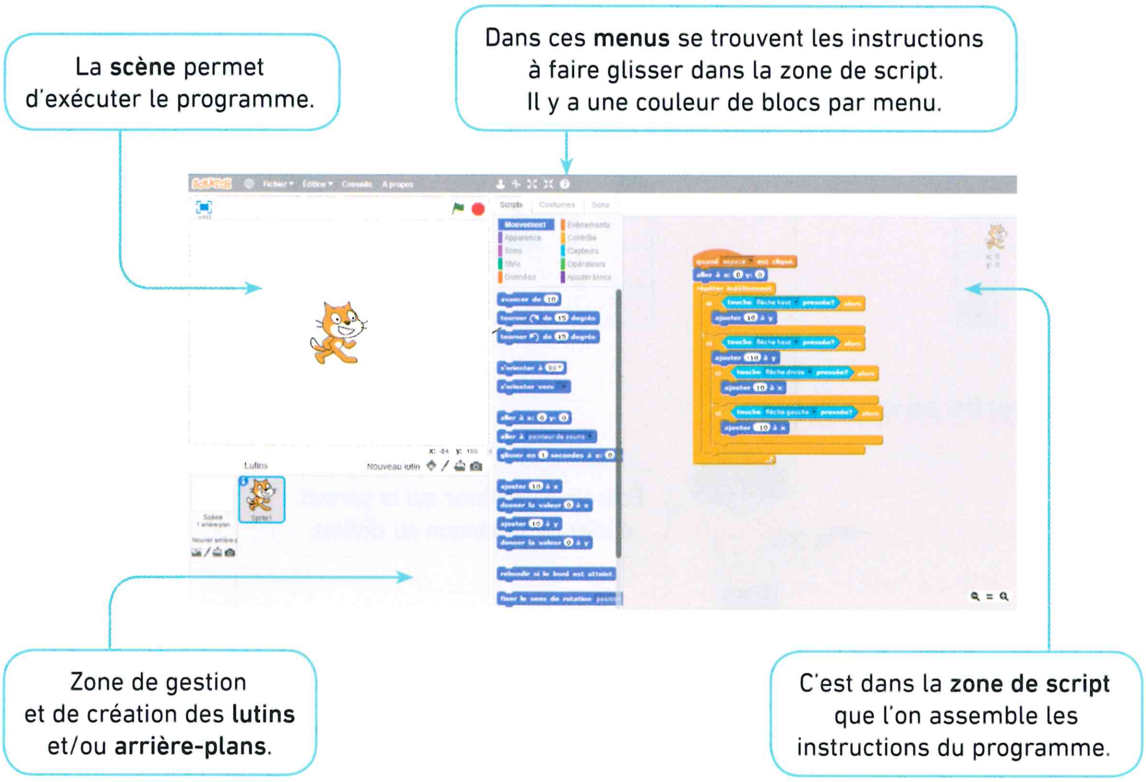
Attendu de fin de cycle

- Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple



SAVEZ-VOUS SCRATCHER ?
650
503
GÉNIAL !
TROP FORT !!
YIPI !
PLAYER 1
YOU WIN!
BRAVO ! TU AS ENCORE GAGNÉ !
TU N'AIMERAIS PAS CRÉER DES JEUX VIDÉOS PLUS TARD ?
OOOUU ! CELA DOIT ÊTRE TRÈS DIFFICILE !
OUI, CERTAINEMENT ! MAIS IL EST DÉJÀ POSSIBLE DE PROGRAMMER DES PETITS JEUX SYMPAS SUR L'ORDINATEUR !
NON ? TU SAIS FAIRE ÇA ?
BEN OUI. TU VEUX QUE JE TE MONTRE ?
J'AI FAIT UN PETIT JEU AVEC LE LOGICIEL « SCRATCH »
A TES SOUHAITS !
MAIS NON ! SCRATCH EST UN LOGICIEL QUI PERMET DE PROGRAMMER DES ALGORITHMES !...
C'EST QUOI UN AGORITHME ?


EN GROS, C'EST UNE SUITE D'INSTRUCTIONS QUE TU DONNES À TON ORDINATEUR, ET IL LES FAIT !!!
REGARDE ! DANS CE PROGRAMME, J'AI CRÉÉ UN ALGORITHME QUI PERMET DE DÉPLACER UN PETIT CHAT COMME ON VEUT À L'ÉCRAN.
J'AI UNE IDÉE ! ON POURRAIT AMÉLIORER TON PROGRAMME EN AJOUTANT DES OBSTACLES !
OUI ! EXCELLENTE IDÉE ! NOTRE PROF VA ÊTRE ÉPATÉ !
ALLEZ ! ON VA APPRENDRE À PROGRAMMER ENSEMBLE !


La **scène** permet d'exécuter le programme.
Dans ces **menus** se trouvent les instructions à faire glisser dans la zone de script. Il y a une couleur de blocs par menu.
Zone de gestion et de création des **lutins** et/ou **arrière-plans**.
C'est dans la **zone de script** que l'on assemble les instructions du programme.

Séquence 1

Instructions et algorithme

- Une **séquence d'instructions** est une suite d'actions à exécuter dans un ordre donné.

  Exemple : Marc joue à un célèbre jeu de football sur console. Il communique des **instructions** aux joueurs à l'aide d'une manette. Voici la **séquence** d'instructions qui permet de célébrer un but en faisant des saltos arrière :

  – *Maintenir la touche* R2.

  – *Appuyer deux fois brièvement sur la touche* ▢.

- Un **algorithme** est une suite finie d'instructions permettant de résoudre un problème.

  Exemple : Une recette de cuisine est un algorithme.
  En effet, on dispose d'ingrédients au départ, on applique les instructions données par la recette et on obtient le plat désiré à la fin.

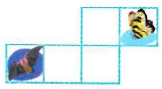
1 Une journée de travail Niveau 1

Écris un algorithme d'organisation d'une journée au collège en remettant les instructions suivantes dans le bon ordre..

Prendre un goûter | Suivre les cours du matin | Faire ses devoirs | Se lever | Aller au collège | Prendre le petit-déjeuner | Rentrer à la maison | Déjeuner | Suivre les cours de l'après-midi

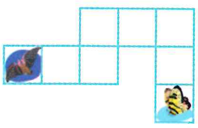
2 La chauve-souris Niveau 2

Ici, pour que Bat la chauve-souris puisse atteindre son repas le papillon, elle doit suivre la séquence d'instructions suivante : ▶ ▶ ▲ ▶

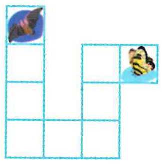


Dans chacun des cas ci-dessous, écrire des algorithmes permettant à Bat de retrouver le papillon à l'aide des quatre instructions : ◀ ▶ ▲ ▼

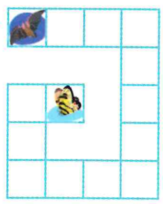
1.



2.



3.



3 Une sortie au cinéma Niveau 3

Écris un algorithme qui te permet d'aller de ta maison au cinéma.

- On peut programmer les algorithmes avec un logiciel dédié comme le logiciel **Scratch**. Ce logiciel, avec lequel nous allons apprendre à travailler toute l'année, est téléchargeable et utilisable gratuitement : http://scratch.mit.edu/.
- Le principe de base de Scratch est de faire exécuter des instructions à des objets, que l'on nomme « lutins », par défaut ce lutin est un chat .

  Ce principe très simple va nous permettre de faire énormément de choses.

Exemple

Ce programme permet de faire tracer au lutin la figure ci-dessous à chaque fois que l'utilisateur appuie sur

Entre ce programme dans Scratch et exécute-le afin de vérifier qu'il produit bien le résultat attendu.

4 Jouons à chat caché ! Niveau 1

1. Programmer un algorithme permettant de tracer un rectangle de longueur 100 et de largeur 80, puis enregistrer ce programme.
2. Modifier le programme en faisant dire au chat : « Je vais tracer un rectangle... » avant qu'il ne commence.

   Aide Utiliser l'instruction `dire Hello! pendant 2 secondes`
3. Améliorer le programme en masquant le chat une fois que le rectangle est tracé.

   Aide Ne pas oublier de faire apparaitre le chat au début du programme, pour cela utiliser les instructions `cacher` et `montrer`
4. Améliorer le programme en traçant chaque côté du rectangle d'une couleur différente.

   Aide Utiliser l'instruction `choisir la couleur pour le stylo` ou `mettre la couleur du stylo à 0`

5 Traits et croix Niveau 2

1. Programmer un algorithme permettant de dessiner un symbole d'égalité comme celui-ci-contre et enregistrer ce programme.

   Aide Pour que le lutin démarre toujours au même endroit, il est utile d'utiliser l'instruction `aller à x: 0 y: 0`.
   On pourra également utiliser l'instruction `choisir la taille 1 pour le stylo`

2. Programmer un algorithme permettant de dessiner un signe de multiplication et enregistrer ce nouveau programme.
3. Modifier ces deux programmes en faisant en sorte que chaque élément ait une couleur différente.

Séquence 2

Utilisation des variables

Une **variable** est une boite dans laquelle on stocke une information pour l'utiliser plus tard. On désigne une variable par un nom.

Exemple : Le score d'un joueur est une variable qui pourra évoluer tout au long du jeu, une nouvelle valeur efface la précédente.

score joueur 1 | 0

6 Impair et passe Niveau 1

Ce jeu se joue à deux : un joueur A et un joueur B.

Règle du jeu : chaque joueur devra gérer une variable donnant son score ainsi que le nombre de tours effectués. Les papiers ci-dessous ont été recopiés, mélangés et posés, à l'envers, entre les deux joueurs.

Ton score prend la valeur de ton score plus la valeur du dé	Ton score prend la valeur de ton score plus la valeur cachée du dé
Ton score prend la valeur de celui de ton adversaire	Ton score prend la valeur de ton score plus le score de ton adversaire
Échange ton score avec ton adversaire !	Ton score prend la valeur de ton score moins le score de ton adversaire
Ton score prend la valeur de ton score multiplié par 2	Ton score prend la valeur de ton score multiplié par lui-même
Ton score prend la valeur de ton score moins 3	Ton score prend la valeur de ton score moins la valeur du dé

Les joueurs lancent un dé à tour de rôle : si le résultat du dé est pair, c'est le joueur A qui pioche ; s'il est impair, le joueur B pioche.
Le joueur qui a pioché doit alors effectuer l'action indiquée sur le papier et remettre le papier dans la pioche.
Le gagnant est celui qui a le plus de points au bout de 10 lancers de dé par joueur.

Joue à ce jeu avec des camarades de la classe.
Une fois la partie terminée, réponds aux questions ci-dessous.

1. Dans ce jeu, il y a plusieurs **variables** :
– une variable qui contient le nombre de tours effectués. On peut donner à cette variable le nom « TOURS » ;
– une variable par joueur qui contient son nombre de points.
Combien de variables ont été utilisées dans cette partie ?

2. a. Quel papier correspond à l'instruction suivante : `mettre joueur B à (joueur B * 2)` ?
b. Quelles valeurs le lancer de dé a-t-il pu donner si on utilise cette instruction ?

3. a. Quel papier correspond à l'instruction suivante : `mettre joueur A à (joueur A * joueur B)` ?
b. Quelles valeurs le lancer de dé a-t-il pu donner si on utilise cette instruction ?

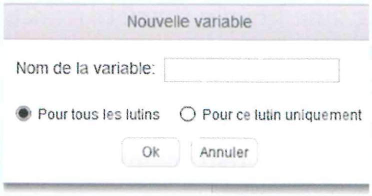
4. Pour chaque étiquette, traduire de la même façon avec les variables **joueurA** et **joueurB** les actions à effectuer.

Dans le cahier (algorithmique débranchée)

Utilisation des variables

- Avec le logiciel Scratch, on peut créer des variables à partir du menu **Données**.

On commence par choisir le nom de ces variables.



Il est pratique de choisir un nom ayant une signification

côté

- Dès que la variable est créée, plusieurs actions se découvrent.

Exemple

Ce programme permet de calculer le périmètre et l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont données par l'utilisateur.

Entre ce programme dans Scratch et exécute-le afin de vérifier qu'il produit bien le résultat attendu.

7 Le compte à rebours Niveau 1

1. Créer une variable « COMPTE A REBOURS » et faire un programme qui fasse diminuer de 1 cette variable chaque seconde à partir de 5. Enregistrer ce programme.

Aide

Un clic droit sur un élément du programme permet de **dupliquer** tous les éléments situés au-dessous de cet élément.

2. Modifier le programme en faisant dire au chat chacun des chiffres du décompte au fur et à mesure : 5 4 3 2 1
3. Améliorer le programme en faisant dire au chat : « C'est fini » à la fin du décompte.

8 Calculs sur le pavé droit Niveau 2

1. Nous allons créer un programme qui demande les dimensions d'un pavé droit et qui en calcule le volume et la surface totale. Pour cela, créer cinq variables « LARGEUR », « LONGUEUR », « HAUTEUR », « VOLUME » et « SURFACE ». Enregistrer ce programme.
2. Demander à l'utilisateur de saisir la largeur de la base du pavé droit et stocker cette valeur dans la variable « LARGEUR ».
   De même, demander et stocker la longueur de la base et la hauteur du pavé droit.
3. Calculer le volume du pavé droit et stocker cette valeur dans la variable « VOLUME ».
4. Calculer la surface totale du pavé droit et stocker cette valeur dans la variable « SURFACE ».
5. Faire dire au chat successivement le volume et la surface du pavé droit.

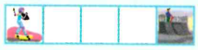
Séquence 3

Dans le cahier (algorithmique débranchée)

Utilisation des boucles

Dans un algorithme, une **boucle** consiste à faire répéter un certain nombre de fois (connu à l'avance ou non) une même séquence d'instructions. Il existe principalement deux types de boucles : la boucle « Répéter x fois » et la boucle « Répéter Jusqu'à ».

Exemple : Pour aider Julie à rejoindre le skate park, on peut lui donner comme instructions ▶ ▶ ▶ ▶.



On peut aussi utiliser des boucles :

« Répéter 4 fois ▶ »

On utilise la boucle « Répéter x fois » quand on sait déjà combien de fois on doit faire répéter les instructions.

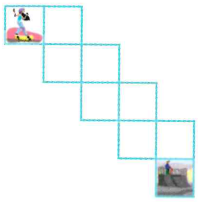
« Répéter ▶ jusqu'à "*Le skate parc est atteint*" »

On utilise la boucle « Répéter jusqu'à » quand on ne sait pas combien de fois on doit répéter les instructions mais quand on sait à quel moment on doit s'arrêter.

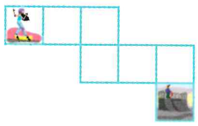
9 Comme sur des roulettes Niveau 1

Dans chacun des cas ci-dessous, écrire des algorithmes permettant à Julie d'atteindre le skate parc à l'aide des quatre instructions ◀ ▶ ▲ ▼ et en utilisant une boucle.

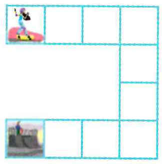
1.



2.



3.



10 Un décompte, ça compte ! Niveau 2

En prenant comme nombre de départ 141 000, on enlève 2, puis 4, puis 6, et ainsi de suite en enlevant successivement le nombre pair suivant.

1. Écrire un algorithme permettant de trouver le nombre restant une fois que l'on aura enlevé tous les entiers pairs de 2 à 100.
2. Écrire un autre algorithme effectuant ces calculs et s'arrêtant dès que 0 est atteint ou dépassé.

Aide
On pourra utiliser une variable initialisée au nombre de départ et une autre variable pour les nombres pairs enlevés.

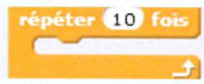
11 Le 4 × 100 m Niveau 2

Le 4 × 100 m est une course qui se dispute sur piste en athlétisme. Le premier des quatre athlètes d'une équipe parcourt 100 m et donne un témoin à l'athlète suivant qui continue la course et ainsi de suite.
À l'aide de boucles, écrire un algorithme décrivant le parcours effectué par les coureurs en utilisant les instructions : « **courir ... mètres** », « **donner le témoin** », « **franchir la ligne d'arrivée** ».

Utilisation des boucles

Les différents types de **boucles** de Scratch sont dans le menu Contrôle .

• On peut indiquer le nombre de répétitions souhaitées : ce nombre peut être une variable.

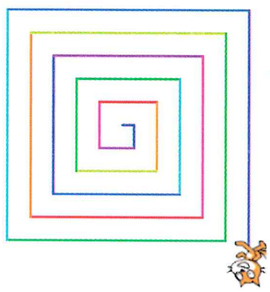


• La répétition est ici effectuée jusqu'à ce qu'un test soit validé. Ces tests sont dans le menu Opérateurs. Par exemple : (<), (=) ou encore (>)

• Cette boucle est souvent utilisée quand on attend une réponse au clavier. Cela nécessitera généralement l'usage d'une instruction conditionnelle.

Exemple

Ce programme permet de tracer cette jolie spirale colorée quand l'utilisateur appuiera sur la barre espace.

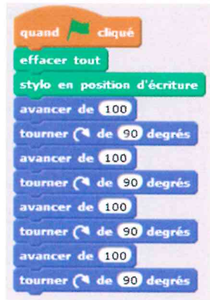


Entre ce programme dans Scratch et exécute-le afin de vérifier qu'il produit bien le résultat attendu.

12 Réduction sur les boucles ! Niveau 1

1. a. Reprendre le programme ci-contre en le simplifiant à l'aide d'une boucle afin de construire le carré, puis enregistrer ce programme.
b. Faire évoluer le programme précédent afin d'obtenir un rectangle de 120 sur 80.
c. Écrire un algorithme contenant une boucle et permettant de tracer un losange.

2. Écrire un algorithme contenant une boucle et permettant de tracer un décagone régulier (polygone à 10 côtés égaux).



13 Un calcul vigésimal Niveau 2

1. Programmer un compte à rebours qui démarre à 100 et qui va jusqu'à 0, de sorte que le lutin sélectionné annonce les nombres au fur et à mesure.

> **Aide**
> Utiliser l'instruction dire Hello! pendant 2 secondes pour voir le décompte défiler.
> On peut temporiser avec des nombres de secondes non entiers comme 0,2 par exemple.

2. Améliorer le programme en faisant un décompte de 20 en 20 allant de 1 000 à 0.

3. Modifier le programme pour que le lutin dise : « Partez ! » à la fin du décompte.

Séquence 4

Utilisation des instructions conditionnelles

Une **instruction conditionnelle** est de la forme :

Si « Condition »

Alors « Instruction(s) »

Dans ce cas, si la « Condition » est réalisée, alors les « Instruction(s) » seront effectuées.

Exemple

Si le soleil brille cet après-midi, **alors** j'irai à la piscine.

ou

Si « Condition »

Alors « Instruction(s) 1 »

Sinon « Instruction(s) 2 »

Dans ce cas, si la « Condition » est réalisée, alors les « Instruction(s) 1» seront effectuées, sinon ce sont les « Instruction(s) 2 » qui seront effectuées.

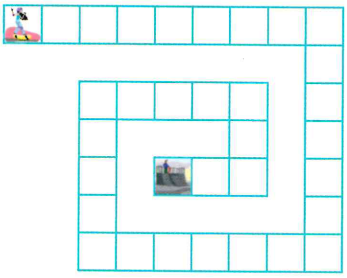
Exemple

Si le soleil brille cet après-midi, **alors** j'irai à la piscine, **sinon** j'irai au cinéma.

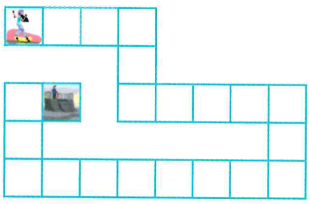
14 À condition d'y arriver ! Niveau 1

Écrire une ligne d'algorithme permettant à Julie d'atteindre le skate park :
– en utilisant une instruction conditionnelle de type « **Si** ... **Alors** ... »
– en utilisant une instruction conditionnelle de type « **Si** ... **Alors** ... **Sinon**... »

1.



2.



Aide
On peut avoir une structure du type
Si ... alors ... (Si ... alors ...sinon...)

15 Pas si mal ce décimal ! Niveau 2

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre entier.
- Si ce nombre se termine par 0, on le divise par 10.
- Si ce nombre ne se termine pas par 0, on le multiplie par 5 et on ajoute 5.

On obtient alors un nouveau nombre.

Réécris ce programme en utilisant une instruction conditionnelle de type « Si … Alors … Sinon. »

Utilisation des instructions conditionnelles

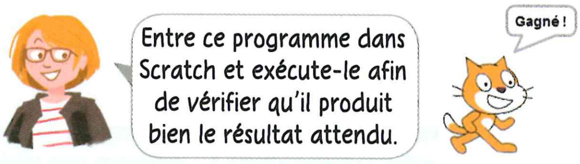
Les différents types d'instructions conditionnelles de Scratch sont dans le menu Contrôle.

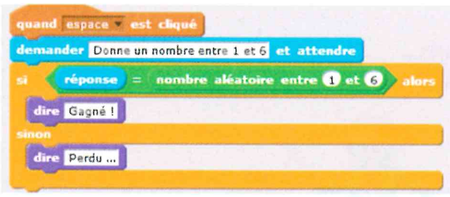
et

Les conditions sont à construire à partir des éléments du menu Opérateurs comme [ ] < [ ], [ ] = [ ] ou [ ] > [ ].

Exemple

Ce programme compare un nombre choisi par l'utilisateur à un nombre choisi au hasard.





16 Le calendrier Niveau 1

La variable actuel jour de la semaine donne le jour de la semaine sous forme de nombre : 1 correspond à dimanche, 2 à lundi, etc.
Écrire un programme qui fasse dire au lutin le bon jour de la semaine en toutes lettres: « Aujourd'hui nous sommes .... » .

17 Déplacements au clavier Niveau 2

1. Programmer un algorithme faisant déplacer le lutin de 10 pas vers la droite, vers la gauche, vers le haut ou vers le bas à l'aide des flèches du clavier.

> **Aide**
> Utiliser l'instruction touche espace pressée? ainsi que la boucle *Répéter indéfiniment.*

2. Améliorer le programme pour que le lutin dise qu'il ne peut plus avancer lorsque son abscisse x est plus petite que -240 ou plus grande que 240.
De même lorsque son ordonnée y devient plus petite que -180 ou plus grande que 180.

> **Aide**
> Utiliser les variables abscisse x et ordonnée y et les opérateurs [ ] < [ ] et [ ] > [ ].

18 Cachez ce nombre ! Niveau 3

1. Programmer un algorithme qui choisit un nombre entier au hasard entre 1 et 1 000 et qui le stocke dans une variable « NOMBRE » que l'on cachera.
2. Le programme doit ensuite demander à l'utilisateur de proposer un nombre.
– Si le nombre proposé est égal au nombre à trouver, le lutin doit dire : « Bravo ! Il fallait trouver... » et le programme s'arrête.
– Si en revanche le nombre proposé est plus petit que le nombre à trouver, le lutin doit dire « Trop petit », et s'il est trop grand, le lutin doit dire « Trop grand », puis redemander à nouveau un nombre au joueur.

> **Aide**
> L'instruction stop tout pourra alors être utile.

Séquence 5

Utilisation d'un bloc d'instructions

Un **bloc d'instructions** peut parfois être remplacé par un seul intitulé.

Exemple

L'envoi d'un courriel par messagerie est constitué de plusieurs actions simples, intégrées dans un même bloc nommé « Envoi d'un courriel ».

Envoi d'un courriel
• Ouvrir sa messagerie • {écrire à l'aide des touches du clavier de l'ordinateur • Choisir la ligne destinataire marquée « à » ou « pour » • Ecrire l'adresse du destinataire • Cliquer sur « envoyer »

19 Travaux ménagers Niveau 1

En utilisant les instructions suivantes, écris deux groupements : l'un correspondant à « mettre la table pour une personne » et l'autre correspondant à « préparer une lessive ».

Mettre un verre

Mettre le linge dans le tambour

Préparer un pichet d'eau

Mettre les couverts

Mettre la lessive

Poser une assiette sur la table

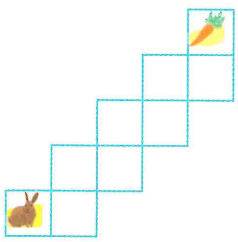
Mettre un adoucisseur si besoin

Choisir le programme de lavage

20 Le repas du lapin Niveau 2

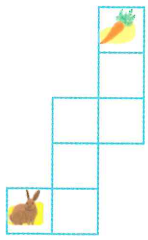
Dans chacun des cas ci-dessous, écrire le groupement d'instructions (GI) permettant au lapin de retrouver sa carotte à l'aide des quatre instructions ◀ ▶ ▲ ▼

1.



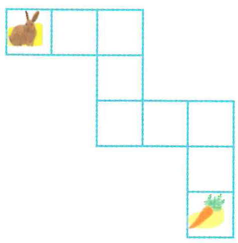
Répéter 4 fois
{Groupement
d'instructions GI1
Fin

2.



Répéter 2 fois
{Groupement
d'instructions GI2
Fin

3.



Répéter 2 fois
{Groupement
d'instructions GI3
Fin

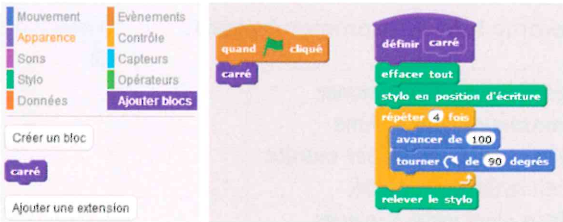
Utiliser un bloc d'instructions ici permet d'éviter d'avoir à mettre une boucle dans une boucle.

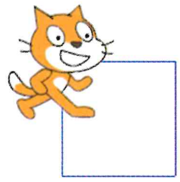
Utilisation d'un bloc d'instructions

Un bloc permet de mémoriser un petit algorithme intervenant dans un algorithme plus élaboré, éventuellement plusieurs fois, ce qui facilite également la compréhension de l'algorithme principal.
On peut créer des blocs à partir du menu **Ajouter blocs**.
Lorsqu'il est créé, le bloc est utilisable comme les autres éléments.

Exemple

Le bloc **carré** permet de tracer, à chaque fois qu'il est appelé, un carré de côté 100 à l'endroit où se trouve le lutin.

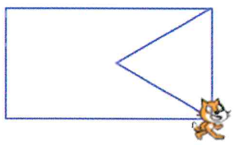


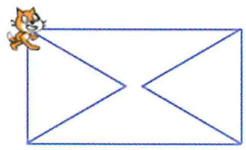


Entre ce programme dans Scratch et exécute-le afin de vérifier qu'il produit bien le résultat attendu.

21 Géométries d'une enveloppe Niveau 1

1. Écrire un algorithme définissant un bloc rectangle de 80 sur 150 et un bloc triangle équilatéral de côté 80.
2. Utiliser alors ces blocs de façon à obtenir les figures ci-dessous :

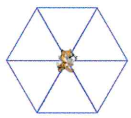
a. 

b. 

22 Quel cirque ! Maximus ! Niveau 2

Écrire un algorithme faisant appel à un bloc « triangle équilatéral » pour construire un hexagone.

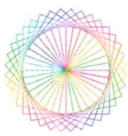
Aide
Utiliser l'instruction 



23 Silence ! On tourne ! Niveau 3

1. Créer un bloc « CARRÉ » qui trace un carré de côté 100 à partir de l'endroit où se trouve le lutin.
2. Programmer un algorithme qui efface tout, va au centre de l'écran (0 ; 0), pose le stylo et répète 36 fois la même séquence : 

3. Améliorer le programme pour que la couleur du stylo change à chaque carré.



Aide
On pourra par exemple utiliser : 

La couleur dans Scratch correspond à des nombres entiers compris entre 0 et 200. Pour changer la couleur, il suffit de changer la valeur.

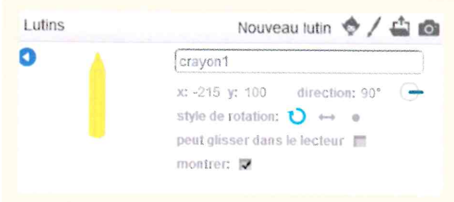
Projet 1

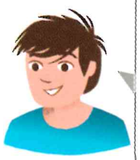
Jeu de Nim

Ce jeu très classique peut être programmé…
Il peut même être programmé pour que l'ordinateur gagne à chaque fois ! Joli défi !
Il s'agit de retirer un, deux ou trois crayons à chaque tour.
Le vainqueur est celui qui retire le dernier crayon !

Étape 1 ■ Choix du premier crayon

– Choisir un crayon comme lutin. Le nommer *crayon1*.

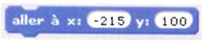


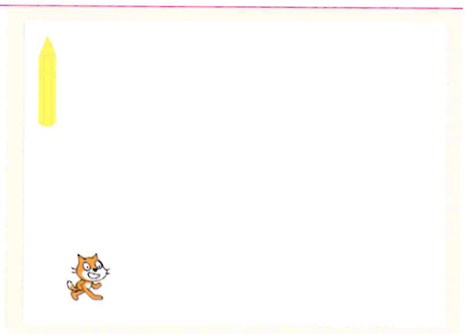


L'objectif est de programmer au maximum l'algorithme de ce crayon, pour le dupliquer ensuite et en avoir au total 16. Il restera alors juste quelques modifications à apporter crayon par crayon.

Étape 2 ■ Programmation du premier crayon

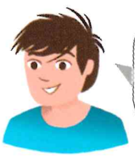
– Lorsque le drapeau vert est pressé, montrer le crayon au bon emplacement.
Par exemple, à ces coordonnées :





– Programmer le crayon pour qu'à la réception du message ***crayon1***, il se déplace verticalement vers le bas, puis se cache.

On pourra ainsi déclencher ultérieurement cette action par l'instruction :



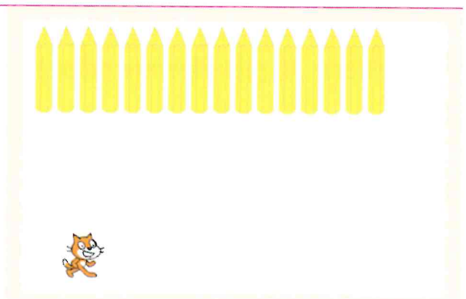
Tu peux d'ailleurs tester qu'un clic sur cette instruction déclenche bien cette action.

Étape 3 ■ Création des autres crayons

– Dupliquer 15 fois le *crayon1* et renommer à chaque fois le nouveau crayon obtenu : ***crayon2***, ***crayon3***, etc.

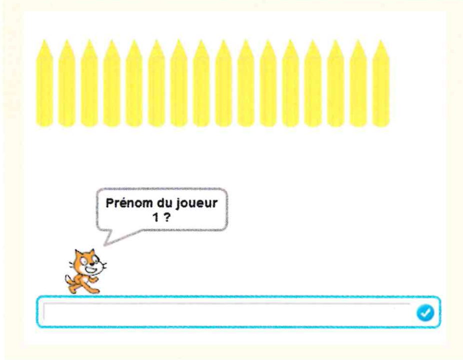
– Modifier l'endroit de départ où doivent apparaitre ces crayons pour qu'ils soient côte-à-côte et régulièrement espacés comme ci-contre.

– Pour chaque crayon, changer le nom du message qui le fera se déplacer et se cacher : ***crayon2***, ***crayon3***, ***etc.***



Étape 4 ■ Programmation du chat

- Lorsque le drapeau vert est pressé, programmer le chat pour qu'il demande le prénom du joueur 1, puis celui du joueur 2 et qu'il les stocke dans des variables « JOUEUR1 » et « JOUEUR2 ».
- Une variable « COMPTEUR » est créée et initialisée afin de déterminer le nombre de crayons déjà enlevés et donc le crayon auquel on est arrivé.
- Le chat doit demander indéfiniment et à tour de rôle à chaque joueur combien de crayons il désire enlever. Ce nombre doit être 1, 2 ou 3, sinon le chat doit reposer la question.
  Stocker à chaque fois ce nombre dans une variable.



Étape 5 ■ Traitement du nombre de crayons à enlever

- Créer un bloc dans lequel la variable « COMPTEUR » augmente de 1 autant de fois que l'utilisateur a choisi d'enlever des crayons. Le bloc doit envoyer à tous le message *crayon1* si le compteur est égal à 1, le message *crayon2* si le compteur est égal à 2, etc.
  Ainsi les crayons disparaitront l'un après l'autre.

Ce bloc sera appelé chaque fois qu'un des deux joueurs aura donné un nombre de crayons à enlever.

Étape 6 ■ Fin du jeu

- Modifier le bloc pour qu'il teste à chaque fois si un des joueurs a gagné en fonction de la valeur de la variable « COMPTEUR ». Le joueur qui prend le dernier crayon a gagné.
- Faire afficher le prénom du joueur qui a gagné et stopper tous les scripts.

Un script est un ensemble d'instructions.

ÉVOLUTIONS POSSIBLES

- Modifier le jeu pour que le gagnant soit celui qui ne prend pas le dernier crayon.
- Faire évoluer le jeu pour qu'un joueur joue contre l'ordinateur.
- Imaginer un arrière-plan évoluant tout au long de la partie.

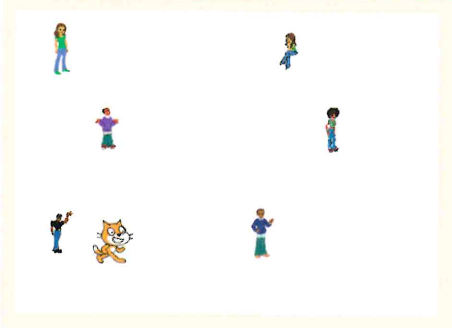
Conjuguer un verbe du premier groupe

Saurais-tu conjuguer un verbe du 1er groupe ? D'abord dans le cas général, puis dans certaines situations présentant des irrégularités : manger, affirmer…
Au chat de déterminer dans quel cas on se trouve, et de conjuguer ensuite comme il convient !

Étape 1 ■ Choix des lutins

– Choisir six lutins, en plus du chat.
Chaque lutin représentera une personne :
1e personne du singulier
2e personne du singulier
…
3e personne du pluriel

Chaque personne conjuguera le verbe à la personne lui correspondant à la réception d'un message.



Étape 2 ■ Programmation du chat

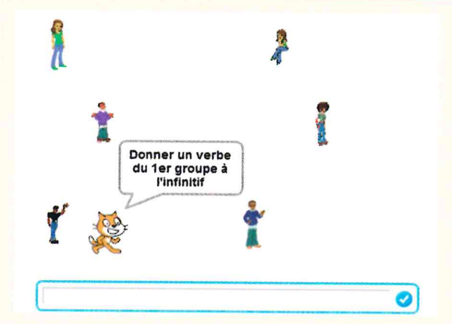
■ Le chat demande le verbe du 1er groupe choisi et le stocke dans une variable.

Pour le moment, les cas particuliers tels que les verbes en –ger ou –ler ne sont pas pris en compte.

– Créer une variable « RADICAL » qui contiendra le radical du verbe, c'est-à-dire tout le verbe sauf la fin « er ».

On pourra utiliser pour cela des boucles et les instructions :

longueur de world | lettre 1 de world | regroupe hello world



Aide
On pourra créer une boucle qui permettra de construire le radical lettre par lettre.

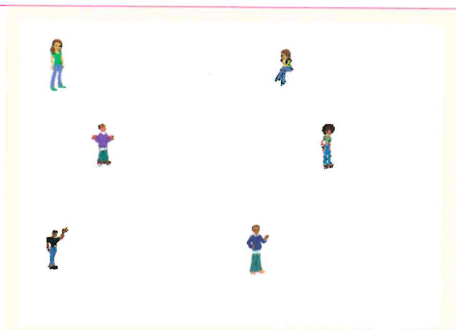
Étape 3 ■ Construction de la table de conjuguaison

– Créer une variable par personne :
1e personne du singulier
2e personne du singulier
…
3e personne du pluriel

– Terminer la construction de chaque variable en associant la variable « RADICAL » à la bonne terminaison (en regroupant avec la bonne terminaison).

– Cacher le chat.

Il faudra donc penser à le montrer en début de programme.



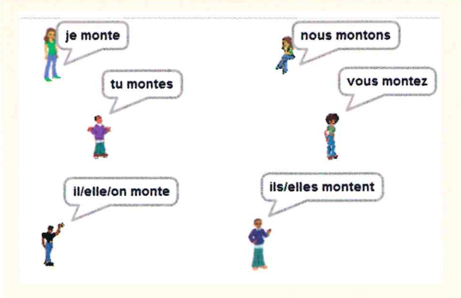
Étape 4 ■ Conjugaison du verbe

– Envoyer un message pour que chaque personnage dise sa personne de conjugaison du verbe choisi.

Chaque personnage est un lutin qui devra « dire le verbe » à la personne associée : cela se fera à l'aide d'un message.

Par exemple : 

Pour chaque personnage, on aura l'action qui se déclenchera avec 



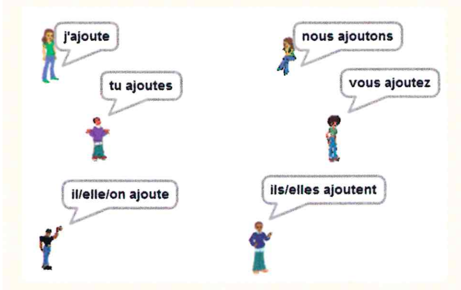
On n'est pas obligé de faire dire il/elle/on : on peut faire en sorte que l'un des pronoms sorte de façon aléatoire.

Étape 5 ■ Traitement d'un premier cas particulier

Si le verbe commence par « a », « e », « é », « i », « o » ou « u », alors le pronom personnel utilisé à la première personne du singulier n'est pas « **je** » mais « **j'** ».

– Modifier le programme pour qu'il prenne en compte ce cas de figure.

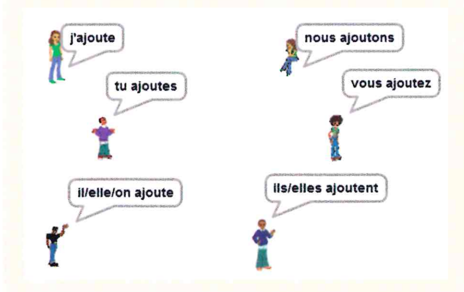
On pourra utiliser les instructions :



Étape 6 ■ Traitement d'autres cas particuliers

Si le verbe se termine par **–ger**, la première personne du pluriel change et la terminaison doit être « **eons** » et non « **ons** ».

– Modifier le programme pour qu'il prenne en compte ce cas de figure.



ÉVOLUTIONS POSSIBLES

– Prendre en compte les verbes en –cer.

– Prendre en compte les verbes en –yer.

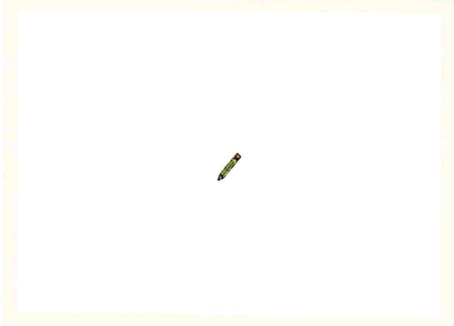
– Construire un programme similaire pour les verbes du deuxième groupe.

Projet 3

Promenade aléatoire

Imagine… Tu te promènes au hasard sur une grande feuille et tu donnes un coup de crayon de couleur à chaque pas… Quel type de figure obtiendrais-tu au final ?

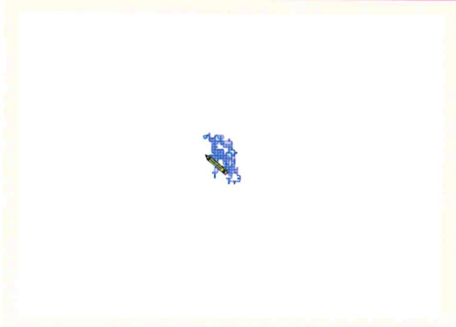
Étape 1 ■ Choix et postionnement du lutin



- Choisir un crayon comme lutin.
- Le placer au centre de la scène avec l'élément `aller à x: 0 y: 0`.
- Choisir une taille réduite du lutin avec l'instruction `mettre à 20 % de la taille initiale`

Aide
On peut choisir la mine du crayon comme centre du costume en allant dans l'onglet costume : Costumes et en cliquant sur ⊞.

Étape 2 ■ Programmation du déplacement

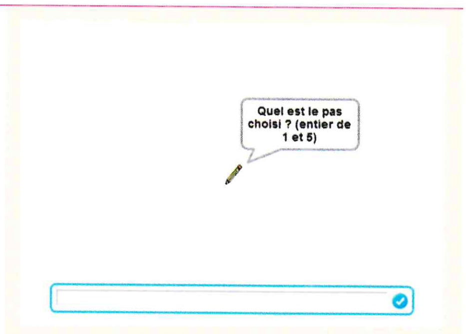


- Créer une variable « TEST » qui prendra une valeur aléatoire entre 1 et 4.
  Avec le stylo en position d'écriture, faire un déplacement de longueur 3 dans la direction donnée par la valeur de la variable « TEST » comme le montre le tableau ci-dessous :

Test	Déplacement du stylo
1	Vers la droite
2	Vers le haut
3	Vers la gauche
4	Vers le bas

- Faire répéter ces actions 500 fois.

Étape 3 ■ Choix de la longueur de déplacement



- Demander à l'utilisateur de définir la longueur d'un déplacement. Cette valeur est mémorisée dans une variable « PAS ».
- Indiquer qu'elle peut prendre une valeur entre 1 et 5 et ne pas accepter la réponse si elle est inférieure à 1 ou supérieure à 5.

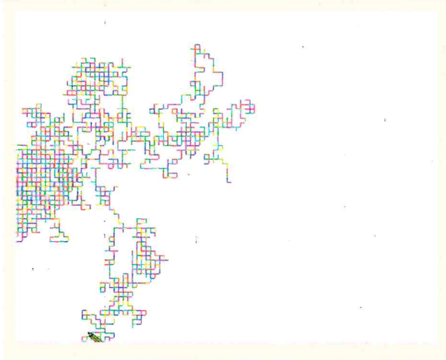
Aide
On peut reposer la question jusqu'à ce que la réponse soit dans la fourchette souhaitée.

Attribuer ce « *pas* » au déplacement du crayon.

Étape 4 ■ Génération du motif coloré

– Modifier le nombre de répétitions en passant de 500 à 5 000.
– À chaque trait tracé, modifier la couleur en la choisissant de façon aléatoire.

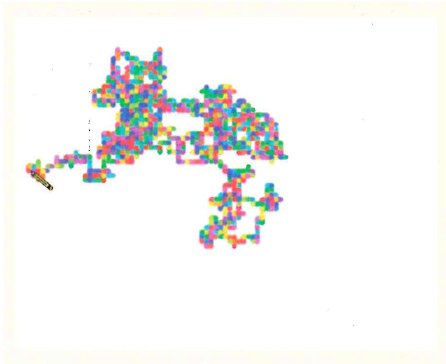
On pourra utiliser mettre la couleur du stylo à 0. Les couleurs correspondent à des nombres entiers compris entre 0 et 200. La valeur 130, par exemple correspond au bleu



Étape 5 ■ Variations du motif

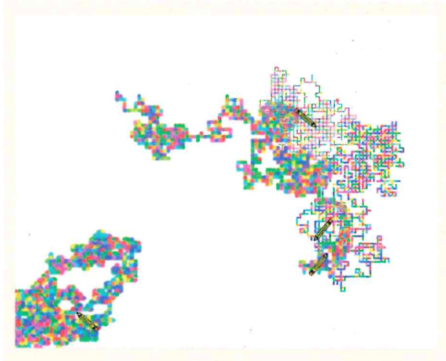
– Demander que la taille du stylo soit un nombre prenant une valeur aléatoire entre 1 et 5.
– Modifier la répétition pour passer de 5 000 à 2 000.

Sur l'image, la taille du stylo est 5. On peut demander de cacher le crayon à la fin.



Étape 6 ■ Motif avec plusieurs crayons

– Dupliquer une première fois le crayon.
Ce deuxième crayon devra démarrer avec le premier dès que le pas aura été choisi.
Pour cela, dès que le pas a été choisi, envoyer un message qui fera démarrer le tracé sur chaque crayon.



– Dupliquer deux fois ce nouveau lutin pour obtenir au total quatre crayons.
– Modifier les algorithmes de chaque crayon pour que les déplacements soient indépendants en renommant les variables « TEST » de chaque crayon.
– Faire démarrer chaque lutin d'un endroit différent de la scène.

Profite bien de tes œuvres d'art !

ÉVOLUTION POSSIBLE

– Comptabiliser le nombre de pixels tracés et arrêter automatiquement le programme lorsque 75% de remplissage de la scène est atteint.

Le perroquet volant

Ce perroquet volant doit éviter les avions et les chauves-souris !
Pour cela, à toi de bien programmer ses déplacements… Le perroquet ne fera pas le poids face à ses adversaires s'il les percute !

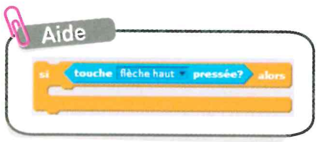
Étape 1 ■ Choisir et faire voler le perroquet

- Choisir le perroquet de Scratch ci-contre.
  Ce perroquet a deux costumes.
- En utilisant « Répéter indéfiniment », faire voler le perroquet en changeant de costume, avec une temporisation de 0,05 seconde.

L'instruction costume suivant sera bien utile ici.

Étape 2 ■ Déplacement du perroquet dans le ciel

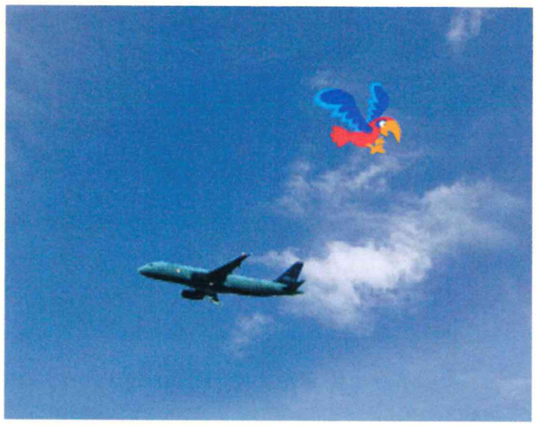
- Trouver une photo d'un ciel légèrement nuageux et le mettre en arrière-plan.
- Programmer le déplacement vertical du perroquet lorsque l'on appuie sur la *flèche haut* ou sur la *flèche bas*.



Étape 3 ■ Ajout de l'avion

- Choisir comme nouveau lutin l'avion :

- L'orienter en sens inverse de celui d'origine.
  L'ordonnée de départ est un nombre aléatoire compris entre -160 et 160.
- Faire en sorte que l'avion se déplace indéfiniment de droite à gauche, en réapparaissant à droite à une ordonnée choisie au hasard quand le bord gauche est atteint.



Étape 4 ■ Traitement de la colision

– Lorsque l'avion touche le perroquet, le perroquet doit dire : « Aaaaaaaaaaaah ! » pendant 2 secondes, avant de disparaitre.

Aide

Étape 5 ■ Ajout de la chauve-souris

– Ajouter la chauve-souris de Scratch :

Bat1

– La faire avancer de la droite vers la gauche, en battant des ailes (utiliser les deux costumes comme pour le perroquet).
Elle démarre sur le bord gauche comme l'avion avec une ordonnée aléatoire comprise entre −160 et 160.
De la même façon, si la chauve-souris touche le perroquet, celui-ci dit : « Aaaaaaaaaaaah ! » pendant deux secondes, avant de disparaitre.

Étape 6 ■ Ajout d'un nombre de vies et gestion du score

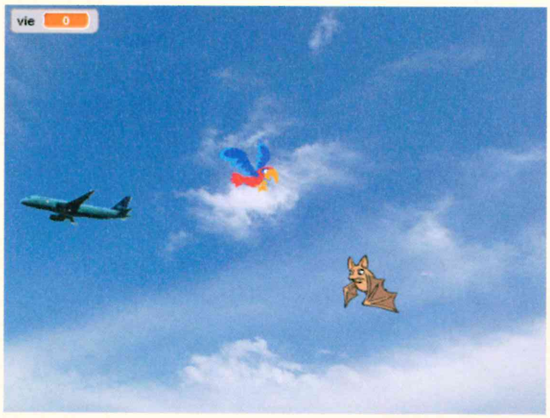
– Modifier le programme en donnant au départ cinq vies au perroquet.

– Lorsqu'il ne reste plus de vie, le perroquet dit : « perdu ! » pendant 2 secondes et le programme s'arrête.

– On peut aussi améliorer le programme en intégrant un chronomètre qui indiquera pendant combien de temps le perroquet a tenu bon !

Aide

Utiliser chronomètre



ÉVOLUTION POSSIBLE

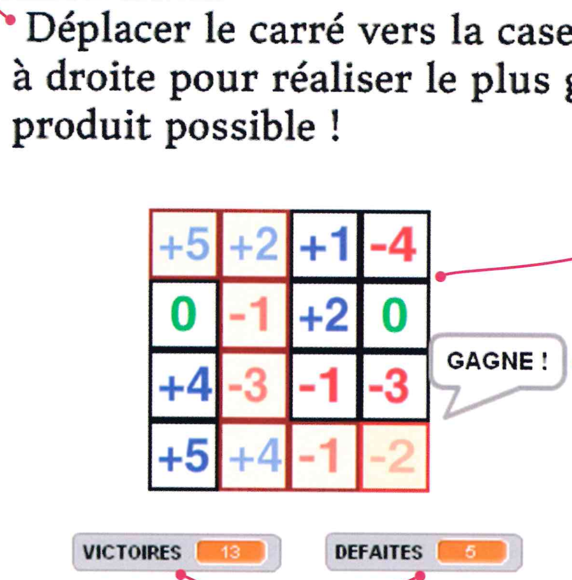
– Imaginer un deuxième niveau accessible quand le perroquet a tenu bon pendant 2 minutes.
Pour cela :
• changer l'arrière-plan ;
• augmenter la vitesse de déplacement de l'avion ;
• augmenter la vitesse de déplacement de la chauve-souris.

Un jeu sérieux : le plus grand produit

On peut apprendre tout en s'amusant ! Programme un jeu qui permettra de mieux comprendre les règles de multiplication des nombres relatifs !

Une consigne donnée au départ.

16 cases contenant des nombres entiers choisis au hasard entre -5 et +5 et qui changent à chaque fois.



On comptabilise les Victoires et les Défaites.

Trois essais pour trouver lequel des 20 chemins possibles permet d'aller de la case d'en haut à gauche à celle d'en bas à droite en faisant en sorte que le produit des nombres parcourus soit le plus grand possible.

Programme dans Scratch un jeu de ce type, en y ajoutant éventuellement d'autres variantes et joue pour devenir un as du produit de nombres relatifs.

Aujourd'hui, tous les produits qui circulent dans le commerce sont équipés d'un code-barres.
Mais que signifie-t-il ?
Peut-on facilement construire son propre code-barres ?
En fin de chapitre, p. 54, tu pourras contrôler, par le calcul, si des codes-barres sont bien construits.

Opérations sur les nombres relatifs

Attendus de fin de cycle

- Comprendre et utiliser les nombres relatifs
- Comprendre et utiliser les nombres décimaux

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

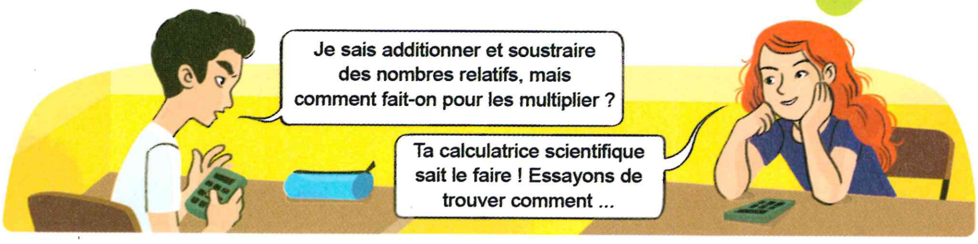
1. Calculer avec des nombres relatifs
2. Effectuer des calculs, à la main ou à la calculatrice

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Multiplier des nombres relatifs

OBJECTIF 1



A. Conjecturer

1 Recopier les calculs suivants et les effectuer à l'aide d'une calculatrice scientifique :

a. $(+8) \times (+4)$ b. $(-3) \times (+5)$ c. $(+7) \times (-9)$ d. $(-2) \times (-7)$

e. $(-5) \times (+3{,}2)$ f. $(+4{,}3) \times (-7)$ g. $(-2{,}5) \times (-4)$ h. $(+1{,}8) \times (+5)$

2 a. En observant les calculs précédents, quelle(s) conjecture(s) peut-on faire sur le produit de deux nombres relatifs ?

b. En utilisant la calculatrice, tester ces conjectures sur d'autres exemples.

c. Comment semble-t-on calculer le produit de deux nombres relatifs de même signe ? et le produit de deux nombres relatifs de signes différents ?

B. Sur le chemin de la preuve

3 a. En utilisant les réponses de la question 2.c, calculer $(+3) \times (-2)$.

b. Expliquer pourquoi $(+3) \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2)$.

c. En déduire une justification du résultat trouvé au 3.a.

4 a. En utilisant les réponses de la question 2.c, calculer $(-8) \times (-3)$.

b. Calculer $(-8) \times [(-3) + (+3)]$ et en déduire que $(-8) \times (-3) + (-8) \times (+3) = 0$.

c. Expliquer pourquoi les résultats de $(-8) \times (-3)$ et $(-8) \times (+3)$ sont opposés et en déduire une justification du résultat trouvé à la question 4.a.

5 Expliquer pourquoi on pourrait généraliser les raisonnements menés aux questions 3. et 4. et ainsi prouver que les conjectures formulées à la question 2.c sont toujours vraies.

Activité 2 — Diviser des nombres relatifs

OBJECTIF 1

1 Recopier et compléter.

a. $(+5) \times .... = (+25)$ donc $\dfrac{(+25)}{(+5)} = ...$

b. $(+4) \times .... = (-28)$ donc $\dfrac{(-28)}{(+4)} = ...$

c. $(-8) \times .... = (+32)$ donc $\dfrac{(+32)}{(-8)} = ...$

d. $(-2) \times .... = (-14)$ donc $\dfrac{(-14)}{(-2)} = ...$

2 En s'inspirant de ce qui a été fait à la question 1., calculer, sans utiliser la calculatrice, les quotients suivants.

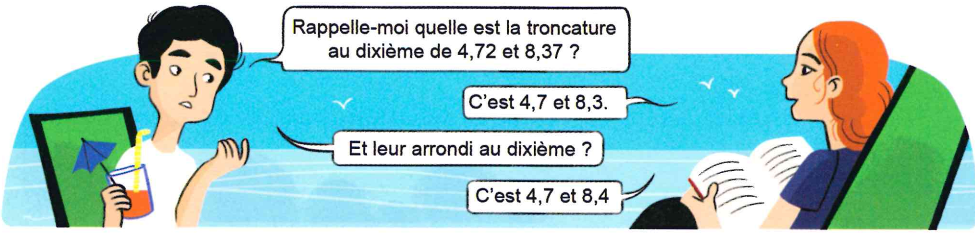
a. $\dfrac{(+35)}{(+7)}$ b. $\dfrac{(+20)}{(-2)}$ c. $\dfrac{(-25)}{(+5)}$ d. $\dfrac{(-42)}{(-6)}$

3 Comment semble-t-on calculer le quotient de deux nombres relatifs ?

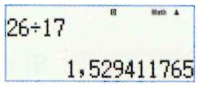
Activité 3

Arrondir un quotient

OBJECTIF 1



1 Le calcul du quotient de 26 par 17 sur une calculatrice donne :



Donner, pour ce quotient, la troncature et l'arrondi :

a. au dixième ; **b.** au centième ; **c.** à l'unité.

2 Expliquer pourquoi, à un rang donné, l'arrondi et la troncature d'un quotient sont parfois égaux et parfois différents.

3 Sur une calculatrice, calculer le quotient de (-24) par 13.

4 Donner la troncature et l'arrondi de ce quotient :

a. à l'unité ; **b.** au centième ; **c.** au millième.

Activité 4

Effectuer une séquence de calculs

OBJECTIF 2

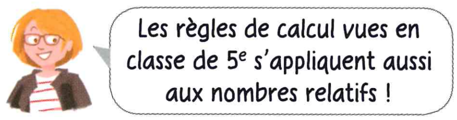
A. À la main

1 Effectuer à la main les calculs suivants.

a. $(-6) + (-2) \times (+7)$ **b.** $(-3) \times (-4) + (+2)$ **c.** $(-8) - (+20) : (-4)$

d. $-2 + 3 \times (-7)$ **e.** $13 - 4 \times (7 - 9)$ **f.** $8 - 2 \times (5 - 4 \times (-3) - 8) + 6$

2 Kieran affirme que le résultat du calcul $7 + 3^2$ est égal à 100. Alexia pense que le résultat de ce calcul est 16.



a. Comment Kieran et Alexia semblent-ils être arrivés à ces résultats différents ?

b. Expliquer pourquoi l'expression $7 + 3^2$ peut aussi s'écrire $7 + 3 \times 3$.

c. En déduire, en justifiant la réponse, le nom de l'élève qui a raison.

3 Quels sont donc les résultats des calculs suivants ?

a. $5 - 4^2 + 7$ **b.** $6 + 2 \times 5^2 - 3$ **c.** $8 - 4 \times (-3)^2$

B. À la calculatrice

4 Effectuer à la calculatrice les calculs suivants.

a. $542 - 76 \times (-21)$ **b.** $-48 - 7 \times (53 - 71)$ **c.** $-351 + 43 \times (-52 - 3 \times 78)$

5 **a.** Donner le signe de $(-47)^2$ et de -47^2 sans effectuer de calculs.

b. Effectuer ces calculs à la calculatrice et vérifier que les résultats sont cohérents avec les réponses précédentes.

6 À l'aide d'une calculatrice, calculer le carré de -82 et le cube de -15.

cours

1 Opérations sur les nombres relatifs

OBJECTIF 1

A Rappels sur l'addition et la soustraction

PROPRIÉTÉ **Si** deux nombres relatifs sont de même signe, **alors** leur somme :
- a ce même signe ;
- a pour distance à zéro la somme des distances à zéro des deux nombres.

Exemples

- $(+13) + (+8) = +21$
- $(-12) + (-5) = -17$

PROPRIÉTÉ **Si** deux nombres relatifs sont de signes contraires, **alors** leur somme :
- a le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- a pour distance à zéro la différence des distances à zéro des deux nombres.

Exemples

- $(-7) + (+19) = +12$
- $(+5) + (-13) = -8$

PROPRIÉTÉ Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.

Exemple

- $(+5) \underbrace{-(-9)} = (+5) \underbrace{+(+9)} = +14$

B Multiplication

PROPRIÉTÉ **Si** deux nombres relatifs sont de même signe, **alors** leur produit :
- est positif ;
- a pour distance à zéro le produit des distances à zéro des deux nombres.

Exemples

- $(+5) \times (+7) = +35$
- $(-3) \times (-4) = +12$

PROPRIÉTÉ **Si** deux nombres relatifs sont de signes contraires, **alors** leur produit :
- est négatif ;
- a pour distance à zéro le produit des distances à zéro des deux nombres.

Exemples

- $(+6) \times (-2) = (-12)$
- $(-3) \times (+8) = (-24)$

PROPRIÉTÉ Dans un produit de plusieurs nombres relatifs différents de zéro :
- **Si** le nombre de facteurs négatifs est pair, **alors** le produit est positif ;
- **Si** le nombre de facteurs négatifs est impair, **alors** le produit est négatif.

Exemples

- $(-1) \times (-2) \times (+3) \times (-4) \times (-5) = +120$
  Il y a **quatre facteurs négatifs** dans ce produit, il est donc positif.
- $(-1) \times (+2) \times (-3) \times (-4) \times (+5) = -120$
  Il y a **trois facteurs négatifs** dans ce produit, il est donc négatif.

C Division

PROPRIÉTÉ **Si** deux nombres relatifs sont de même signe, **alors** leur quotient :
– est positif ;
– a pour distance à zéro le quotient des distances à zéro des deux nombres.

Exemples
- $\dfrac{+21}{+7} = +3$
- $\dfrac{-20}{-4} = +5$

PROPRIÉTÉ **Si** deux nombres relatifs sont de signes contraires, **alors** leur quotient :
– est négatif ;
– a pour distance à zéro le quotient des distances à zéro des deux nombres.

Exemples
- $\dfrac{+12}{-5} = -2{,}4$
- $\dfrac{-18}{+4} = -4{,}5$

D Valeurs approchées d'un quotient

DÉFINITIONS À un rang donné :
– la troncature d'un nombre est sa valeur approchée par défaut ;
– l'arrondi d'un nombre est, de sa valeur approchée par défaut ou par excès, celle qui est le plus proche du nombre.

Exemples

- En effectuant $\dfrac{25}{7}$ sur une calculatrice, elle affiche :

25÷7
3,571428571

Rang	Encadrement par les valeurs approchées par défaut et par excès	Troncature	Arrondi
À l'unité	$3 < \dfrac{25}{7} < 4$	3	4
Au dixième	$3{,}5 < \dfrac{25}{7} < 3{,}6$	3,5	3,6
Au centième	$3{,}57 < \dfrac{25}{7} < 3{,}58$	3,57	3,57
Au millième	$3{,}571 < \dfrac{25}{7} < 3{,}572$	3,571	3,571

- $\dfrac{17}{8} = 2{,}125$. Par convention, l'arrondi au centième de $\dfrac{17}{8}$ est 2,13.

2 Enchainements d'opérations

OBJECTIF 2

PROPRIÉTÉ Pour calculer une expression, on effectue :
– les carrés, les cubes, etc.,
– les calculs entre parenthèses,
– les multiplications et les divisions,
– et enfin les additions et les soustractions.
Quand des opérations ont le même niveau de priorité, on les effectue de gauche à droite.

Exemples

- $A = 13 + 5 \times (3 - 11) - 7$
  $A = 13 + 5 \times (-8) - 7$
  $A = 13 + (-40) - 7$
  $A = -27 - 7$
  $A = -34$

- $B = 7 - 3 \times 4^2 + 11$
  $B = 7 - 3 \times 16 + 11$
  $B = 7 - 48 + 11$
  $B = -41 + 11$
  $B = -30$

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

1. Calculer $(-4{,}1) \times (-7)$.
2. Calculer $\frac{-26}{4}$.
3. Calculer $4 \times (-1) \times (+3) \times (-5) \times (-0{,}5) \times (-2) \times (-1)$.
4. Donner la troncature et l'arrondi au millième de $\frac{37}{23}$.

1. $(-4{,}1) \times (-7) = +28{,}7$

Les deux facteurs ont le même signe donc le produit est **positif**.

2. $\frac{-26}{4} = -6{,}5$

Les deux nombres sont de signes contraires donc le quotient est **négatif**.

3. $4 \times (-1) \times (+3) \times (-5) \times (-0{,}5) \times (-2) \times (-1) = -60$

Il y a cinq facteurs négatifs. « Cinq » est un nombre impair donc ce produit est **négatif**.

4. 37÷23
1,608695652

1,608|695652 — La troncature au millième de $\frac{37}{23}$ est 1,608.

1,608695652 — Le quatrième chiffre après la virgule est un 6 donc l'arrondi au millième de $\frac{37}{23}$ est 1,609.

Je m'entraine

CALCULER

1 Activités rapides

a. $-3 \times 5{,}4 = \ldots$

b. $9 \times \ldots = -63$

c. $\frac{54}{-6} = \ldots$

d. $\frac{\ldots}{4} = -9$

e. La troncature d'un quotient au centième est différente de l'arrondi de ce quotient au centième. Quel peut être son chiffre des millièmes ?

2 Calculer les sommes suivantes.

a. $(+3) + (+12)$ b. $(+7) + (-11)$
c. $(-5) + (+17)$ d. $(-8) + (-7)$

3 Calculer les différences suivantes.

a. $(+17) - (+9)$ b. $(+11) - (-19)$
c. $(-8) - (+6)$ d. $(-13) - (-9)$

4 Calculer les produits suivants.

a. $(+3) \times (+7)$ b. $(+5) \times (-4)$
c. $(-6) \times (+8)$ d. $(-2) \times (-9)$

5 Calculer les produits suivants.

a. $(-3) \times (-7)$ b. $(+2) \times (+8)$
c. $(-1) \times (+5)$ d. $(+9) \times (-4)$
e. $(-8) \times (-7)$ f. $(-6) \times (+2)$

6 Calculer les produits suivants.

a. $(-6) \times (-9)$ b. $(+3) \times (+7)$
c. $(-3) \times (+8)$ d. $(+11) \times (-5)$
e. $(-4) \times (-7)$ f. $(+5) \times (+9)$

7 Calculer les produits suivants.

a. $(-1) \times (-2) \times (-2) \times (+1) \times (-3)$
b. $(-4) \times (-1) \times (-1) \times (+2) \times (-3) \times (-1)$
c. $(+5) \times (-2) \times (+2) \times (+5) \times (-1)$
d. $(-8) \times (+2) \times (+1) \times (+1) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

8 Calculer les quotients suivants.

a. $\frac{28}{4}$ b. $\frac{35}{-7}$ c. $\frac{-36}{6}$ d. $\frac{-24}{-3}$

9 Donner la troncature et l'arrondi au dixième.

a. $\frac{124}{28}$ b. $-\frac{71}{29}$ c. $\frac{51}{19}$ d. $\frac{62}{37}$

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER CALCULER COMMUNIQUER

10 $16 \times 52 = 832$. Sans faire de calculs supplémentaires, recopier et compléter.

a. $(+16) \times (-52) = \dots$
b. $(+16) \times (+52) = \dots$
c. $(-16) \times (-52) = \dots$
d. $(-1{,}6) \times (+52) = \dots$
e. $(-16) \times (-5{,}2) = \dots$
f. $(+1{,}6) \times (-5{,}2) = \dots$

11 Associer les calculs qui donnent le même résultat.

$1{,}4 \times (-7)$ $\quad 1{,}3 \times (-6)$ $\quad -1{,}7 \times (-4)$ $\quad -2 \times (-1{,}8)$ $\quad -5{,}7 + 9{,}3$ $\quad 3{,}5 + 3{,}3$ $\quad -2{,}9 - 4{,}9$ $\quad 13{,}5 - 23{,}3$

12 Recopier et compléter le tableau.

$\times$	-2	$+5$	-7	$+1{,}7$
$+3$				
-10				
$+9$		$+45$		
$-0{,}5$				

13 Recopier et compléter.

a. $-6 \xrightarrow{+(-12)} \dots \xrightarrow{-(+5)} \dots$

b. $13 \xrightarrow{+\dots} -6 \xrightarrow{-(-17)} \dots$

14 Recopier et compléter.

a. $-9 \xrightarrow{\times(-4)} \dots \xrightarrow{\times(+5)} \dots$

b. $(-6) \xrightarrow{\times\dots} 48 \xrightarrow{\times\dots} -24$

15 Recopier et compléter.

a. $80 \xrightarrow{:(-5)} \dots \xrightarrow{:(+4)} \dots$

b. $\dots \xrightarrow{:(+3)} -24 \xrightarrow{:\dots} 6$

16 1. Écrire le nombre (-18) comme :
a. le produit de deux nombres relatifs ;
b. la somme de deux nombres relatifs ;
c. la différence de deux nombres relatifs.
2. Reprendre les questions précédentes avec les nombres 14 ; (-21) et 0.

17 On sait que $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$. Sans faire de calculs supplémentaires, recopier et compléter.
a. $(-2) \times (-3) \times (-5) \times (-7) = \dots$
b. $(+2) \times (+3) \times (-5) \times (+7) = \dots$
c. $(+2) \times (-3) \times (-5) \times (-7) = \dots$
d. $(-0{,}2) \times (+3) \times (-0{,}5) \times (-0{,}7) = \dots$

18 On sait que $\dfrac{-85}{8} = -10{,}625$. Sans faire de calcul et sans utiliser la calculatrice, recopier et compléter les égalités suivantes.

a. $\dfrac{-85}{-8} = \dots$
b. $\dfrac{85}{-8} = \dots$
c. $\dfrac{85}{8} = \dots$
d. $\dfrac{-85}{80} = \dots$
e. $\dfrac{-850}{-80} = \dots$
f. $\dfrac{8500}{-0{,}8} = \dots$

19 **Les maths autour de moi**

En cours d'arts visuels, trois élèves veulent partager une bande de papier de 23 cm de longueur en trois morceaux de même longueur.
1. Quel calcul doivent-ils faire pour connaitre la longueur de chaque morceau ?
2. a. Donner l'arrondi au millimètre de la longueur de chaque morceau.
b. Ce nombre est-il l'arrondi à l'unité, au dixième, au centième ou au millième de $\dfrac{23}{3}$? Expliquer.

20 **TOP Chrono** 10 min

1. Écrire le nombre (-6) comme :
a. le quotient de deux nombres relatifs ;
b. le produit de deux nombres relatifs ;
c. la somme de deux nombres relatifs ;
d. la différence de deux nombres relatifs ;
e. le produit de trois nombres relatifs.
2. Reprendre les questions précédentes avec les nombres 8 et (-14).

objectif 2 Effectuer des calculs,

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Effectuer la séquence de calculs suivante : $A = 17 + 3 \times (-4 - 9) - 5 \times 3^2$

▶ ÉTAPE 1
On effectue les carrés, les cubes…

$A = 17 + 3 \times (-4 - 9) - 5 \times 3^2$

$A = 17 + 3 \times (-4 - 9) - 5 \times 9$

▶ ÉTAPE 2
On effectue les calculs entre parenthèses.

$A = 17 + 3 \times (-4 - 9) - 5 \times 9$

$A = 17 + 3 \times (-13) - 5 \times 9$

▶ ÉTAPE 3
On effectue les multiplications et les divisions.

$A = 17 + 3 \times (-13) - 5 \times 9$

$A = 17 - 39 - 45$

▶ ÉTAPE 4
On effectue les additions et les soustractions.

$A = 17 - 39 - 45$

$A = -67$

Je m'entraine

CALCULER

21 Activités rapides

a. $8 \times 11 - (3^2 - 17) = \ldots$

b. $(-5 - 2^3) \times (-5 + 3) - 2 \times (-8) = \ldots$

c. Le double du triple de la moitié d'un nombre est égal à (– 36). Quel est ce nombre ?

d. À combien est égal le carré de la somme de (– 9) et 7 ?

22 Calculer.
a. $-7 - 4 + 6$ b. $-2 + (-3) \times 5$
c. $-7 \times (-2) - (-11)$ d. $(-5) \times 2 - 4 \times (-3)$

23 Calculer.
a. $-1 - 24 : (-6)$ b. $-45 : (-9) - 1$
c. $-3 \times (-9 - (-5))$ d. $(-2 - 5) \times 4 - 9$

24 Calculer.
a. $-7 - 5 \times 4$ b. $7 \times (-6) - (-2)$
c. $\dfrac{-4 + 8}{-10}$ d. $9 - (-3) \times (-5)$

25 Calculer.
a. $8 - 5 \times 6$ b. $9 \times 4 - 50$
c. $\dfrac{-12}{5 - 8}$ d. $9 - 7 \times 3$

26 Calculer.
a. $17 - 6{,}3 + 4$ b. $12 - 2 \times 7{,}4$
c. $3{,}7 - 5 \times 4 + 6$ d. $2 - 35 : 7 + 1$

27 Calculer.
a. $3 \times 5 - (5 - 12)$ b. $5 - (3 - 5 \times 6)$
c. $4 \times (2 - 3 \times 9) + 7$ d. $9 \times (-2 - 4 \times 5) - 3$
e. $-63 : (2 - 3 \times 7 + 5 \times 2) - 11$
f. $48 : (2 - 12 : 4 - 7) - 4$

28 Calculer.
a. $-3 \times 7 + 6 \times 4{,}5$ b. $6 \times (-7) - 15 \times (-3)$
c. $-3 + 8 \times 7 - \dfrac{5}{4}$ d. $\dfrac{2 - 6 \times (-3)}{5 \times (-11) + 35}$

29 Calculer.
a. $7 - (-3{,}5 + (5 - 4 \times 3))$
b. $-5 \times (-4{,}7 + 2) - (-8{,}1 + 2) \times (-1)$
c. $\dfrac{-2 \times (-7 + 2 \times (-3))}{-4 + 7 \times 2}$
d. $-1 \times (2 \times (-3{,}2 + 4 \times (-5) + 6) - 7) + 8{,}9$

30 Calculer.
a. 8^2 b. $(-5)^2$
c. 4^3 d. $(-2)^3$

31 Calculer.
a. $7 + 3^2$ b. $-5 + (-4)^2$
c. 2×5^2 d. $2 - 4 \times 5^2$

32 Calculer.
a. $8 - (-7)^2 \times 2$ b. $4 - 5 \times 2^3$
c. $-4 + (-5 + 4 \times 3^2)$ d. $\dfrac{-7 + (-4)^3 \times 2}{7^2 - 4 \times 6}$

à la main ou à la calculatrice

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER — CALCULER — REPRÉSENTER

33 Arthur et Clara ont calculé l'expression $-5 \times (2 - (-3 + 7) \times 2) - 8$.

Arthur	Clara
$-5 \times (2 - (-3 + 7) \times 2) - 8$	$-5 \times (2 - (-3 + 7) \times 2) - 8$
$= -5 \times (2 - 4 \times 2) - 8$	$= -5 \times (2 - 4 \times 2) - 8$
$= -5 \times (-2 \times 2) - 8$	$= -5 \times (2 - 8) - 8$
$= -5 \times (-4) - 8 = 20 - 8$	$= -5 \times (-6) - 8 = 30 - 8$
$= 12$ Faux	$= -22$ Faux

1. Corriger les copies en expliquant leurs erreurs.

2. Calculer l'expression proposée.

34 Medhi affirme que parmi les quatre calculs ci-dessous, le plus grand est le produit proposé en **c**.
Yacine pense que c'est plutôt le quotient proposé en **d**. Aider ces deux élèves à se mettre d'accord.

a. La somme de (-24) et de 13.

b. La différence de 5 et de (-14).

c. Le produit de (-9) par (-5).

d. Le quotient de (-42) par 6.

35 **1.** Calculer les expressions suivantes.

a. Le produit de (-3) par la somme de 9 et (-4).

b. La somme de (-7) et du produit de (-3) par 5.

c. Le quotient de la somme de (-5) et 9 par (-10).

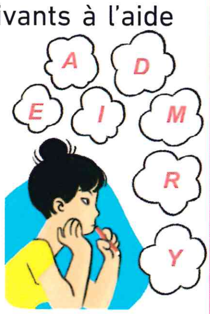
d. La différence du produit de 6 par (-3) et de la somme de (-9) et 2.

2. Classer les résultats obtenus dans l'ordre décroissant.

36 – Robin dit à Louisa : « Pense à un nombre, multiplie-le par (-3), ajoute 5 au résultat et dis-moi combien tu trouves. »
– Louisa répond : « J'ai trouvé (-16) ! »
Quel nombre avait-elle choisi au départ ?

37 Calculer l'expression $\dfrac{3 - 7 \times (-5)}{-8 + 3 \times (-2)^2}$ à l'aide d'une calculatrice.

38 **1.** Calculer les sept nombres suivants à l'aide d'une calculatrice.



$A = -3 - \dfrac{2 - 5{,}1 \times (-4{,}2)}{14 + 3{,}5 \times (-2{,}4)} \times 7$

$D = \dfrac{17 - 7 + 3}{6 - (2 - 3 \times 4^2)}$

$E = -4 + (-3 - 5{,}3 \times 4^2) \times (-2)$

$I = -1 - (2 - 3 \times 4 \times (-5) + 6) - 7$

$M = (-5)^3 \times (-2 - 6 \times (-5)) + 3$

$R = 0{,}4 + (-4{,}5) \times (-5) \times 7{,}3 \times 2 \times (-1) + 3$

$Y = 7 - (-3 \times (7 - 20) - 6) \times 5^2$

2. Classer les nombres A, D, E, I, M, R et Y dans l'ordre croissant. Quel est le mot obtenu ?

39 Sur une calculatrice scientifique, **Rép** permet d'obtenir le dernier résultat affiché.

1. Taper sur une calculatrice la séquence suivante : **8** **EXE** (Casio) ou bien **8** **ENTRER =** (Texas Instruments).

2. Taper maintenant la séquence suivante $\boxed{\text{Rép} \times (-1)}$ et appuyer plusieurs fois sur la touche **EXE** (Casio) ou bien **ENTRER =** (Texas Instruments).
Que remarque-t-on ? Quels sont les nombres obtenus ? Expliquer.

40 **Les maths autour de moi**

Clara joue à son nouveau jeu vidéo. C'est un jeu dans lequel elle ramasse des pièces d'or, mais où elle peut aussi en perdre lorsqu'elle rencontre des monstres. Elle a trouvé 5 paquets de 3 pièces d'or, puis 3 paquets de 4 pièces d'or, mais perdu 8 fois 2 pièces d'or et encore 5 fois 5 pièces d'or. Elle en avait 30 au début du tableau et elle doit en donner le quart de ce qui lui reste à la fin du tableau. Combien lui en reste-t-il une fois le tableau terminé ?

41 **TOP Chrono** — 5 min

Swann et Élias n'arrivent pas à se mettre d'accord. Le premier affirme que le carré de (-3) multiplié par (-4) est égal au triple de (-17) auquel on a ajouté le triple de 5 alors que le second affirme le contraire. Qui a raison ?

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

	A	B	C
42 Le produit ou le quotient de deux nombres de même signe est :	positif	négatif	parfois positif, parfois négatif
43 Le produit ou le quotient de deux nombres de signes différents est :	positif	négatif	parfois positif, parfois négatif
44 La troncature au dixième de $\frac{147}{59}$ est :	2,4	2,49	2,5
45 L'arrondi au centième de $\frac{98}{57}$ est :	1,71	1,719	1,72
46 $3 - 2 \times (7 - 12) \times 3^2 = \dots$	93	903	−45

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1

Calculer avec des nombres relatifs

47 1. Calculer les expressions suivantes.

$A = (-2) \times (+6)$ $\quad B = (-5) \times (+7)$

$C = (-2) \times (-5)$ $\quad D = (+6) \times (+7)$

$E = (-2) \times (+7)$ $\quad F = (-5) \times (+6)$

2. Calculer les produits $A \times B$, $C \times D$ et $E \times F$. Que remarque-t-on ? Expliquer.

48 Calculer les expressions suivantes.

a. $(-3,5) + (+4,2)$ b. $(-1,2) \times (+4)$

c. $(-2,5) \times (-11)$ d. $(-2,7) + (-4,3)$

e. $(+2,8) + (-3,5)$ f. $(+0,4) \times (+6)$

49 Calculer les expressions suivantes.

a. $3,1 \times (-6)$ b. $-4,6 - 3$

c. $-5 \times (-3,4)$ d. $-4,5 + 2,1$

e. $-3,2 - (-0,4)$ f. $4 \times (-7,3)$

50 Calculer les expressions suivantes.

a. $\frac{+40}{-5}$ b. $\frac{-6}{-8}$ c. $\frac{-7}{10}$

51 Calculer les produits suivants.

a. $(-3,2) \times 7$ b. $-3 \times (-5,3)$

c. $5 \times (-3,7)$ d. $-4,1 \times 8$

e. $-5,4 \times (-3)$ f. $-7 \times 7,3$

52 Calculer les produits suivants.

a. $(-7) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-4)$

b. $(-2) \times (+2) \times (-2) \times (+2) \times (-2) \times (+2)$

c. $(+9) \times (-1) \times (+2) \times (-2) \times (-5) \times (+5)$

d. $(-10) \times (-10) \times (+10) \times (+10) \times (-10) \times (-5) \times (-7$

53 Calculer les produits suivants.

a. $(-1) \times (+2) \times (-3)$

b. $(+1) \times (-2) \times (-1) \times (+2) \times (-1)$

c. $(+2) \times (-3) \times (-5) \times (-1) \times (+2) \times (-10)$

d. $-0,5 \times (-2) \times (-0,1) \times 7$

e. $-2 \times 3 \times (-0,2) \times 1 \times (-0,1)$

f. $7 \times (-1) \times 2 \times (-0,3) \times 0 \times 1,7 \times (-1,04)$

54 Lequel de ce deux calculs donne le résultat le plus grand ?

$A = (+5) \times (-3,2) \times (-2) \times (+3)$

$B = (-6) \times (+2,5) \times (-4) \times (+1,5)$.

55 a. Écrire le nombre (-12) comme la somme de deux nombres relatifs.
b. Écrire le nombre (-12) comme le produit de deux nombres relatifs.
c. Écrire le nombre 18 comme la somme de trois nombres relatifs.
d. Écrire le nombre 18 comme le produit de trois nombres relatifs.
e. Écrire le nombre (-60) comme la somme de quatre nombres relatifs.
f. Écrire le nombre (-60) comme le produit de quatre nombres relatifs.

56 Une calculatrice affiche : 173÷121 1,429752066.
En déduire la troncature à l'unité, au dixième, au centième et au millième de $\dfrac{173}{121}$.

57 Donner la troncature à l'unité, au dixième, au centième et au millième de $\dfrac{68}{27}$.

58 Donner la troncature à l'unité, au dixième, au centième et au millième de $\dfrac{113}{51}$.

59 Une calculatrice affiche : 227÷101 2,247524752.
En déduire l'arrondi à l'unité, au dixième, au centième et au millième de $\dfrac{227}{101}$.

60 Donner l'arrondi à l'unité, au dixième, au centième et au millième de $\dfrac{59}{37}$.

61 Donner l'arrondi à l'unité, au dixième, au centième et au millième de $\dfrac{29}{17}$.

62 En tapant 147 : 19 sur une calculatrice, on obtient : 147÷19 7,736842105.
Pour chacun des nombres ci-dessous, dire s'il est, pour $\dfrac{147}{19}$, une troncature, un arrondi, les deux à la fois ou bien ni l'un ni l'autre. Préciser, le cas échéant, à quel rang.
a. 7 b. 8 c. 7,73 d. 7,8
e. 7,7 f. 7,7368 g. 7,737 h. 7,74

objectif 2

Effectuer des calculs, à la main ou à la calculatrice

63 Calculer les expressions suivantes.
a. $7 - 3 \times (-8) + 5$ b. $-1 + 12 \times (-0{,}5) \times (-8)$

64 Calculer les expressions suivantes.
a. $-3 + 8 \times (-5)$ b. $7 - 3 \times (-4) + 2{,}5$
c. $\dfrac{-4 - 7 \times (-2)}{2 \times (-3) - 4}$ d. $-9 + \dfrac{-30}{5} \times (-3) + (-3) \times (-5)$

65 Calculer les expressions suivantes.
a. $13 - 7 \times (-2)$ b. $12 - 2 \times (-4{,}5) - 8$
c. $\dfrac{18 - 6 \times (-2)}{7 \times (-2) + 4}$ d. $12 + \dfrac{-28}{7} \times (-5) + (-8) \times 2$

66 Calculer les expressions suivantes.
a. $5 - 2 \times (-3 + 2 \times (-5))$
b. $0{,}1 - 2 + (2{,}5 - 3 \times 7) \times 2$
c. $-2 - 3 \times \left(\dfrac{7 - 3 \times (-5)}{-3 - 4 \times (+2)} + 3^2\right)$
d. $-2 + 3 \times (-2 - (-3 + 2 \times (-3)^3) - 2 \times (-3))$

67 1. Calculer les expressions suivantes à l'aide d'une calculatrice.
a. $\dfrac{-3 - (-0{,}3 + 4 \times (-5))}{7 - 6 \times (-3)}$
b. $5 - 3 \times 0{,}3^2 + 2 \times (-7)$
c. $(-2)^3 - 5 \times (-1 + 4 \times (-5))$
d. $\dfrac{-3 + 4{,}1 \times (-3{,}5)^3}{(-7)^2 - 0{,}4 \times \dfrac{-10}{-0{,}8} + 6}$
2. Vérifier que la différence entre le plus grand et le plus petit de ces nombres est égale à 106,27.
3. Classer ces nombres dans l'ordre décroissant.

68 1. Sans utiliser la calculatrice, donner le signe de $(-3)^2 \times (-2)^3$ et le signe de $(-3)^2 + (-2)^3$.
2. Vérifier les réponses données à la question 1. à l'aide d'une calculatrice.

69 1. Calculer à la main l'expression :
$$\frac{3 - 7 \times (-5)}{8 + 3 \times (-2)}$$
2. Vérifier le résultat obtenu en calculant cette expression à l'aide d'une calculatrice.

Je résous des problèmes

Objectifs 1 2

70 Arrondir ou tronquer un nombre décimal

DOMAINE 4 DU SOCLE

Sami achète à l'épicerie deux boites de haricots verts à 0,80 € la boite, trois paquets de pâtes à 1,35 € le paquet et deux boites de sauce tomate à 1,85 € la boite. Arrivé à la caisse, il prend également pour 50 centimes de bonbons.

1. Calculer le montant total de ses achats.

2. Le commerçant n'a dans sa caisse que des pièces de 1 €, 2 € et des billets. Il dit alors à Sami : « Allez, je te fais cadeau des centimes aujourd'hui ! »

a. Combien Sami va-t-il payer ?

b. Combien Sami a-t-il économisé ?

c. Sami a-t-il payé la troncature ou l'arrondi à l'unité du montant total de ses achats ?

3. Si le commerçant procède de même avec 50 clients dans la journée, combien perdra-t-il au maximum sur sa recette ?

71 Compléter un tableau

Recopier et compléter le tableau suivant.

A	B	$A+B$	$A-B$	$A \times B$	$\frac{A}{B}$
3	4				
-7	5				
$-3{,}2$	10				
$-0{,}6$	-2				

72 Substituer des valeurs

Soit $A = 7$, $B = -3$ et $C = -2$.

1. Calculer $A \times B - C$.

2. Calculer $A \times B - A \times C$.

3. Calculer $\dfrac{A+B}{B+C}$.

73 Calculer astucieusement

DOMAINE 1 DU SOCLE

Sans utiliser de calculatrice, calculer les expressions suivantes.

a. $-0{,}5 \times 3 \times (-2)$ b. $10 \times (-3) \times 7 \times (-0{,}1)$

c. $0{,}25 \times (-5) \times (-4)$

d. $-2 \times 0{,}125 \times (-5) \times (-8)$

74 Compléter des égalités

DOMAINE 2 DU SOCLE

En utilisant les nombres -3 ; -1 et 7 une seule fois chacun, compléter les égalités suivantes pour qu'elles soient vraies.

a. $\ldots - \ldots \times \ldots = 4$ b. $(\ldots + \ldots) \times \ldots = -4$

75 Comparer des prix et des quantités

DOMAINE 3 DU SOCLE

Au mois d'août 2015, dans le département de l'Hérault, le carburant « sans plomb 95 » variait entre 1,319 € et 1,460 € le litre.

1. a. Dans la station la plus chère, quel prix (arrondi au centime) afficherait la pompe à essence pour 37,8 litres de sans plomb 95 ?

b. Dans la station la moins chère, quel prix (arrondi au centime) afficherait la pompe à essence pour 37,8 litres de sans plomb 95 ?

c. Quelle différence de prix cela ferait-il ?

2. Aline fait le plein dans la station la plus chère. Elle met 33,7 litres de sans plomb 95 dans son réservoir. En payant le même prix qu'elle, combien Jérémy pourrait-il mettre de litres (arrondir au centilitre) de sans plomb 95 dans son réservoir en allant dans la station la moins chère ?

76 Réfléchir à un problème ouvert

a, b et c désignent trois nombres relatifs.
On sait que :

- $a \times b \times c$ est positif ;
- a et c ont le même signe ;
- $b \times c$ est négatif.

Donner, en expliquant la réponse, le signe de chacun de ces trois nombres.

77 Débattre

DOMAINE 3 DU SOCLE

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Soustraire 3 à ce nombre
- Multiplier le résultat obtenu par (-5)
- Diviser le résultat obtenu par 4
- Ajouter le nombre de départ au résultat obtenu.

1. Effectuer ce programme de calcul pour les nombres 2 ; -7 ; 3,5 et $-2{,}3$.

2. Le nombre obtenu est-il toujours un nombre décimal non entier ? Expliquer.

78 Conjecture et démontrer DOMAINE 4 DU SOCLE

Voici un programme de calcul :

- Penser à un nombre
- Multiplier ce nombre par (-4)
- Ajouter 10 au résultat obtenu
- Multiplier par 2 le résultat obtenu
- Ajouter huit fois le nombre choisi au départ
- Quel est le nombre obtenu ?

1. Vérifier qu'en appliquant ce programme de calcul au nombre 5 on obtient comme résultat le nombre 20.

2. Si on appelle x le nombre choisi au départ, quelle expression traduit ce programme de calcul ?

a. $x \times (-4) + 10 \times 2 + 8 \times x$

b. $(x \times (-4) + 10) \times 2 + 8 \times x$

3. a. Programmer sur une calculatrice l'expression obtenue à la question **2.** Calculatrice 8

b. Appliquer ainsi ce programme de calcul à tous les nombres entiers compris entre -5 et 5.

4. Que remarque-t-on ? Expliquer.

79 Débattre DOMAINE 3 DU SOCLE

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

a. « Le produit de deux nombres relatifs est toujours supérieur à la somme de ces nombres. »

b. « Le produit de deux nombres relatifs est toujours égal au produit de leurs opposés. »

c. « Le carré d'un nombre est toujours positif. »

80 Évaluer un produit

Que vaut le produit de 2 017 facteurs tous égaux à (-1) ?

81 Évaluer une somme

1. Calculer astucieusement la somme :
$1 + (-2) + 3 + (-4) + 5 + (-6) + \ldots + 2\,015 + (-2\,016)$.

2. Calculer astucieusement la somme :
$(-1) + 2 + (-3) + 4 + (-5) + 6 + \ldots + (-2\,015) + 2\,016$.

82 Raisonner sur un long calcul

1. Soit $A = (+2) \times (-4) \times (+6) \times (-8) \times \ldots \times (-2\,016)$.

a. Quel est le signe de A ?

b. Quel est le chiffre des unités de A ?

2. Soit $B = (-1) \times (+3) \times (-5) \times (+7) \times \ldots \times (+2\,017)$.

a. Quel est le signe de B ?

b. Quel est le chiffre des unités de B ?

3. Donner le signe et le chiffre des unités de $A \times B$.

83 Découvrir le nombre d'or DOMAINE 5 DU SOCLE

Il existe un nombre que l'on appelle le nombre d'or. De tout temps, on lui a accordé de nombreuses propriétés. En architecture, certains prétendaient que pour qu'un bâtiment soit harmonieux, il fallait qu'il respecte cette proportion. Par exemple, le célèbre Parthénon est inscrit dans un rectangle d'or, c'est-à-dire que le quotient entre sa longueur et sa largeur est égal au nombre d'or.

Un programme de calcul permet d'obtenir des valeurs approchées de ce nombre.

- Débuter avec le nombre 1
- Calculer le quotient de 1 par ce nombre
- Ajouter 1
- Calculer le quotient de 1 par ce nombre
- Ajouter 1
- Et ainsi de suite...

En utilisant ce programme de calcul, déterminer l'arrondi au millième du nombre d'or.

On peut programmer cet algorithme avec un logiciel de programmation ou bien utiliser un tableur.

84 TRAVAIL EN GROUPE Créer un jeu

Créer un jeu de dominos utilisant les nombres entiers allant de -3 à $+3$.

1. Tracer sur une feuille (format A4) 28 dominos de dimensions 2,5 cm sur 5 cm.

2. Compléter chaque domino en inventant des calculs qui ont comme résultat un nombre entier entre -3 et $+3$. Par exemple, dans la grille suivante, le domino coloré en jaune sera remplacé par le domino ci-contre.

−3	−2	−1	0	1	2	3
−3	−3	−3	−3	−3	−3	−3
−2	−1	0	1	2	3	−1
−2	−2	−2	−2	−2	−2	−1
0	1	2	3	0	1	2
−1	−1	−1	−1	0	0	0
3	1	2	3	2	3	3
0	1	1	1	2	2	3

$(-4) \times 2 + 11$ | $5 - (-3) \times (-2)$

Créer ainsi chacun des 28 dominos nécessaires.

3. Jouer et que le meilleur gagne !

Dans les autres matières

85 Celsius ou Fahrenheit ?

En France, on exprime les températures en degrés Celsius, mais dans d'autres pays, comme la Grande-Bretagne ou les États-Unis, on utilise les degrés Fahrenheit.

Il est facile de convertir les températures d'une unité à une autre. Pour cela, en notant T_C la température exprimée en degrés Celsius et T_F la température exprimée en degrés Fahrenheit, on peut utiliser les formules suivantes :

$$T_F = 1{,}8 \times T_C + 32 \quad \text{et} \quad T_C = \frac{T_F - 32}{1{,}8}.$$

1. Voici plusieurs températures exprimées en degrés Celsius (°C), les exprimer en degrés Fahrenheit (°F) :

a. –20 °C **b.** 7 °C **c.** 15 °C
d. 34 °C **e.** 37 °C **f.** 100 °C

Il est possible de programmer une formule sur la calculatrice pour aller plus vite. Calculatrice 8

2. Voici plusieurs températures exprimées en degrés Fahrenheit (°F). Les exprimer en degrés Celsius (°C) en arrondissant le résultat au dixième si cela est nécessaire.

a. –13 °F **b.** 5 °F **c.** 14 °F
d. 41 °F **e.** 50 °F **f.** 100 °F

3. À l'aide de la calculatrice, trouver la température qui s'exprime avec le même nombre en degrés Celsius et en degrés Fahrenheit.

86 Substitue

For each of these calculations, the same number from the scale (–9 to +9) must go into both boxes. Complete the calculations.

a. $20 + \square = 6 \times \square$

b. $\square - 12 = 4 \times \square$

c. $\square \times 7 = -16 - \square$

d. $\square - 24 = 4 \times \square$

EPI

Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Sciences, technologie et société

Mathématiques & Sciences physiques & Technologie

Les appareils du quotidien

Notre environnement quotidien est truffé de technologie et de différents appareils qui nous aident à mieux vivre. L'informatique, les appareils scientifiques ou bien les appareils de navigation en sont quelques exemples. Nous les utilisons tous les jours, sans vraiment savoir comment ils fonctionnent.

Les communications par satellites

Projet

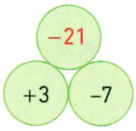
Étudier certains de ces appareils et essayer d'en approcher le fonctionnement. Ce sera l'occasion d'effectuer différents calculs sur des nombres relatifs qui permettront d'assimiler ces opérations.

Notions mathématiques : Opérations sur les relatifs

Jeux mathématiques

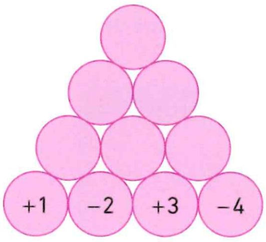
87 Les pyramides

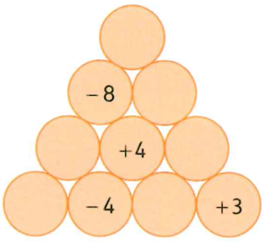
Dans cet exercice, le nombre contenu dans un cercle est le produit des deux nombres contenus dans les deux cercles situés en dessous. Par exemple,



car $(+3) \times (-7) = (-21)$.

Recopier et compléter les pyramides suivantes.





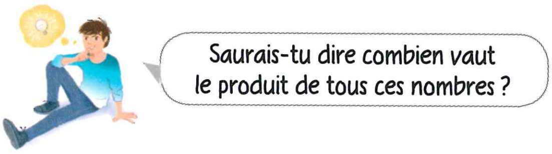
88 Le carré magique

Recopier et compléter le carré ci-dessous de sorte que les produits des nombres de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale soient égaux.

		0,8
	2	−6,25
5		

89 Défi !

La somme de 2 016 nombres entiers relatifs négatifs, tous différents de zéro, est égale à −2 017.



90 Énigme

Je suis un nombre décimal compris entre 1 et 9, ayant trois chiffres après la virgule.
Mon arrondi à l'unité est 7.
Mon chiffre des centièmes est égal à la moitié de celui de mes unités.
La somme de mes chiffres est égale à 18.
Mon chiffre des millièmes est différent de celui des centièmes, différent de celui des unités mais compris entre ces deux nombres.
Ma troncature au centième est égale à mon arrondi au centième. Qui suis-je ?

devoirs à la maison

91 Du nombre au quotient

Pacôme se demande s'il est possible de trouver une fraction égale au nombre $A = 1{,}3535353535...$ (où les chiffres 3 et 5 se suivent indéfiniment).
Pour l'aider, répondre aux questions suivantes.

1. a. Que vaut $100 \times A$?

b. À quel nombre est donc égal $100 \times A - A$?

c. En remarquant que $100 \times A - A$ est aussi égal à $99 \times A$, donner une fraction égale à A.

2. En reproduisant le même raisonnement, donner la fraction la plus simple possible égale au nombre :

a. $A = 27{,}159159159...$ (où les chiffres 1, 5 et 9 se suivent indéfiniment) ;

b. $B = 0{,}123412341234...$ (où les chiffres 1, 2, 3 et 4 se suivent indéfiniment) ;

c. $C = 3{,}142857142857...$ (où les chiffres 1, 4, 2, 8, 5 et 7 se suivent indéfiniment).

3. En s'inspirant éventuellement du travail précédent, trouver un quotient qui n'est pas un nombre décimal, dont l'arrondi au millième est égal à 5,627 et dont la troncature au millième est différente de l'arrondi au millième.

92 Chercher l'intrus

Chercher l'intrus parmi les nombres suivants.

$A = -7 - 3 \times \dfrac{-7}{4}$ $\quad B = 4 + \left(-3 + \dfrac{6}{-5}\right)$

$C = 17 - 5^2 \times (-4 + 3 \times 2)$ $\quad D = \dfrac{3 \times 4 + 10}{-7 - 3 \times (-2{,}5)}$

$E = (-2)^3 - 3 \times (1{,}2 - 2)$

$F = -4 - (-0{,}3 + 4 \times (2 + 0{,}5 \times 3) - 2) - 1$

93 Vrai ou faux ?

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

a. « Le produit de la somme de deux nombres relatifs par la différence de ces deux nombres relatifs est toujours négatif. »

b. « La différence entre le carré d'un nombre relatif et son cube est toujours négative. »

c. « Le carré de l'opposé d'un nombre relatif est toujours égal à l'opposé du carré de ce nombre. »

d. « Le cube de l'opposé d'un nombre relatif est toujours égal à l'opposé du cube de ce nombre. »

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Une machine à tronquer et arrondir !

Travailler sur les arrondis et les troncatures à l'aide d'un tableur.

40'

Difficulté mathématique — Difficulté technique

On veut créer une procédure qui permettra de donner très rapidement les troncatures et les arrondis d'un quotient à l'unité, au dixième, au centième et au millième.

A. Construction d'une feuille de calcul

1 Ouvrir une feuille de calcul d'un tableur et reproduire le tableau ci-dessous (22 et 7 sont des valeurs choisies pour le premier exemple, elles changeront par la suite).

	A	B	C	D	E
1	Numérateur	22			
2	Dénominateur	7			
3					
4		A l'unité	Au dixième	Au centième	Au millième
5	Troncature	3	3,1	3,14	3,142
6	Arrondi	3	3,1	3,14	3,143

2 a. En utilisant la fonction « ***Tronque*** » du tableur, saisir des formules dans les cellules **B5**, **C5**, **D5** et **E5** permettant de donner la troncature du quotient donné ci-dessus aux différents rangs donnés.
Tableur 1 et 6

b. De même, en utilisant la fonction « ***Arrondi*** » du tableur, saisir des formules dans les cellules **B6**, **C6**, **D6** et **E6** permettant de donner l'arrondi du quotient donné ci-dessus aux différents rangs donnés.
Tableur 1 et 6

c. À quel(s) rang(s) la troncature et l'arrondi de $\frac{22}{7}$ sont-ils différents ?

B. Utilisation d'une feuille de calcul

3 En utilisant la feuille de calcul obtenue, trouver un quotient inférieur à 1 et de dénominateur 7 tel que :
a. La troncature et l'arrondi au dixième, au centième et au millième sont égaux, mais sont différents à l'unité.

b. La troncature et l'arrondi à l'unité, au dixième et au centième sont égaux, mais ils sont différents au millième.

4 a. Trouver un quotient dont les troncatures et les arrondis à l'unité, au dixième, au centième et au millième sont tous égaux.

b. Trouver un quotient dont les troncatures et les arrondis à l'unité, au dixième, au centième et au millième sont tous différents.

5 a. Combien de fractions inférieures à 1 et de dénominateur égal à 23 ont les troncatures et les arrondis à l'unité, au dixième, au centième et au millième tous égaux ?

b. Combien de fractions inférieures à 1 et de dénominateur égal à 23 ont les troncatures et les arrondis à l'unité, au dixième, au centième et au millième tous différents ?

c. Comment peut-on expliquer ce résultat ?

2 Des carrés en cubes !

30' Utiliser le tableur pour répondre à un problème numérique.

Difficulté mathématique — Difficulté technique

1 Vérifier que l'égalité $14^2 - 13^2 = 3^3$ est vraie.

2 Pour trouver d'autres différences de carrés de deux nombres entiers consécutifs qui s'écrivent comme le cube d'un nombre entier, on va utiliser un tableur.

a. Ouvrir une feuille de calcul d'un tableur.

b. Dans la colonne **A**, à partir de la cellule **A1**, créer la liste des nombres entiers allant de 1 jusqu'à 500.
Tableur 3

c. Dans la cellule **B2**, saisir une formule permettant de calculer la différence du carré du nombre affiché dans la cellule **A2** et du carré du nombre affiché dans la cellule **A1**. Tableur 1

d. Copier cette formule dans la colonne **B** jusqu'à la cellule **B500**. Tableur 2

e. Créer la liste des nombres entiers allant de 1 à 20 dans la colonne **D** et calculer, dans la colonne **E**, le cube de chacun de ces nombres.

f. En comparant les listes des colonnes **B** et **E**, trouver trois autres différences de carrés de deux nombres entiers consécutifs qui s'écrivent comme le cube d'un nombre entier.

3 En utilisant la feuille de calcul obtenue, compléter si possible les égalités suivantes par des nombres entiers consécutifs. Lorsque cela est impossible, expliquer pourquoi.

a. $...^2 - ...^2 = 13^3$ b. $...^2 - ...^2 = 4\,913$ c. $...^2 - ...^2 = 28^3$

d. $...^2 - ...^2 = 15^3$ e. $...^2 - ...^2 = 21\,952$ f. $...^2 - ...^2 = 9\,261$

Pour aller plus loin : Peut-on trouver deux entiers consécutifs dont la différence des cubes est le carré d'un nombre entier ?

3 La conjecture de Syracuse (ALGO)

45' Programmer et tester la conjecture de Syracuse.

Difficulté mathématique — Difficulté technique

A. Sur papier ou avec une calculatrice

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre entier positif
  – Si ce nombre est pair, le diviser par 2
  – Si ce nombre est impair, le multiplier par 3 et ajouter 1 au résultat
- Recommencer avec le résultat obtenu

Par exemple, si on choisit le nombre 26 au départ :

26 est pair, on calcule donc $\frac{26}{2} = 13$

13 est impair, on calcule donc $13 \times 3 + 1 = 40$

40 est pair, on calcule donc $\frac{40}{2} = 20$ et ainsi de suite.

1 Continuer le programme de calcul précédent durant dix étapes encore. Que remarque-t-on ?

2 a. Appliquer ce programme de calcul à cinq nombres entiers positifs différents.

b. Quelle conjecture peut-on faire ?

B. Dans le logiciel Scratch

3 a. Programmer cet algorithme dans Scratch en utilisant une boucle avec une condition d'arrêt inspirée de la conjecture réalisée à la question 2.

Aide
Pour savoir si un nombre est pair, on teste si le reste de sa division par 2 est égal à 0 ou non.

b. À chaque étape, faire afficher pendant une seconde le nombre obtenu.

4 Tester ce programme sur de grands nombres. La conjecture précédente est-elle encore vérifiée pour ces nombres ?

1 Le code-barres des produits

► **À l'aide des documents, retrouver parmi les six codes-barres proposés dans le document 3 ceux qui sont corrects.**
Afin d'aller plus vite, programmer un algorithme permettant de le vérifier.

DOC 1 Le code-barres et sa signification

Aujourd'hui, les codes-barres sont sur tous les objets ou aliments du commerce. Ils permettent aux magasins d'identifier les objets que nous achetons. Dans la plupart des cas, c'est la norme EAN13 qui est utilisée pour définir ces codes-barres.
Chaque ensemble de chiffres a une signification :
en rouge, le code du pays ;
en bleu, le code du fabricant ou de l'entreprise ;
en vert, le code du produit ;
en violet, la clef de contrôle qui permet de vérifier si le code-barres est valide.

DOC 2 Calcul de la clé de contrôle

Pour trouver le dernier chiffre d'un code-barres EAN13, on utilise les 12 premiers chiffres. On multiplie le premier par 1, le second par 3, le troisième par 1, le quatrième par 3, etc., puis on ajoute tous les nombres obtenus.
On divise cette somme par 10.
On soustrait le reste de la division de 10 et on obtient la clé de contrôle (le 13e chiffre) du code-barres.
Par exemple, avec le code-barres du document 1, on calcule :
$4 \times 1 + 0 \times 3 + 0 \times 1 + 1 \times 3 + 7 \times 1 + 4 \times 3 + 3 \times 1 + 0 \times 3 + 2 \times 1 + 0 \times 3 + 0 \times 1 + 1 \times 3 = 34$
$34 : 10 = 3$ et il reste 4
$10 - 4 = 6$ *(qui est bien le 13e chiffre).*

DOC 3 Chercher les intrus !

2 018201 420150

9 782047 330265

1 471471 471474

5 156456 456458

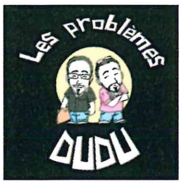
5 641894 565645

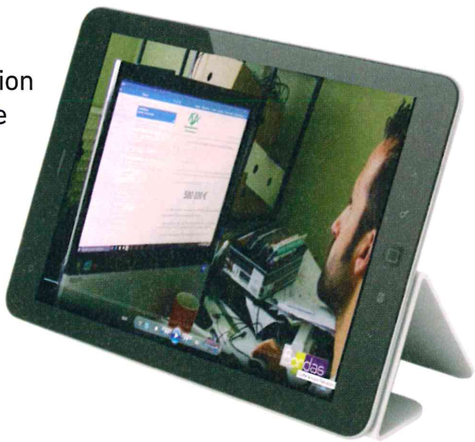
0 901200 729053

Remarque
À la fin du calcul, si on obtient 10, alors le 13e chiffre du code-barres est 0.

2 Les problèmes DUDU

Les DUDU reçoivent un mail avec une proposition alléchante de leur banque. Ils doivent choisir le mois où la promotion sera activée.
Peux-tu les aider ?





VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Plonger engendre des changements de pression liés à la profondeur. Ces changements respectent des lois faisant intervenir des calculs fractionnaires. Comment va évoluer le volume de ce sachet plein d'air si le plongeur descend ? Tu le sauras en fin de chapitre, p. 74.

Nombres en écritures fractionnaires

Attendus de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes
- Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire simple
2. Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire dans le cas général
3. Multiplier et diviser des nombres en écriture fractionnaire

cherchons ensemble

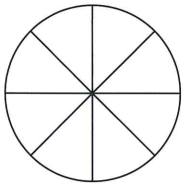
Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents

OBJECTIF 1

Dans un collège, on propose aux élèves de faire du football ou du badminton durant la pause de midi : $\frac{3}{8}$ des élèves ont choisi le football et $\frac{1}{4}$ des élèves a choisi le badminton, les autres élèves ne font pas de sport.

1 **a.** Reproduire le disque ci-contre qui représente la totalité des élèves.



b. Colorier en rouge la surface du disque qui représente la proportion d'élèves ayant choisi le football.

c. Colorier en vert la surface du disque qui représente la proportion d'élèves ayant choisi le badminton.

2 Quelle proportion d'élèves du collège fait du sport durant la pause de midi ?

3 Répondre à la question précédente en écrivant un calcul et en l'effectuant.

4 Quelle proportion d'élèves du collège ne fait pas de sport durant la pause de midi ?

5 À l'aide des réponses aux questions **2.** et **4.**, expliquer comment additionner deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents.

Activité 2 — Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire

OBJECTIF 2

Le professeur de mathématiques de Clara lui a demandé de calculer $\frac{5}{2}+\frac{4}{3}$ mais elle trouve cela difficile.

1 **a.** Écrire les cinq premiers multiples de 2 et les cinq premiers multiples de 3.

b. Quel nombre se trouve dans les deux listes ?

c. En déduire une écriture des fractions $\frac{5}{2}$ et $\frac{4}{3}$ avec le même dénominateur.

d. Calculer alors $\frac{5}{2}+\frac{4}{3}$.

2 En s'inspirant du travail fait à la question **1.**, calculer les sommes et les différences suivantes :

a. $\frac{2}{7}+\frac{1}{4}$ **b.** $\frac{8}{15}-\frac{1}{2}$ **c.** $\frac{5}{6}-\frac{2}{9}$ **d.** $\frac{9}{4}-\frac{1}{6}$ **e.** $\frac{1}{9}+\frac{5}{12}$

3 Quelle méthode semble-t-on pouvoir suivre pour calculer la somme ou la différence de deux fractions ?

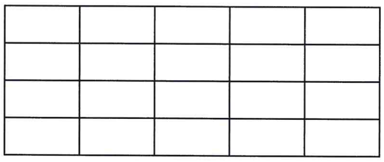
Activité 3

Multiplier des nombres en écriture fractionnaire

OBJECTIF 3

À Hixville, les transports en commun sont utilisés par les trois quarts de la population. Les deux cinquièmes de ces déplacements se font en tramway.

1 Représenter l'ensemble des déplacements par un rectangle (comme celui dessiné ci-dessous), puis colorier en rouge la part correspondant aux déplacements en transport en commun.



2 Hachurer la partie occupée par les déplacements en tramway.

3 Quelle fraction de l'ensemble des déplacements représentent les déplacements en tramway ?

4 Quel calcul peut-on effectuer pour obtenir le même résultat : $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$? $\frac{2}{5}-\frac{3}{4}$? $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$?

5 En déduire une méthode permettant de multiplier deux nombres en écriture fractionnaire.

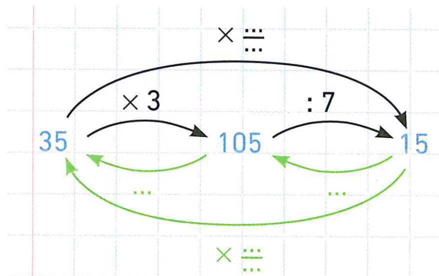
Activité 4

Diviser des nombres en écriture fractionnaire

OBJECTIF 3

Lucie a représenté ci-dessous ce programme de calcul :

- Multiplier par 3
- Diviser par 7



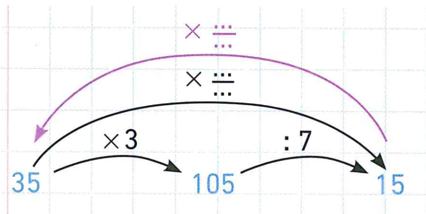
1 a. Recopier et compléter le schéma de Lucie.

b. Recopier et compléter les égalités suivantes :

$35 \times \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = 35$ donc $\frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \dots$ et $15 \times \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = 15$ donc $\frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \dots$

c. *Deux nombres dont le produit est égal à 1 sont dits « **inverses** » l'un de l'autre.*
À l'aide de la question b., donner deux nombres inverses l'un de l'autre, puis trouver un autre exemple d'un nombre et de son inverse.

2 a. Recopier et compléter le travail d'Eddy, le voisin de Lucie, portant sur le même programme de calcul :



b. En déduire :

- $15 \times \frac{\dots}{\dots} = 35$;
- $35 \times \frac{\dots}{\dots} = 15$;
- $15 : \frac{\dots}{\dots} = 35$;
- $35 : \frac{\dots}{\dots} = 15$.

c. Recopier et compléter la phrase suivante :
« Diviser par un nombre revient à … »

3 Calculer les divisions suivantes :

a. $15 : \frac{5}{4} = \dots$

b. $\frac{3}{4} : \frac{7}{5} = \dots$

c. $\frac{8}{9} : \frac{12}{15} = \dots$

d. $\frac{9}{15} : 6 = \dots$

cours

1 Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire

OBJECTIF 1

PROPRIÉTÉ Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur :
- on additionne (ou soustrait) leurs numérateurs ;
- on garde leur dénominateur.

a, b et c étant trois nombres relatifs (avec $c \neq 0$) :

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Exemples

- $\frac{-4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{-4+3}{5}=-\frac{1}{5}$
- $\frac{9}{7}-\left(-\frac{6}{7}\right)=\frac{9-(-6)}{7}=\frac{9+6}{7}=\frac{15}{7}$

Exemple

- Pour calculer $\frac{2}{5}+\frac{7}{15}$, on remarque que 15 est un multiple de 5.

On peut mettre les deux fractions au dénominateur 15 :

$$\frac{2}{5}+\frac{7}{15}=\frac{2\times 3}{5\times 3}+\frac{7}{15}=\frac{6}{15}+\frac{7}{15}=\frac{6+7}{15}=\frac{13}{15}$$

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire n'ayant pas le même dénominateur, on commence par les mettre au même dénominateur.

2 Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire dans le cas général

OBJECTIF 2

Exemples

- Pour calculer $\frac{3}{7}-\frac{1}{8}$, il faut écrire ces deux fractions avec le même dénominateur :

$$\frac{3}{7}-\frac{1}{8}=\frac{3\times 8}{7\times 8}-\frac{1\times 7}{8\times 7}$$
$$=\frac{24}{56}-\frac{7}{56}=\frac{24-7}{56}=\frac{17}{56}$$

Le produit des dénominateurs est toujours un dénominateur commun possible.

- Pour calculer $\frac{17}{9}+\frac{-5}{12}$, il faut écrire ces deux fractions avec le même dénominateur.

$$\frac{17}{9}+\frac{-5}{12}=\frac{17\times 4}{9\times 4}+\frac{-5\times 3}{12\times 3}$$
$$=\frac{68}{36}+\frac{-15}{36}=\frac{68+(-15)}{36}$$
$$=\frac{53}{36}$$

Dans cet exemple, on pourrait prendre comme dénominateur commun le résultat de 9×12, mais on préfère prendre un dénominateur plus petit en choisissant 36.

3 Multiplier et diviser des nombres en écriture fractionnaire

OBJECTIF 3

A Multiplication

PROPRIÉTÉ Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire :
- on multiplie leurs numérateurs entre eux ;
- on multiplie leurs dénominateurs entre eux.

a, b, c et d étant quatre nombres relatifs (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple

- $\frac{5}{8} \times \frac{9}{4} = \frac{5 \times 9}{8 \times 4} = \frac{45}{32}$

B Inverse d'un nombre

DÉFINITION Dire que deux nombres sont **inverses** l'un de l'autre signifie que leur produit est égal à 1.

Exemples

- $2 \times 0{,}5 = 1$. Les nombres 2 et 0,5 $\left(\text{ou } \frac{1}{2}\right)$ sont inverses l'un de l'autre.
- $7 \times \frac{1}{7} = 1$. Les nombres 7 et $\frac{1}{7}$ sont inverses l'un de l'autre.
- $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$. Les nombres $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{3}$ sont inverses l'un de l'autre.

PROPRIÉTÉ a et b étant deux nombres relatifs non nuls, l'inverse de a est $\frac{1}{a}$ et l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Exemples

- L'inverse de 9 est $\frac{1}{9}$. En effet, $9 \times \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$.
- L'inverse de $\frac{1}{6}$ est 6. En effet, $\frac{1}{6} \times 6 = \frac{6}{6} = 1$.
- L'inverse de $\frac{7}{6}$ est $\frac{6}{7}$. En effet, $\frac{7}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{42}{42} = 1$.

C Division

PROPRIÉTÉ Diviser par un nombre (non nul) revient à multiplier par son inverse.
a, b, c et d étant quatre nombres relatifs (avec b, c et d non nuls) :

$$\frac{a}{b} = a : b = a \times \frac{1}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples

- $\frac{2}{5} : \frac{7}{9} = \frac{2}{5} \times \frac{9}{7} = \frac{2 \times 9}{5 \times 7} = \frac{18}{35}$
- $\frac{12}{17} : \frac{4}{11} = \frac{12}{17} \times \frac{11}{4} = \frac{12 \times 11}{17 \times 4} = \frac{3 \times 4 \times 11}{17 \times 4} = \frac{33}{17}$

objectif 1 Additionner et soustraire

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Calculer $\dfrac{2}{7} + \dfrac{9}{21}$.

ÉTAPE 1

Pour additionner ces deux fractions, il faut les mettre au même dénominateur.
Ici, on peut choisir le dénominateur 21 car 21 est un multiple de 7.

$$\frac{2}{7} + \frac{9}{21} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} + \frac{9}{21}$$

ÉTAPE 2

On peut ensuite ajouter les deux fractions obtenues :

$$\frac{2}{7} + \frac{9}{21} = \frac{6}{21} + \frac{9}{21} = \frac{15}{21}$$

ÉTAPE 3

On peut chercher à simplifier le résultat :

$$\frac{15}{21} = \frac{15 : 3}{21 : 3} = \frac{5}{7}$$

Je m'entraine

CALCULER

1 Activités rapides

a. Calculer $1 + \dfrac{1}{4}$.

b. Calculer $\dfrac{7}{3} + \dfrac{2}{3}$, puis $\dfrac{7}{3} - \dfrac{2}{3}$.

c. Compléter : $\dfrac{7}{4} = 1 + \dfrac{\dots}{\dots}$.

*Pour les exercices **2** à **8**, effectuer les calculs en donnant le résultat sous forme fractionnaire.*

2 a. $\dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{5}$ b. $\dfrac{13}{9} - \dfrac{6}{9}$ c. $\dfrac{4}{17} + \dfrac{18}{17}$ d. $\dfrac{3}{8} + \dfrac{2}{8}$

3 a. $\dfrac{5}{7} - \dfrac{9}{14}$ b. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4}$ c. $\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{6}$ d. $\dfrac{5}{6} - \dfrac{8{,}5}{24}$

4 a. $\dfrac{6}{10} + \dfrac{5}{100}$ b. $\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{25}$ c. $\dfrac{23}{110} - \dfrac{4}{11}$ d. $\dfrac{1}{3} - \dfrac{11}{18}$

5 a. $\dfrac{5{,}4}{9} + \dfrac{11{,}2}{27}$ b. $\dfrac{23}{18} - \dfrac{2{,}1}{6}$ c. $\dfrac{3}{1{,}1} - \dfrac{3}{11}$ d. $\dfrac{1}{2{,}5} + \dfrac{1}{7{,}5}$

6 a. $2 + \dfrac{1}{4}$ b. $7 - \dfrac{2}{3}$ c. $1{,}6 + \dfrac{8}{9}$ d. $3 - \dfrac{25}{3}$

7 a. $4 - \dfrac{2}{7}$ b. $5 + \dfrac{9}{4}$ c. $\dfrac{19}{3} - 5$ d. $\dfrac{6}{5} + 2$

8 a. $4 + \dfrac{1}{4}$ b. $4 - \dfrac{1}{4}$ c. $3 + \dfrac{1}{3}$ d. $3 - \dfrac{1}{3}$

*Pour les exercices **9** à **12**, effectuer les calculs en donnant le résultat sous forme fractionnaire, puis simplifier le résultat quand cela est possible.*

9 a. $\dfrac{43}{10} + \dfrac{5}{10}$ b. $\dfrac{6}{12} + \dfrac{2}{24}$ c. $\dfrac{6}{5} + \dfrac{2}{15}$ d. $\dfrac{1}{30} + \dfrac{2}{3}$

10 a. $\dfrac{5}{6} + \dfrac{7}{18}$ b. $\dfrac{7}{3} - \dfrac{1}{12}$ c. $\dfrac{11}{20} + \dfrac{3}{4}$ d. $\dfrac{23}{18} - \dfrac{8}{18}$

11 a. $\dfrac{1}{10} + \dfrac{7}{5}$ b. $\dfrac{3}{2} + \dfrac{13}{2}$ c. $\dfrac{27}{16} - \dfrac{7}{16}$ d. $\dfrac{10}{24} + \dfrac{5}{6}$

12 a. $\dfrac{1}{13} + \dfrac{1}{39}$ b. $\dfrac{1}{13} - \dfrac{1}{39}$ c. $\dfrac{1}{17} + \dfrac{1}{51}$
d. $\dfrac{1}{17} - \dfrac{1}{51}$ e. $\dfrac{9}{15} + \dfrac{3}{5}$ f. $\dfrac{9}{15} - \dfrac{3}{5}$

13 Donner un encadrement de chacune des fractions $\dfrac{n}{d}$ entre deux entiers consécutifs a et b : $a < \dfrac{n}{d} < b$.
Puis recopier et compléter les égalités de la forme : $\dfrac{n}{d} = a + \dfrac{\dots}{d}$ et $\dfrac{n}{d} = b - \dfrac{\dots}{d}$.

Exemple avec $\dfrac{17}{5}$:

$$3 < \frac{17}{5} < 4.\quad \frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad \frac{17}{5} = 4 - \frac{3}{5}.$$

a. $\dfrac{1}{3}$ b. $\dfrac{9}{7}$ c. $\dfrac{53}{4}$ d. $\dfrac{23}{8}$ e. $\dfrac{55}{9}$
f. $\dfrac{2}{7}$ g. $\dfrac{27}{5}$ h. $\dfrac{64}{15}$ i. $\dfrac{47}{100}$ j. $\dfrac{27}{7}$

14 Effectuer les calculs en donnant le résultat sous forme fractionnaire, puis simplifier ce résultat, lorsque cela est possible.

a. $\dfrac{2}{7} + \dfrac{3}{14} - \dfrac{1}{21}$ b. $\dfrac{5}{6} - \dfrac{19}{3} + \dfrac{7}{18}$ c. $\dfrac{7}{4} + \dfrac{1}{16} - \dfrac{9}{2}$

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER · CALCULER · COMMUNIQUER

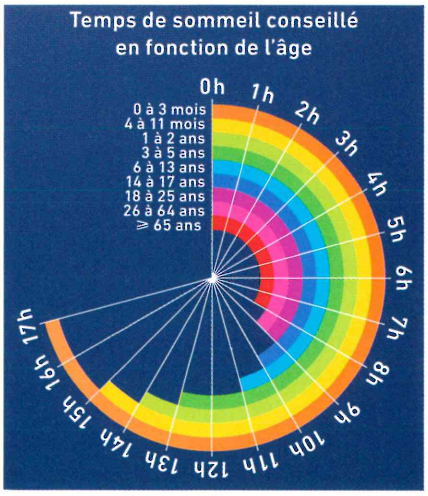
15 Les maths autour de moi

Au collège Sophie Germain, les élèves de 4e ont organisé un spectacle de fin d'année.
$\frac{3}{20}$ des élèves ont préparé une chorégraphie, $\frac{1}{10}$ des élèves a organisé une chorale, les autres ont choisi d'animer des jeux.

1. Quelle fraction d'élèves de 4e du collège a choisi de proposer une animation artistique ?
2. Quelle fraction des élèves de 4e de ce collège représente ceux qui animent des jeux ?

16 Dans un bois, la répartition des espèces d'arbres est la suivante : $\frac{1}{3}$ de chênes, $\frac{5}{18}$ de hêtres, le reste étant constitué de résineux (sapins, pins, etc.).
Donner la proportion de résineux dans ce bois.

17 Sur 24 heures, Tom, 13 ans, a dormi d'abord un tiers du temps, puis il s'est endormi en rentrant chez lui après les cours pendant un douzième de ce temps.
1. Quelle fraction des 24 heures Tom a-t-il dormi ?
2. Cela correspond-il au temps de sommeil conseillé pour un adolescent de son âge ?



Aide
Le graphique donne un temps de sommeil conseillé de 17 h pour un bébé de 0 à 3 mois.

18 Trois chats se précipitent sur une assiette de nourriture. Le premier dévore le quart de l'assiette, le deuxième en dévore les trois huitièmes.
1. Calculer la fraction de l'assiette dévorée par les deux premiers chats.
2. Quelle est la part du troisième chat ?

19 Dans la classe de 4e B, la moitié des élèves vient en bus, un dixième des élèves arrive en voiture et un cinquième des élèves vient à pied. Les autres élèves viennent à vélo.
1. Quelle fraction d'élèves de cette classe vient au collège en utilisant un véhicule à moteur ?
2. Quelle fraction d'élèves de cette classe vient au collège à pied ou à vélo ?
3. Quelle fraction d'élèves de cette classe vient au collège à vélo ?

20 Inventer un énoncé qui conduit au calcul : $\frac{3}{10} + \frac{2}{5}$.

21 TOP Chrono 5 min

Le tour de France 2015 comportait 21 étapes :
– neuf étapes de plaine ;
– des étapes accidentées ;
– des étapes de montagne ;
– une étape en contre-la-montre en individuel ;
– une étape en contre-la-montre par équipe.
1. Un septième des étapes était sur parcours accidenté contre trois septièmes en plaine. Combien y a-t-il eu d'étapes accidentées ?
2. Quelle fraction du nombre total d'étapes correspond aux étapes de montagne ?

objectif 2 Additionner et soustraire des

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Monsieur Julien doit vendre deux parcelles de son champ. La première parcelle représente deux cinquièmes du champ, la deuxième parcelle représente un douzième du champ.
Quelle fraction de son champ lui restera-t-il après avoir vendu ces deux parcelles ?

▶ **ÉTAPE 1**

On écrit le calcul à effectuer.

Il faut calculer : $1-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{12}\right)$.

▶ **ÉTAPE 2**

On commence par l'addition entre parenthèses. On écrit ces deux fractions à additionner avec le même dénominateur.
On cherche un nombre qui soit en même temps dans la table de 5 et dans la table de 12 : $5\times12=60$ convient.

$\frac{2}{5}=\frac{2\times12}{5\times12}=\frac{24}{60}$ et $\frac{1}{12}=\frac{1\times5}{12\times5}=\frac{5}{60}$

Alors $\frac{2}{5}+\frac{1}{12}=\frac{24}{60}+\frac{5}{60}=\frac{24+5}{60}=\frac{29}{60}$.

Monsieur Julien a vendu $\frac{29}{60}$ de son champ.

▶ **ÉTAPE 3**

On écrit le calcul à effectuer pour trouver la fraction de champ restant à Monsieur Julien après les ventes.

Il faut calculer : $1-\frac{29}{60}$.

▶ **ÉTAPE 4**

On écrit chaque terme de la différence sous forme de fractions de même dénominateur :

$1-\frac{29}{60}=\frac{60}{60}-\frac{29}{60}=\frac{60-29}{60}=\frac{31}{60}$.

▶ **ÉTAPE 5**

On conclut.

Il reste à Monsieur Julien $\frac{31}{60}$ de son champ.

Je m'entraine

= CALCULER

22  **Activités rapides**

a. Trouver un nombre qui soit à la fois dans la table de 6 et dans la table de 7.

b. Calculer $\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$.

c. Calculer $\frac{5}{6}-\frac{9}{7}$.

d. Calculer $\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{5}{6}-\frac{9}{7}\right)$.

23 Calculer :

a. $\frac{3}{9}+\frac{5}{2}$ **b.** $\frac{6}{7}-\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{7}{4}-\frac{9}{5}$

d. $\frac{3}{8}+\frac{1}{7}$ **e.** $\frac{-7}{3}+\frac{-1}{4}$ **f.** $\frac{2}{11}-\frac{3}{10}$

24 **1.** Recopier et compléter :

$\frac{5}{6}+\frac{3}{14}=\frac{5\times\ldots}{6\times\ldots}+\frac{3\times\ldots}{14\times\ldots}=\frac{\ldots}{42}+\frac{\ldots}{42}=\frac{\ldots}{42}$

2. Simplifier le résultat obtenu.

25 Calculer :

a. $\frac{1}{2}+\frac{7}{5}$ **b.** $\frac{8}{7}-\frac{7}{12}$ **c.** $\frac{2}{23}-\frac{11}{10}$ **d.** $-\frac{3}{4}-\frac{7}{9}$

26 **1.** Écrire la table de 4 et la table de 6 jusqu'à obtenir le plus petit multiple commun à 4 et à 6.

2. Calculer :

a. $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ **c.** $\frac{7}{4}-\frac{2}{6}$

d. $\frac{-11}{4}+\frac{-7}{6}$ **e.** $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$ **f.** $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$

27 **1.** Montrer que $\frac{7}{12}+\frac{4}{15}=\frac{153}{180}$.

2. Déterminer le plus petit multiple commun à 12 et à 15.

On pourra écrire le début de la table de 12 et le début de la table de 15.

3. Recalculer $\frac{7}{12}+\frac{4}{15}$ en utilisant ce plus petit multiple commun à 12 et à 15.

4. Vérifier que le résultat obtenu à la question **3.** est bien le même que celui obtenu à la question **1.**.

28 Calculer :

a. $\frac{2}{7}+\frac{1}{9}$ **b.** $\frac{8}{3}-\frac{3}{5}$ **c.** $\frac{15}{2}+\frac{-7}{3}$

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER RAISONNER COMMUNIQUER

29 Le rectangle ABCD est tel que $AB = \frac{17}{3}$ cm et $BC = \frac{4}{5}$ cm.
Calculer le périmètre de ce rectangle.

30 Le diagramme ci-dessous indique le circuit de vente d'un livre :

Source : www.unionpresse.fr

Indiquer, à l'aide d'une fraction simplifiée, la part qui revient aux magasins de presse.

31 Les maths autour de moi

La 21^{e} conférence des Nations unies sur les changements climatiques s'est tenue du 30 novembre au 11 décembre 2015 à Paris.

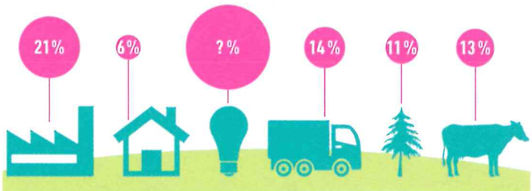
TOUS ENSEMBLE POUR LE CLIMAT

1. L'application COP21 a été téléchargée près de 10 000 fois dans différents pays :

Origine	France	Angleterre	États-Unis	Autres
Proportion	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{25}$	…	$\frac{29}{100}$

Quelle fraction des téléchargements correspond aux téléchargements américains ?

2. L'image ci-dessous indique comment se répartit la production humaine de gaz à effet de serre par secteurs :

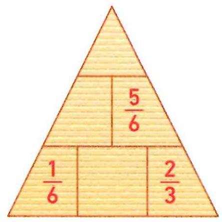


Exprimer, à l'aide d'une fraction simplifiée, la part de l'énergie (symbolisée par l'ampoule dans le schéma) dans l'émission de gaz à effet de serre.

32 ABC est un triangle. On sait que :
$AB = \frac{17}{10}$ cm ; $BC = \left(AB - \frac{1}{3}\right)$ cm ;
et $CA = \left(BC - \frac{11}{20}\right)$ cm.
1. Calculer BC.
2. Calculer CA.
3. Calculer le périmètre de ce triangle.

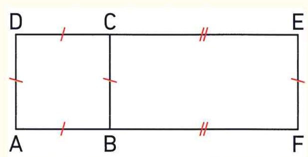
33 Carlotta a calculé qu'un tiers de ses étagères est occupé par des BD et que sept dixièmes de ces étagères contiennent des romans.
Mira, sa voisine, lui dit qu'elle se trompe.
Effectuer les calculs permettant de savoir qui a raison.

34 Recopier et compléter cette pyramide de façon à ce que le nombre figurant dans chaque case soit égal à la somme des nombres figurant dans les deux cases sur lesquelles elle repose.



35 TOP Chrono 10 min

On dispose côte à côte un carré ABCD de côté $\frac{2}{7}$ cm et un rectangle BCEF de côtés $\frac{2}{7}$ cm et $\frac{3}{8}$ cm. On obtient ainsi un « grand rectangle ».



La figure n'est pas à l'echelle.

1. Déterminer la longueur du chemin D → C → B → F.
2. Déterminer la longueur du chemin C → E → F → A.
3. Déterminer le périmètre du rectangle ADEF.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

1. Calculer $\frac{5}{12} \times \frac{3}{7}$.

2. Calculer $\frac{2}{3} : \frac{5}{28}$.

1. ▶ ÉTAPE 1

Pour multiplier deux fractions, on multiplie entre eux leurs numérateurs et leurs dénominateurs :
$\frac{5}{12} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{12 \times 7}$, soit $\frac{15}{84}$.

▶ ÉTAPE 2

La fraction obtenue après la multiplication peut être parfois simplifiée : $\frac{15}{84} = \frac{3 \times 5}{3 \times 28} = \frac{5}{28}$.

On aurait aussi pu simplifier avant de calculer :
$\frac{5}{12} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{12 \times 7} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3 \times 7} = \frac{5}{4 \times 7} = \frac{5}{28}$.

2. ▶ ÉTAPE 1

Pour diviser par une fraction, on multiplie par l'inverse de cette fraction.

Pour diviser par $\frac{5}{28}$, on multiplie par l'inverse de $\frac{5}{28}$, soit $\frac{28}{5}$:

$\frac{2}{3} : \frac{5}{28} = \frac{2}{3} \times \frac{28}{5} = \frac{2 \times 28}{3 \times 5}$.

▶ ÉTAPE 2

On conclut :

$\frac{2}{3} : \frac{5}{28} = \frac{56}{15}$.

Je m'entraine

CALCULER

36 Activités rapides

1. Calculer $\frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$, puis $\frac{2}{3} : \frac{3}{10}$.

2. Un triangle équilatéral a pour longueur de côté $\frac{9}{16}$ cm. On multiplie cette longueur par $\frac{8}{3}$.

a. Quelle est la longueur du côté du nouveau triangle obtenu ?

b. Quel est le périmètre de chaque triangle ?

37 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ **b.** $\frac{7}{11} \times \frac{9}{2}$ **c.** $\frac{6}{19} \times \frac{15}{7}$

d. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ **e.** $\frac{3}{8} \times \frac{7}{10} \times \frac{1}{5}$

38 Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{3}{7} \times \frac{8}{3}$ **b.** $\frac{2}{15} \times \frac{15}{11}$ **c.** $\frac{14}{23} \times \frac{1}{7}$

d. $\frac{2}{11} \times \frac{3}{4}$ **e.** $\frac{7}{8} \times \frac{1}{21}$ **f.** $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

39 Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{35}{26} \times \frac{13}{70}$ **b.** $\frac{45}{24} \times \frac{8}{9}$ **c.** $\frac{63}{36} \times \frac{12}{81}$ **d.** $\frac{32}{27} \times \frac{54}{28}$

40 Déterminer l'inverse de chacun de ces nombres :

a. $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{-3}{7}$ **c.** $\frac{15}{-5}$ **d.** $-\frac{8}{17}$ **e.** 5

41 Déterminer l'inverse de chacun de ces nombres :

a. $\frac{1}{0{,}7}$ **b.** $\frac{3}{7{,}2}$ **c.** $\frac{0{,}5}{2}$

d. $-\frac{7{,}5}{30}$ **e.** $1 + 2$ **f.** $1 + \frac{1}{2}$

42 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{3}{7} : \frac{4}{5}$ **b.** $\frac{6}{11} : \frac{5}{4}$ **c.** $\frac{11}{9} : \frac{1}{2}$

d. $\frac{15}{4} : 2$ **e.** $4 : \frac{7}{9}$ **f.** $\frac{3}{8} : \frac{5}{7}$

43 Calculer $x \times y$, puis $x : y$ et enfin $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y}$ dans chacun des cas suivants :

a. $x = \frac{6}{5}$ et $y = \frac{2}{3}$ **b.** $x = \frac{7}{9}$ et $y = \frac{7}{9}$

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER CALCULER COMMUNIQUER

44 1. Effectuer chaque calcul en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}$ b. $\frac{-3}{4}\times\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\right)$ c. $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}:\frac{5}{8}$

2. Quel est le calcul qui donne le plus grand résultat ?

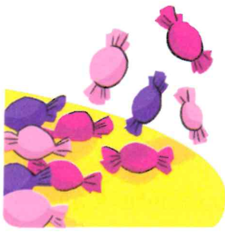
45 1. Soit un rectangle ABCD. On multiplie sa longueur et sa largeur par $\frac{6}{7}$ pour obtenir un rectangle EFGH.
Démontrer que le périmètre du rectangle EFGH est égal aux $\frac{6}{7}$ du périmètre du rectangle ABCD.

2. On multiplie la longueur du rectangle EFGH par $\frac{2}{3}$ et sa largeur par $\frac{5}{4}$ pour obtenir un nouveau rectangle IJKL.

a. Démontrer que l'aire du rectangle IJKL est égale aux $\frac{5}{6}$ de l'aire du rectangle EFGH.

b. Par quelle fraction faut-il multiplier l'aire du rectangle ABCD pour obtenir l'aire du rectangle IJKL ?

46 Coralie a décidé de donner le tiers de ses bonbons à sa sœur Amandine et la moitié du reste à son frère Thibault.
Expliquer par un calcul en quoi son partage est équitable.



47 Les $\frac{2}{5}$ des revenus d'un foyer sont utilisés pour payer le logement (y compris l'eau, le gaz et l'électricité), soit 900 euros.
À combien s'élèvent les revenus de ce foyer ?

48 **Les maths autour de moi**

Le scooter d'Eva consomme 3,05 L pour 100 km en ville. Cette consommation diminue de $\frac{1}{5}$ sur route. Calculer la consommation de ce scooter sur route.

49 On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Multiplier par $\frac{3}{7}$
- Ajouter 5
- Diviser par $\frac{1}{5}$

1. Appliquer ce programme de calcul au nombre 7.

2. Appliquer ce programme de calcul au nombre $\frac{28}{15}$.

3. On a appliqué ce programme de calcul à un nombre et on a eu 0 comme résultat. Quel était le nombre de départ ?

50 **Les maths autour de moi**

Les deux tiers des élèves d'un collège pratiquent un sport en club. Parmi ces élèves, les $\frac{3}{7}$ pratiquent un sport collectif, les autres pratiquent un sport individuel.

1. Quelle fraction des élèves de ce collège pratique un sport collectif en club ?

2. Parmi les élèves pratiquant un sport en club, quelle fraction pratique un sport individuel ?

3. Quelle fraction des élèves de ce collège pratique un sport individuel en club ?

4. Ce collège compte 630 élèves.
Déterminer le nombre d'élèves :

a. ne pratiquant pas de sport en club ;

b. pratiquant un sport collectif en club ;

c. pratiquant un sport individuel en club.

51 **TOP Chrono** 5 min

Recopier et compléter ces calculs :

$$\dots \xrightarrow{\times\frac{3}{4}} \dots \xrightarrow{-\frac{13}{2}} \dots$$

$$\dots \xrightarrow{\div\frac{7}{2}} 8 \xrightarrow{+\frac{13}{2}} \dots$$

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

		A	B	C
52	$\frac{6}{7} + \frac{3}{14} =$:	$\frac{9}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{15}{14}$
53	$\frac{2}{9} + \frac{3}{2} =$:	$\frac{31}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{11}$
54	$1 - \frac{7}{8} =$:	$-\frac{3}{4}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{8}$
55	$\frac{1}{4} \times \frac{3}{10} =$:	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{120}{40}$
56	$\frac{3}{8} : \frac{15}{64} =$:	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{45}{512}$

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1

Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire simple

57 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{2}{7} + \frac{8}{7}$ b. $\frac{8}{11} + \frac{4}{11}$ c. $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$ d. $\frac{23}{15} - \frac{18}{15}$

58 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{6}{7} + \frac{-5}{7}$ b. $\frac{-3}{14} + \frac{8}{14}$ c. $\frac{5}{8} - \frac{3}{-8}$ d. $\frac{-7}{-4} - \frac{7}{4}$

59 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{7}{10} + \frac{1}{100}$ b. $\frac{3}{25} + \frac{4}{75}$ c. $\frac{7}{15} - \frac{1}{60}$

60 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{-2}{11} + \frac{5}{22}$ b. $\frac{3}{-7} + \frac{-9}{35}$ c. $\frac{8}{13} + \frac{-5}{-39}$

61 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{3}{17} - \frac{-7}{51}$ b. $\frac{-11}{20} - \frac{7}{-100}$ c. $-3 - \frac{7}{12}$

62 Effectuer les calculs suivants :

a. $2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ b. $\frac{3}{2} - \frac{-7}{6} + \frac{1}{4}$ c. $\frac{2}{7} + \frac{5}{-14} - \frac{1}{28}$

63 Florian a cassé sa tirelire pour acheter des cadeaux à sa famille. Il va utiliser $\frac{3}{10}$ de son argent pour acheter un cadeau à sa mère et aimerait dépenser la même somme pour le cadeau de son père. Il a aussi prévu $\frac{1}{10}$ de son argent pour sa petite sœur et le reste pour sa grande sœur. Quelle fraction de son argent sera consacrée à l'achat du cadeau de sa grande sœur ?

objectif 2

Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire en général

64 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{3}{7} + \frac{1}{2}$ b. $\frac{2}{9} + \frac{15}{8}$ c. $\frac{9}{5} - \frac{12}{17}$ d. $\frac{8}{7} - \frac{1}{6}$

65 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{9}{7} + \frac{-8}{5}$ b. $\frac{-6}{11} + \frac{7}{2}$ c. $\frac{2}{-7} - \frac{4}{5}$ d. $-3 - \frac{-9}{4}$

66 Effectuer les calculs suivants :

a. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ b. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

Accompagnement personnalisé

67 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{2}{3} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{5}$ b. $\frac{-7}{4} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{5}{8}$ c. $-\frac{9}{7} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{2}$

68 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{3}{8} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{9}$ b. $\frac{2}{7} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{-9}{4}$ c. $\frac{5}{4} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{4}{5}$

69 Un triangle a pour côtés $\frac{9}{5}, \frac{9}{6}$ et $\frac{9}{7}$.

1. On note p le périmètre de ce triangle. Sans le calculer, montrer que :

$$\frac{27}{7} < p < \frac{27}{5}$$

2. Calculer le périmètre p.

3. Vérifier que la valeur obtenue est bien comprise entre $\frac{27}{7}$ et $\frac{27}{5}$.

70 Le triple saut consiste à parcourir la plus grande distance possible en trois sauts : d'abord un cloche-pied, puis une foulée bondissante et, pour finir, un saut en longueur.

Une triple sauteuse a parcouru $\frac{17}{50}$ de son saut avec le cloche-pied et $\frac{3}{10}$ de son saut avec une foulée bondissante.

À quelle fraction de son saut correspond la dernière partie, le saut en longueur ?

objectif 3

Multiplier et diviser des nombres en écriture fractionnaire

71 Effectuer les calculs suivants :

a. $3 \times \frac{7}{5}$ b. $\frac{8}{7} \times 2$ c. $-5 \times \frac{4}{3}$ d. $6 \times \frac{-3}{11}$

72 Calculer :

a. $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ b. $\frac{9}{11} \times \frac{8}{7}$ c. $\frac{45}{7} \times \frac{2}{9}$ d. $\frac{6}{7} \times \frac{1}{13}$

73 Effectuer chaque calcul en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{15}{8} \times \frac{1}{5}$ b. $\frac{9}{17} \times \frac{34}{5}$ c. $\frac{2}{7} \times \frac{9}{8}$ d. $8 \times \frac{7}{64}$

74 Effectuer chaque calcul en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{-16}{7} \times \frac{-1}{4}$ b. $\frac{5}{-6} \times \frac{2}{3}$ c. $\frac{9}{2} \times \frac{7}{-18}$

d. $\frac{5}{4} \times \frac{-2}{-15}$ e. $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$ f. $\frac{8}{5} \times \left(\frac{-7}{24}\right)$

75 Effectuer chaque calcul en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{48}{69} \times \frac{23}{96}$ b. $\frac{54}{51} \times \frac{17}{9}$ c. $\frac{63}{28} \times \frac{56}{45}$

76 Lorsque cette vis tourne de $\frac{7}{5}$ de tour, elle avance de $\frac{2}{3}$ de mm.

De combien de mm avance-t-elle lorsqu'on la tourne de trois tours ?

77 Déterminer l'inverse de chacun des nombres suivants :

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{3}{2}$ c. 6 d. -15

e. 1 f. $-\frac{7}{5}$ g. $\frac{-6}{11}$ h. $\frac{4}{-13}$

78 Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{2}{5} : \frac{9}{11}$ b. $\frac{3}{7} : \frac{8}{13}$ c. $\frac{5}{8} : \frac{9}{17}$

d. $\frac{3}{2} : \frac{7}{5}$ e. $3 : \frac{2}{7}$ f. $\frac{15}{4} : 7$

79 Effectuer chaque calcul en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{78}{36} : \frac{13}{72}$ b. $\frac{54}{74} : \frac{36}{37}$ c. $\frac{125}{81} : \frac{75}{108}$

80 Effectuer chaque calcul en donnant le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{-45}{36} : \frac{5}{-9}$ b. $-\frac{7}{5} : \frac{9}{50}$ c. $\frac{16}{7} : \frac{-12}{21}$

d. $\frac{-3}{-4} : \frac{-5}{-28}$ e. $\frac{-11}{8} : \frac{33}{12}$ f. $\frac{7}{2} : \frac{(-3)}{4}$

81 Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $2 \times \dots = \frac{3}{7}$ b. $\dots \times 3 = \frac{5}{4}$ c. $6 : \dots = \frac{2}{9}$

d. $\dots : 5 = \frac{9}{4}$ e. $\frac{7}{5} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{4}$ f. $\frac{6}{7} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{3}$

82 Chloé se demande si un tiers de trois quarts d'heure est plus long que deux cinquièmes d'une demi-heure. Aider Chloé à répondre à cette question !

Je résous des problèmes

Objectifs 1 2 3

83 Choisir la bonne opération

Recopier, puis compléter chaque opération avec le signe qui convient :

a. $\frac{2}{7} \ldots \frac{3}{8} = -\frac{5}{56}$ b. $\frac{5}{4} \ldots \frac{12}{25} = \frac{3}{5}$ c. $2 \ldots \frac{1}{9} = \frac{17}{9}$

d. $\frac{9}{7} \ldots \frac{2}{3} = \frac{41}{21}$ e. $\frac{15}{8} \ldots \frac{3}{7} = \frac{35}{8}$ f. $5 \ldots \frac{3}{4} = \frac{20}{3}$

84 Calculer une fraction de fraction DOMAINE 2 DU SOCLE

Les trois quarts des joueurs de *Minecraft* ont entre 18 et 29 ans. Parmi ceux-là, les deux tiers ont au moins 25 ans.

Quelle est la fraction des joueurs de *Minecraft* qui ont entre 25 et 29 ans ?

85 Calculer une proportion DOMAINE 5 DU SOCLE

• La superficie de la France métropolitaine représente $\frac{55}{1\,018}$ de la superficie de l'Europe.

• La superficie de l'Europe représente $\frac{509}{7\,450}$ de la superficie de l'ensemble des continents.

À quelle fraction de la superficie de l'ensemble des continents la superficie de la France correspond-elle ?

Donner le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

86 Calculer avec des proportions DOMAINE 5 DU SOCLE

Suzy aime faire des farces. Elle a modifié la recette de ce délicieux gâteau au chocolat pour huit personnes.

Ingrédients

- $\frac{4}{3} \times t$ de chocolat noir
- 4 œufs
- $\frac{5}{6} \times t$ de beurre
- $\frac{4}{3} \times t$ de sucre en poudre
- $\frac{2}{3} \times t$ de farine
- 1 sachet de levure

avec $t = 150$ g

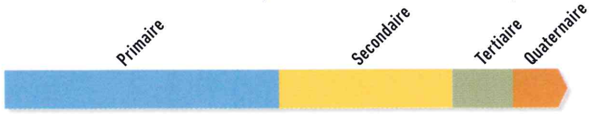
1. Réécrire cette recette avec les quantités de chocolat, beurre, sucre et farine écrites en gramme.

2. Réécrire cette recette à la façon de Suzy en l'adaptant pour six personnes.

87 Calculer avec des pourcentages

Depuis que la Terre existe, l'ère primaire correspond à $\frac{27}{50}$ du temps qui s'est écoulé.

L'ère secondaire correspond à $\frac{37}{109}$ de ce temps et l'ère tertiaire occupe 11,6 % de ce temps.



Écrire le calcul permettant de donner la fraction de ce temps qui correspond à l'ère quaternaire dans laquelle nous vivons.

88 Chercher

À 130 km/h, une voiture consomme en moyenne 8 litres d'essence pour 100 km.

En roulant à 110 km/h, sa consommation est réduite de $\frac{3}{16}$.

Calculer la consommation moyenne de cette voiture lorsqu'elle roule à 110 km/h.

89 Résoudre un problème

Grégoire utilise la moitié de l'espace mémoire de sa clé USB de 64 Go pour stocker des vidéos envoyées par Gus. Ensuite, il remplit le tiers de l'espace mémoire restant avec des fichiers musicaux de Béa. Pour finir, il remplit les trois quarts de l'espace encore libre avec des photos fournies par Julien.

1. Comment sait-on que la clé USB de Grégoire n'est pas encore pleine ?

2. Combien d'espace reste-t-il sur cette clé ?

90 Modéliser

1. Écrire $\frac{145}{16}$ comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction plus petite que 1.

2. Quel est le nombre maximum de rondes que l'on peut mettre dans une partition pour remplacer 145 doubles-croches ♪ qui se suivent ?

En musique, une ronde correspond à deux blanches, quatre noires, huit croches et seize doubles-croches.

92 Raisonner avec des pourcentages

Selon les langues, une même lettre peut apparaitre plus ou moins fréquemment. En français, la lettre « E » apparait dans 15,87 % des cas alors qu'en anglais, elle apparait dans 12,56 % des cas.
Dans un texte français, sur 2 500 lettres, la lettre « M » apparait en moyenne 81 fois.
Pour obtenir sa fréquence d'apparition en anglais, il faut multiplier la fréquence en français par $\frac{65}{81}$.
Dans un texte écrit en anglais contenant 500 lettres, combien de fois la lettre « M » apparaitra-t-elle en moyenne ?

93 Chercher avec des lettres

On considère trois nombres A, B et C.
On sait que $A = 10$ et $B = 35$.
Déterminer le nombre C vérifiant la condition suivante : l'inverse de C est égal à la somme de l'inverse de A et de l'inverse de B.

94 Communiquer un résultat DOMAINE 5 DU SOCLE

La crue de la Seine de 1910 a été la plus importante du XXe siècle.
Précédemment, seule celle de 1658 avait été plus importante !
En janvier 1924, date de la deuxième crue la plus importante du XXe siècle avec 7,28 m, l'eau a atteint les $\frac{26}{31}$ de la cote atteinte en 1910.

Quelle hauteur d'eau la crue de 1910 a-t-elle atteint ?

95 Communiquer avec le vocabulaire adapté

DOMAINE 1 DU SOCLE

On donne les fractions suivantes :
$$\frac{3}{7},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{11},\ \frac{4}{5}\ \text{et}\ \frac{13}{9}.$$
Dans chaque cas, choisir deux fractions différentes dans la liste précédente pour former :
a. la plus grande somme ;
b. le plus grand quotient ;
c. le plus petit produit ;
d. la plus grande différence.

96 Raisonner avec des fractions DOMAINE 3 DU SOCLE

1. Depuis janvier 2010, la tour la plus haute du monde est la tour *Burj Khalifa* avec 828 m.
Elle est $\frac{138}{7}$ fois plus haute que la tour *Home Insurance Building* de Chicago, qui détenait le record en 1890 !
Quelle était la hauteur de la tour la plus haute en 1890 ?

2. Ce record devrait être battu en 2018 avec une tour $\frac{250}{207}$ fois plus haute que la tour *Burj Khalifa*. Il s'agira de la tour *Kingdom Tower*, en Arabie Saoudite.
Quelle sera la hauteur de la tour *Kingdom Tower* ?

97 Communiquer une réponse DOMAINE 1 DU SOCLE

En téléchargeant une application smartphone, Clara a observé cette image.

Parmi les fractions suivantes, quelle est celle qui se rapproche le plus de la proportion de « 5 étoiles » par rapport à l'ensemble des votes ?

a. $\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{3}{2}$ **c.** $\frac{3}{4}$ **d.** $\frac{13}{20}$ **e.** $\frac{11}{19}$

98 Raisonner à partir d'un texte

L'émoticone le plus utilisé en France est le cœur (❤). Il est utilisé dans $\frac{11}{20}$ des cas, soit 4 fois plus que la moyenne d'utilisation d'un émoticone.
Le plus utilisé ensuite est le « happy face » (😄), dont l'utilisation représente $\frac{22}{45}$ de ce qui reste.

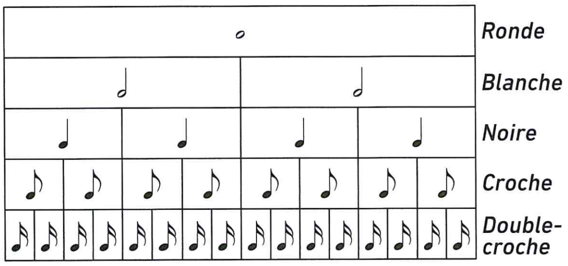
1. Quelle est la moyenne d'utilisation d'un émoticone ?
2. Quelle fraction représente l'usage du « happy face » 😄 ?

99 Calculer

En moyenne en France, on passe $\frac{17}{80}$ des 24 heures d'une journée sur Internet.
Ce temps se répartit en $\frac{4}{5}$ sur un ordinateur et $\frac{1}{5}$ sur un smartphone.
Quelle fraction d'une journée de 24 h passe-t-on en moyenne sur Internet :
a. avec un ordinateur ? **b.** avec un smartphone ?

Dans les autres matières

100 En avant la musique !



En musique, une ronde correspond à deux blanches, quatre noires, huit croches et seize doubles-croches.

1. Exprimer les combinaisons de notes suivantes en fractions de ronde :

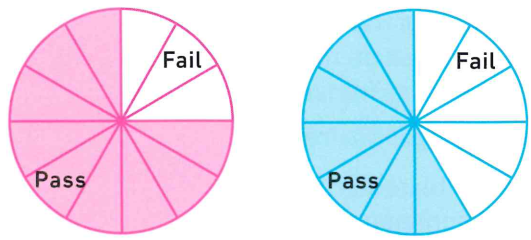
a. ♪♪♪ b. 𝅗𝅥♩𝅘𝅥𝅯 c. 𝅗𝅥𝅘𝅥𝅯𝅘𝅥𝅯𝅘𝅥𝅯 d. 𝅗𝅥𝅗𝅥𝅗𝅥

2. Sans utiliser la ronde, trouver une combinaison correspondant à $\frac{15}{4}$ 𝅝.

3. Que faut-il ajouter à 𝅗𝅥♩♪𝅘𝅥𝅯 pour avoir l'équivalent de 𝅝 ?

101 Pie charts

These pie charts show the results of a cycling test.



1. The number of boys who fail to the test is 15. How many boys pass the test ?

2. The text is taken by the same number of girls as boys. This two-way table shows that 15 boys fail the test. Complete the table.

	Boys	Girls
Pass		
Fail		

Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Langues et culture de l'Antiquité

Mathématiques & Histoire

Le mystère de numération des Babyloniens

Depuis l'Antiquité, différents systèmes de numération se sont succédés pour finalement donner naissance au système décimal de position que nous connaissons.

Le système cunéiforme des Babyloniens s'appuyait sur une décomposition en base 60, y compris pour la partie décimale d'un nombre.

Valeur décimale	Écriture babylonienne cunéiforme	Décomposition en base 60
1		1×1
17		17×1
44		44×1
60		$1 \times 60 + 0 \times 1$
85		$1 \times 60 + 25 \times 1$
3 600		$1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 0 \times 1$
11 327		$3 \times 60^2 + 8 \times 60 + 47 \times 1$
7000, 2525		$1 \times 60^2 + 56 \times 60 + 40 \times 1 + \frac{15}{60} + \frac{6}{60^2}$

Exemples de nombres écrits en numérotation babylonienne sexagésimale

Projet

Présenter le système de numération cunéiforme et le mode d'écriture des nombres entiers et décimaux. Prolonger avec la présentation des calculs actuels sur les durées.

Notions mathématiques : Calculs avec des nombres en écriture fractionnaire • Numérations

Jeux mathématiques

102 Les dés

Matériel : deux dés classiques de couleurs différentes : un bleu et un rouge, par exemple.

Règle du jeu : On lance les deux dés et on multiplie le nombre affiché sur le dé rouge par l'inverse de celui qui est affiché sur le dé bleu.

Exemple :

 et  donne $4 \times \frac{1}{6}$, soit $\frac{2}{3}$.

On lance les dés une première fois et on note le nombre obtenu.

On lance les dés une deuxième fois et on note à nouveau le nombre obtenu.

– Si le premier nombre est plus grand que le deuxième : on les ajoute.

– Si le premier nombre est plus petit que le deuxième : on les divise $\left(\frac{\text{premier nombre}}{\text{deuxième nombre}}\right)$.

– Si les deux nombres sont égaux : on les multiplie entre eux.

Le vainqueur est celui qui obtient le plus grand résultat à l'issue du deuxième tour.

103 Défi !

On sait que $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 362\,880$.

Soit la fraction $\frac{A}{362\,880}$, où A est le plus petit nombre entier divisible à la fois par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

Es-tu capable de donner l'inverse de cette fraction sous sa forme la plus simplifiée possible ?

104 Énigme

À partir de la suite de nombres 1, 2, 4, 8, 16, … où chaque nombre est le double du précédent, on construit les calculs suivants :

– ***premier calcul :*** $A = 1$;

– ***deuxième calcul :*** $B = 1 + \frac{1}{2}$;

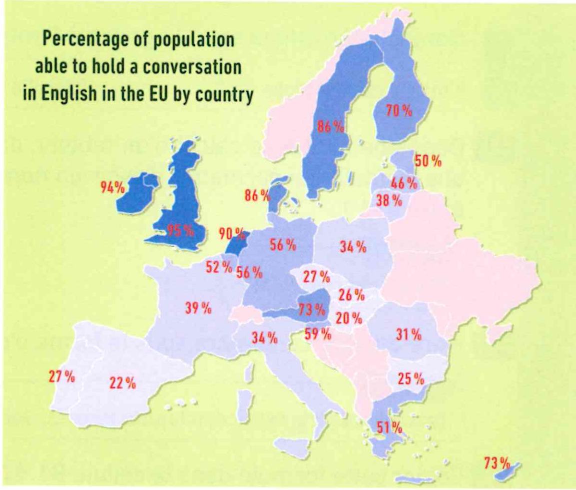
– ***troisième calcul :*** $C = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.

Combien de calculs faudra-t-il effectuer pour obtenir une fraction supérieure à $\frac{199}{100}$?

devoirs à la maison

105 In English

1. De quoi est-il question dans ce document ?



2. Au 1er janvier 2015, la population française s'élevait à 64,2 millions d'habitants.
D'après ce document, combien de Français pouvaient tenir une conversation en anglais en 2015 ?

3. En Finlande, 3 850 000 personnes pouvaient tenir une conversation en anglais en 2015.
D'après les informations fournies, combien y avait-t-il d'habitants en Finlande au 1er janvier 2015 ?

106 L'algorithme de Héron d'Alexandrie

1. a. Trouver un nombre dont le carré est égal à 9.

b. Trouver un nombre dont le carré est égal à 49.

2. Il n'existe pas de nombre décimal dont le carré est égal à 2. L'algorithme de Héron permet néanmoins d'en calculer une valeur approchée.

a. Effectuer les calculs successifs suivants avec $A = 2$ en donnant les résultats sous forme de fractions simplifiées :

- $B = \frac{1}{2} \times \left(A + \frac{2}{A}\right)$
- $C = \frac{1}{2} \times \left(B + \frac{2}{B}\right)$
- $D = \frac{1}{2} \times \left(C + \frac{2}{C}\right)$

b. À l'aide d'une calculatrice, donner une valeur approchée à 0,000 001 près de $E = \frac{1}{2} \times \left(D + \frac{2}{D}\right)$.
Vérifier alors que E^2 est une valeur proche de 2.

avec un logiciel

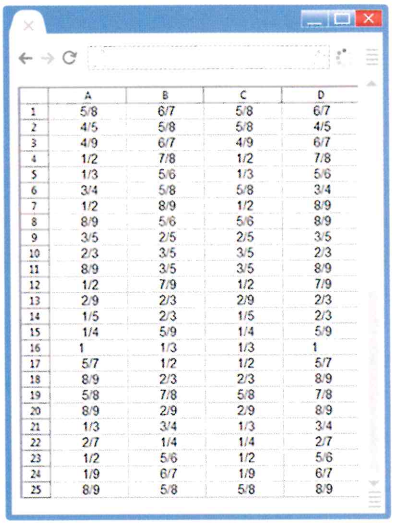
Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Fractions aléatoires

Conjecturer une propriété grâce à l'utilisation d'un tableur.

30'

Difficulté mathématique — Difficulté technique



	A	B	C	D
1	5/8	6/7	5/8	6/7
2	4/5	5/8	5/8	4/5
3	4/9	6/7	4/9	6/7
4	1/2	7/8	1/2	7/8
5	1/3	5/6	1/3	5/6
6	3/4	5/8	5/8	3/4
7	1/2	8/9	1/2	8/9
8	8/9	5/6	5/6	8/9
9	3/5	2/5	2/5	3/5
10	2/3	3/5	3/5	2/3
11	8/9	3/5	3/5	8/9
12	1/2	7/9	1/2	7/9
13	2/9	2/3	2/9	2/3
14	1/5	2/3	1/5	2/3
15	1/4	5/9	1/4	5/9
16	1	1/3	1/3	1
17	5/7	1/2	1/2	5/7
18	8/9	2/3	2/3	8/9
19	5/8	7/8	5/8	7/8
20	8/9	2/9	2/9	8/9
21	1/3	3/4	1/3	3/4
22	2/7	1/4	1/4	2/7
23	1/2	5/6	1/2	5/6
24	1/9	6/7	1/9	6/7
25	8/9	5/8	5/8	8/9

1 Dans une feuille de calcul d'un tableur, dans la cellule **A1**, saisir une formule qui permettra d'avoir un nombre au hasard compris entre 0 et 1.

> **Aide**
> Utiliser la fonction ALEA().

2 Faire afficher ce nombre sous la forme d'une fraction.

> **Aide**
> Dans le format de la cellule, dans la partie Nombres, choisir Fractions.

3 Copier cette formule dans la cellule **B1**. Tableur 2

4 Dans la cellule **C1**, afficher le plus petit des deux nombres affichés dans les cellules **A1** et **B1**.

5 Dans la cellule **D1**, afficher le plus grand des deux nombres affichés dans les cellules **A1** et **B1**.

> **Aide**
> On pourra utiliser les fonctions MIN() et MAX().

6 Recopier les cellules **A1**, **B1**, **C1** et **D1** jusqu'à la 1 000e ligne.

7 **a.** Sélectionner les 1 000 valeurs des colonnes **C** et **D** et créer un graphique en Nuage de points. Tableur 6
b. Quelle forme géométrique peut-on percevoir ?
c. Pourquoi les points sont-ils regroupés de cette façon ?

8 **a.** Calculer la moyenne des 1 000 valeurs de la colonne **C**.
b. Calculer la moyenne des 1 000 valeurs de la colonne **D**.

9 Faire varier les valeurs aléatoires (CTRL + MAJ + F9 ou F9 selon le logiciel utilisé), et noter ce qu'il y a de particulier.

10 Conjecturer une estimation de la valeur moyenne des 2 000 nombres des colonnes **C** et **D**, puis la programmer sur la feuille de calcul.

2 Des triangles et des fractions

Observer des propriétés dans le triangle et formuler des conjectures.

45'

Difficulté mathématique — Difficulté technique

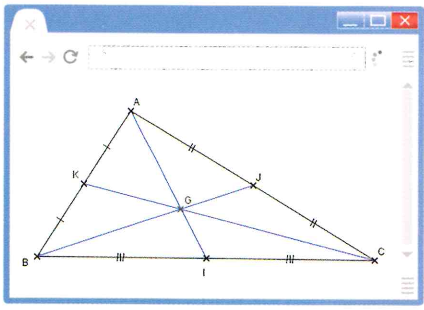
A. Des droites dans un triangle

Dans un logiciel de géométrie dynamique

1 Tracer un triangle ABC. GeoGebra 7

2 **a.** Placer les points I, J et K milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].
b. Tracer les segments [AI], [BJ] et [CK].

3 On observe que ces trois segments se coupent en un seul point (on dit qu'ils sont concourants). Placer ce point et le nommer G.



4 Afficher les longueurs GI et GA. GeoGebra 16

5 Déplacer les points A, B et C. Quelle conjecture peut-on faire ?

6 Afficher les longueurs GJ, GB, GK et GC et déplacer les points A, B et C. Quelle conjecture peut-on faire ?

7 Recopier et compléter cette phrase :
« Le point G semble être situé aux ..... de chaque médiane en partant du sommet du triangle. »

B. À propos d'aires

8 Tracer les triangles AKC et BKC, puis afficher les aires des triangles ABC, AKC et BKC. GeoGebra 17

9 Que peut-on conjecturer ? Prouver cette conjecture.

3 L'algorithme de Héron d'Alexandrie ALGO

20'

Programmer un algorithme pour déterminer le côté d'un carré dont on connait l'aire.

Difficulté mathématique Difficulté technique

L'algorithme de Héron d'Alexandrie permet de déterminer la longueur du côté d'un carré d'aire donnée. Si le nombre A est une valeur approchée du côté de ce carré, alors on peut calculer le nombre B :

$$B = \frac{1}{2} \times \left(A + \frac{\text{aire}}{A}\right)$$, **B est une meilleure valeur approchée du côté du carré que A.**

Lorsque la valeur B est calculée, on la réutilise comme valeur de départ 'A' et on recommence jusqu'à ce que l'écart entre A et B soit plus petit que la précision souhaitée. Par exemple, pour une aire égale à 2 :

A	2	1,5	...
B	1,5	...	...

Si l'aire du carré est de 2 cm^2, on obtiendra par ce procédé une valeur approchée du côté : 1,41 cm.
Si l'aire est de 3 cm^2, on obtiendra par ce procédé une valeur approchée du côté : 1,73 cm.

1 Créer deux variables A et B.

2 a. Initialiser la variable A à 2.

Aide
On utilisera 

b. Affecter à la variable B la valeur calculée avec la formule : $B = \frac{1}{2} \times \left(A + \frac{2}{A}\right)$.

3 Affecter à la variable A la valeur calculée B et recommencer le calcul.

4 Répéter ces opérations avec un critère pour arrêter les calculs.
On peut convenir d'arrêter les calculs dès que $A - B < 0{,}001$, par exemple.

Aide
On pourra utiliser ici 

5 Modifier ce programme pour qu'il permette de calculer le côté d'un carré dont l'utilisateur saisirait l'aire au départ.

tâches complexes

1 Une plongée explosive

Un ballon ayant un volume d'un litre flotte à la surface de l'eau. Un plongeur le fait descendre sous l'eau à l'aide d'un poids jusqu'à 10 m, puis 20 m.
Lorsque le volume du ballon est réduit au tiers de son volume initial, une explosion retentit sur une plateforme pétrolière à 5 000 m du bateau en surface.

▶ **Qui entend l'explosion en premier : le plongeur ou le capitaine du bateau ? Avec combien de secondes d'avance ?**

DOC 1 Le bar

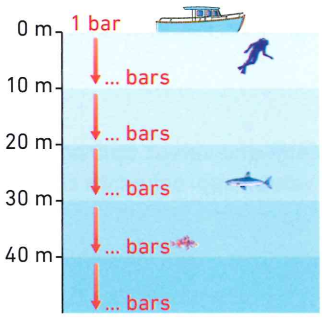
Le **bar** est une unité de mesure de pression : 1 bar = 10^5 Pa. Cette unité est très utile car une pression de 1 bar correspond à la pression atmosphérique moyenne au niveau de la surface de la mer.

DOC 2 La loi de Boyle-Mariotte

Cette loi décrit les effets de la pression du gaz. Elle a été énoncée par les chimistes Boyle et Mariotte qui ont constaté, qu'à température constante, le produit de la pression p par le volume V d'un gaz ne varie pas : $p \times V =$ constante.

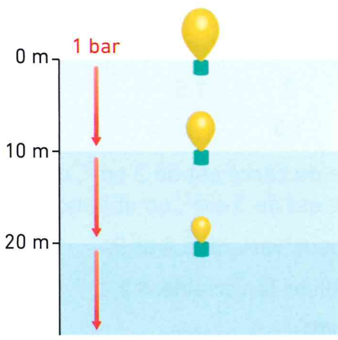
DOC 3 Augmentation de la pression

Dans l'eau, la pression augmente d'un bar tous les dix mètres.



- Vitesse du son dans l'eau : 1 480 m/s.
- Vitesse du son dans l'air : 340 m/s.

DOC 4 Effet de la profondeur sur les gaz



2 Les problèmes DUDU

Dans cette vidéo, les DUDU construisent un tipi. Pour en sceller les pieds, ils doivent faire du ciment. Peux-tu les aider ?

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Les microscopes électroniques permettent d'observer des éléments de très petites tailles, comme des grains de sable, en effectuant des grossissements très importants. Mais en fin de chapitre, p. 94, tu n'auras besoin que d'une calculatrice pour pouvoir estimer le poids total d'une dune de sable !

Puissances

Attendu de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Connaitre et utiliser la notation puissance
2. Calculer avec des puissances de 10
3. Utiliser la notation scientifique

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Découvrir la notation des puissances

OBJECTIF 1

Le 1er avril, Lucie entend à la radio que son groupe préféré va donner un concert dans sa ville. Elle envoie immédiatement un message à trois copines pour les informer de cet évènement.
Le 2 avril, chacune des trois copines envoie à son tour un message à trois autres copines pour les avertir. Et ainsi la nouvelle se propage rapidement : dès qu'une personne l'apprend, elle en informe trois autres le lendemain.

1 Combien de nouvelles personnes apprennent l'information le 2 avril ? le 3 avril ? le 4 avril ? le 5 avril ?

2 Quel calcul permet de trouver combien de nouvelles personnes apprennent l'information le 10 avril ? Écrire seulement le calcul sans l'effectuer.

3 Quel calcul permet de trouver combien de nouvelles personnes apprennent l'information le 1er mai ? Écrire seulement le calcul sans l'effectuer.

4 Que peut-on dire de ce dernier calcul ? Quel codage peut-on proposer pour le raccourcir ?

Activité 2 — Découvrir les puissances d'exposant négatif

OBJECTIF 2

1 **a.** Recopier et compléter les égalités suivantes :

- $10 = 10^{\cdots}$
- $100 = 10 \times \ldots = 10^{\cdots}$
- $1\,000 = 10 \times \ldots \times \ldots = 10^{\cdots}$
- $10\,000 = 10 \times \ldots \times \ldots \times \ldots = 10^{\cdots}$
- $1\,000\,000 = 10^{\cdots}$
- $1\,000\,000\,000 = 10^{\cdots}$

b. Quel est l'intérêt d'écrire des grands nombres à l'aide de puissances de 10 ?

2 **a.** Recopier et compléter les égalités suivantes :

- $0{,}1 = \dfrac{1}{\ldots} = \dfrac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}01 = \dfrac{1}{\ldots} = \dfrac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}001 = \dfrac{1}{\ldots} = \dfrac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}000\,1 = \dfrac{1}{\ldots} = \dfrac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}000\,001 = \dfrac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}000\,000\,001 = \dfrac{1}{10^{\cdots}}$

b. Quel est l'intérêt d'écrire des petits nombres à l'aide de puissances de 10 ?

3 *Une nouvelle notation :* $\dfrac{1}{10^n}$ *est l'inverse de* 10^n *et on le note* 10^{-n}.

Par exemple : $0{,}01 = \dfrac{1}{10^2} = 10^{-2}$.

Écrire les nombres décimaux vus en **2.a** avec cette nouvelle notation.

Activité 3

Calculer avec les puissances de 10

OBJECTIF 2

A. Produit de puissances

1 Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :

a. $10^4 \times 10^2$ b. $10^6 \times 10^3$ c. $10^7 \times 10^1$

2 Les trois résultats peuvent-ils s'écrire sous forme de puissances de 10 ?

3 Que peut-on conjecturer au sujet des produits de deux puissances de 10 ?

B. Quotient de puissances

4 Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :

a. $\dfrac{10^4}{10^2}$ b. $\dfrac{10^6}{10^3}$ c. $\dfrac{10^7}{10^1}$

5 Les trois résultats peuvent-ils s'écrire sous forme de puissances de 10 ?

6 Que peut-on conjecturer au sujet des quotients de deux puissances de 10 ?

C. Puissance de puissances

7 Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :

a. $(10^4)^2$ b. $(10^6)^3$ c. $(10^7)^1$

8 Les trois résultats peuvent-ils s'écrire sous forme de puissances de 10 ?

9 Que peut-on conjecturer au sujet des puissances d'une puissance de 10 ?

Activité 4

Découvrir et utiliser la notation scientifique

OBJECTIF 3

- La masse de la Terre est d'environ :
  5 972 000 000 000 000 000 000 000 kg.
- La masse d'une molécule d'eau est d'environ :
  0,000 000 000 000 000 000 000 03 g.

1 Que peut-on dire de l'écriture de ces deux masses ?

2 La masse de la Terre peut s'écrire plus facilement.

a. Recopier et compléter à l'aide d'une puissance de 10 la phrase suivante :

Masse de la Terre : 5 972 × ... kg.

b. Proposer d'autres écritures du même type pour exprimer cette masse.

3 La masse d'une molécule d'eau peut également s'écrire à l'aide des puissances de 10.
Proposer trois écritures différentes de cette masse à l'aide de puissances de 10.

4 Parmi les écritures trouvées aux questions 2. et 3., certaines sont de la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre compris entre 1 et 10 (exclu) et n est un entier relatif.
Une telle écriture d'un nombre s'appelle la **notation scientifique** *du nombre.*
Donner la notation scientifique de la masse (en kg) de la Terre, puis celle (en g) d'une molécule d'eau.

cours

1 Puissances entières d'un nombre relatif

OBJECTIF 1

A Puissances positives

a désigne un nombre relatif et n un entier positif non nul.

DÉFINITION a^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

CONVENTIONS – Pour tout nombre a non nul, $a^0 = 1$.
– Pour tout nombre a, $a^1 = a$.

Vocabulaire
a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

Exemples

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
- $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$

Cas particuliers

- Si $n = 1$, $a^1 = a$. **Exemple** • $5^1 = 5$
- Si $n = 2$, a^2 se lit « a au carré ». **Exemple** • $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- Si $n = 3$, a^3 se lit « a au cube ». **Exemple** • $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

B Puissances négatives

DÉFINITION a^{-n} désigne l'inverse de a^n.

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, où a est un nombre relatif différent de zéro.

Exemples

- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{8}$
- $(-3)^{-2} = \dfrac{1}{(-3)^2} = \dfrac{1}{(-3) \times (-3)} = \dfrac{1}{9}$

Cas particulier : Si $n = 1$, $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ est l'inverse de a.

2 Puissances de 10

OBJECTIF 2

n désigne un entier positif non nul.

A Calcul d'une puissance de 10

PROPRIÉTÉ 10^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10 \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\,\underbrace{000 \dots 000}_{n \text{ zéros}}$$

PROPRIÉTÉ 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n.

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000 \dots 001}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples

- $10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$
- $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{1000} = 0{,}001$

B Calculs avec les puissances de 10

PROPRIÉTÉ m et p désignent des entiers relatifs :

- $10^m \times 10^p = 10^{m+p}$
- $\dfrac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$
- $(10^m)^p = 10^{m \times p}$

Exemples

- $10^7 \times 10^4 = 10^{7+4} = 10^{11}$
- $\dfrac{10^6}{10^2} = 10^{6-2} = 10^4$
- $(10^4)^3 = 10^{4 \times 3} = 10^{12}$
- $10^5 \times 10^{-8} = 10^{5+(-8)} = 10^{-3}$
- $\dfrac{10^5}{10^{-4}} = 10^{5-(-4)} = 10^9$
- $(10^{-3})^2 = 10^{-3 \times 2} = 10^{-6}$

C Préfixes scientifiques

Les deux tableaux ci-dessous permettent d'indiquer, à l'aide des puissances de 10, par quel facteur est multipliée une unité pour obtenir des multiples ou sous-multiples de cette unité.

Préfixe	giga	méga	kilo	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k	m	µ	n
Signification	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemples

- Un gigaoctet, noté Go, correspond à une quantité de données numériques de 10^9 octets, soit un milliard d'octets.
- Un microgramme, noté µg, correspond à une masse de 10^{-6} grammes, soit un millionième de gramme.

3 Notation scientifique d'un nombre

OBJECTIF 3

A Écriture d'un nombre en notation scientifique

DÉFINITION La notation scientifique d'un nombre décimal positif est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ dans laquelle le nombre a est compris entre 1 et 10 exclu ($1 \leqslant a < 10$) et n est un entier relatif.

Exemples

- La distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 000 000 km, soit $1{,}5 \times 10^8$ km en notation scientifique.
- La taille du virus de la grippe est d'environ 0,000 000 09 m, soit 9×10^{-8} m en notation scientifique.

B Utilisations de la notation scientifique

La notation scientifique est utile pour donner un ordre de grandeur ou un encadrement du résultat d'un calcul et pour comparer des nombres.

Exemple

- Soit $A = 32\ 657\ 000$ et $B = 0{,}000\ 486$.

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
$A = 32\ 657\ 000$	$3{,}2657 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	$A \approx 3 \times 10^7$
$B = 0{,}000\ 486$	$4{,}86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} < B < 10^{-3}$	$B \approx 5 \times 10^{-3}$

Ordre de grandeur du produit $A \times B \approx 15 \times 10^4$.

objectif 1 Connaitre et utiliser

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Écrire les produits A et B sous la forme a^n et les produits C et D sous la forme a^{-n}.

- $A = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- $B = (-7) \times (-7) \times (-7)$
- $C = \dfrac{1}{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}$
- $D = \dfrac{1}{(-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9)}$

- $A = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$

- $B = (-7) \times (-7) \times (-7) = (-7)^3$

- $C = \dfrac{1}{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8} = \dfrac{1}{8^5} = 8^{-5}$

- $D = \dfrac{1}{(-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9)} = \dfrac{1}{(-9)^4} = (-9)^{-4}$

Je m'entraine

CALCULER

1 **Activités rapides**

Calcul mental

a. 2^2, 2^4, 2^6 et 2^8.

b. 4^3, 5^3, 10^3 et 10^6.

2 Écrire chaque produit sous la forme a^n, où a est un nombre et n un nombre entier positif.

a. $2 \times 2 \times 2 \times 2$

b. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

c. $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

d. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

3 Écrire chaque produit sous la forme a^n, où a est un nombre et n un nombre entier positif.

a. $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

b. $2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5$

c. $17 \times 17 \times 17$

d. $1{,}3 \times 1{,}3 \times 1{,}3 \times 1{,}3 \times 1{,}3 \times 1{,}3$

4 Écrire chaque produit sous la forme a^n, où a est un nombre et n un nombre entier positif.

a. $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

b. $(-3{,}5) \times (-3{,}5) \times (-3{,}5) \times (-3{,}5)$

c. $(-22) \times (-22) \times (-22)$

d. $(-1{,}8) \times (-1{,}8) \times (-1{,}8) \times (-1{,}8) \times (-1{,}8)$

5 **Calcul mental**

a. 2^3, 3^2 et 2×3

b. 5^2, 2^5 et 5×2

6 **Calcul mental**

a. 2^2	b. 2^4	c. 2^6	d. 3^2
e. 3^3	f. 3^4	g. 10^2	h. 10^6
i. 10^9	j. $(-5)^1$	k. $(-5)^2$	l. $(-5)^3$

7 Écrire chaque produit sous la forme a^{-n}, où a est un nombre et n un nombre entier positif.

a. $\dfrac{1}{9 \times 9}$

b. $\dfrac{1}{7 \times 7 \times 7}$

c. $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$

d. $\dfrac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$

8 Écrire chaque produit sous la forme a^{-n}, où a est un nombre et n un nombre entier positif.

a. $\dfrac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$

b. $\dfrac{1}{(-5) \times (-5) \times (-5)}$

9 **Calcul mental**

a. 10^{-1} b. 10^{-2} c. 10^{-3}

d. 2^{-1} e. 2^{-2} f. 2^{-3}

10 Recopier et compléter avec un nombre entier relatif :

a. $2^{\cdots} = 8$ b. $3^{\cdots} = 81$ c. $2^{\cdots} = 64$

d. $4^{\cdots} = 64$ e. $10^{\cdots} = 100\,000$ f. $5^{\cdots} = 625$

Je résous des problèmes simples

CALCULER · RAISONNER · COMMUNIQUER

11 Calculer les puissances suivantes et les classer dans l'ordre croissant :

a. 7^6 **b.** 4^{11} **c.** 8^9
d. 6^7 **e.** 11^4 **f.** 9^8

12 Calculer les puissances suivantes et les classer dans l'ordre décroissant :

a. $(-11)^3$ **b.** $(-11)^4$ **c.** $(-11)^5$
d. $(-4{,}2)^2$ **e.** $(-4{,}2)^3$ **f.** $(-4{,}2)^4$

13 Voici trois calculs rédigés par Léo. Un seul est exact. Le retrouver et corriger les deux autres.

$A = 17 - 7^2$	$B = 7 + 4^3$	$C = 2 \times (4 - 9)^3$
$A = 10^2$	$B = 7 + 64$	$C = 2 \times (-5)^3$
$A = 100$	$B = 71$	$C = (-10)^3$
		$C = -1\ 000$

14 Les maths autour de moi

Le carbone 14, noté ^{14}C, est un élément faiblement radioactif présent naturellement dans tous les organismes. Après leur mort, ces organismes perdent progressivement du ^{14}C, dont le taux est divisé par 2 tous les 5 730 ans.

Les archéologues recherchent le taux de ^{14}C dans les éléments organiques (ossements, bois…) des organismes morts qu'ils découvrent car ils peuvent ainsi estimer l'âge de ces organismes. Un organisme contenait initialement 10 microgrammes de ^{14}C. Il est mort en l'an 2000.

1. En quelle année son taux de ^{14}C sera-t-il de 5 microgrammes ?

2. En quelle année son taux de ^{14}C sera-t-il de 1,25 microgrammes ?

15 Un candidat du jeu « Quitte ou Double » doit répondre à une série de questions. S'il répond correctement à la première, il gagne 1 €.
Il peut alors choisir de repartir avec son gain ou de le doubler en répondant à une autre question. Mais s'il donne une réponse fausse, il repart les mains vides…

1. Quel est le gain associé à une série de 2 bonnes réponses ? 5 bonnes réponses ?

2. Quel est le gain pour un candidat qui parvient à répondre à 20 questions ?

3. Margaux affirme qu'elle a gagné exactement 20 000 €. Est-ce possible ?

16 Les maths autour de moi

Anaïs a oublié le code secret de sa carte VivaJeune. Ce code est un nombre à quatre chiffres et Anaïs se souvient que tous les chiffres sont compris entre 0 et 5.

1. Combien y-a t-il de combinaisons possibles ?

2. Au distributeur automatique, il faut 15 secondes pour entrer une combinaison. Combien de temps faudrait-il à Anaïs pour les tester toutes ?

Pour des raisons de sécurité, après trois mauvais essais, la carte sera bloquée…

17 TOP Chrono — 10 min

On estime qu'en théorie, une population mixte de cochons d'Inde disposant de bonnes conditions de vie peut croitre rapidement et être multipliée par 3 tous les ans.
On laisse un groupe mixte de 100 cochons d'Inde sur une ile déserte avec de la nourriture en quantité suffisante.
Combien seront-ils au bout de 2 ans ? de 5 ans ? de 8 ans ?

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Écrire chaque expression sous la forme 10^n, où n est un entier, puis donner l'écriture décimale du nombre obtenu :

a. $10^7 \times 10^5$ b. $\dfrac{10^7}{10^9}$ c. $(10^2)^4$

a. $10^7 \times 10^5 = 10^{7+5}$
$= 10^{12}$
$= 1\ 000\ 000\ 000\ 000$

Pour multiplier des puissances de 10, on ajoute leurs exposants.

b. $\dfrac{10^7}{10^9} = 10^{7-9} = 10^{-2} = 0{,}01$

Pour diviser des puissances de 10, on soustrait leurs exposants.

c. $(10^2)^4 = 10^{2\times 4} = 10^8 = 100\ 000\ 000$

Pour calculer la puissance d'une puissance de 10, on multiplie les exposants.

Je m'entraine

CALCULER

18  **Activités rapides**

Donner sous forme d'une puissance de 10 les nombres suivants :

a. 1 000 b. 10 000 000 c. 0,0001

d. $10^3 \times 10^4$ e. $\dfrac{10^5}{10^6}$ f. $(10^4)^5$

19 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10 :

a. 100 b. 1 000
c. 10 000 d. 100 000
e. 1 000 000 f. 1 000 000 000

20 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10 :

a. 0,1 b. 0,01
c. 0,001 d. 0,000 1
e. 0,000 001 f. 0,000 000 001

21 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10 :

a. Mille b. Dix-mille
c. Dix-millions d. Cent-milliards

22 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10 :

a. Un dixième b. Un millième
c. Un millionième d. Un milliardième

23 Écrire chaque produit sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

a. $10^3 \times 10^3$ b. $10^3 \times 10^4$ c. $10^3 \times 10^5$
d. $10^5 \times 10^7$ e. $10^7 \times 10^7$ f. $10^8 \times 10$

24 Écrire chaque produit sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

a. $10^4 \times 10^{-3}$ b. $10^{-4} \times 10^3$ c. $10^{-4} \times 10^{-3}$
d. $10^5 \times 10^{-5}$ e. $10^{12} \times 10^{-3}$ f. 10×10^{-5}

25 Écrire chaque quotient sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

a. $\dfrac{10^7}{10^2}$ b. $\dfrac{10^9}{10^3}$ c. $\dfrac{10^{10}}{10^5}$ d. $\dfrac{10^6}{10^9}$

26 Écrire chaque quotient sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

a. $\dfrac{10^7}{10^6}$ b. $\dfrac{10^3}{10^9}$ c. $\dfrac{10^{-5}}{10^4}$ d. $\dfrac{10^5}{10^{-4}}$

27 Écrire chaque puissance sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

a. $(10^3)^2$ b. $(10^4)^3$ c. $(10^2)^5$
d. $(10^1)^8$ e. $(10^{10})^{10}$ f. $(10^5)^0$

28 Écrire chaque puissance sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

a. $(10^{-3})^2$ b. $(10^4)^{-3}$ c. $(10^{-1})^5$
d. $(10^{-1})^{-8}$ e. $(10^{10})^{-10}$ f. $(10^{-5})^0$

Je résous des problèmes simples

CALCULER · CHERCHER · COMMUNIQUER

29 Écrire chaque expression sous la forme 10^n, où n est un entier relatif et classer les expressions dans l'ordre croissant de leur valeur.
Quel message obtient-on alors ?

- $O = \dfrac{10^7 \times 10^2}{10^3}$
- $I = \dfrac{10^4 \times 10^2}{10^9}$
- $N = \dfrac{10^1 \times 10^2}{10^3}$
- $J = \dfrac{10^8}{10^1 \times 10^2}$
- $B = \dfrac{10^4}{10^7 \times 10^3}$
- $U = \dfrac{\left(10^3\right)^4}{10^5}$
- $É = \dfrac{\left(10^5\right)^5}{10^5}$
- $E = \dfrac{\left(10^2\right)^4}{10^9}$

30 Léo a remarqué que tous les quotients ci-dessous sont égaux, sauf un. Lequel ?

a. $\dfrac{10^7 \times 10^5}{10^3 \times 10^2}$ **b.** $\dfrac{10^8 \times 10^{-2}}{10^4 \times 10^{-5}}$ **c.** $\dfrac{10^{-1} \times 10^9}{10^4 \times 10^{-3}}$

d. $\dfrac{\left(10^3\right)^3}{10^5 \times 10^{-3}}$ **e.** $\dfrac{\left(10^2\right)^6}{10^{-2} \times 10^6}$ **f.** $\dfrac{\left(10^5\right)^4}{10^6 \times 10^7}$

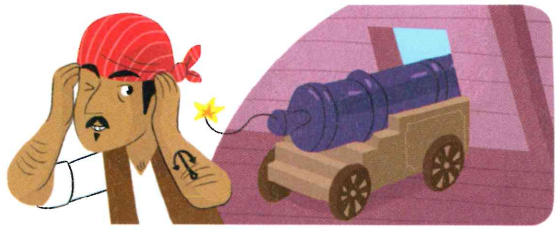
31 **Les maths autour de moi**

En 2010, l'explosion de la plateforme pétrolière *Deepwater Horizon* a causé une énorme marée noire. En un mois, 100 millions de litres de pétrole se sont déversés en mer.
En admettant que ce pétrole se soit étalé uniformément à la surface de l'eau pour former une couche de 10^{-3} mm d'épaisseur, quelle était l'aire (en km²) de la nappe de pétrole ?

32 Associer chaque élément à un ordre de grandeur de sa masse :

Un moucheron •	• 10^0 kg
Un litre d'eau •	• 10^{-6} kg
Une voiture •	• 10^5 kg
Une baleine bleue •	• 10^3 kg

33 Le capitaine Haddock dit souvent : « Mille-millions de mille-milliards de mille sabords ! »



Écrire ce nombre de « sabords » sous forme d'un nombre entier, puis à l'aide d'une puissance de 10.

Vocabulaire
Un **sabord** est une ouverture sur un bateau servant à faire passer des bouches de canon.

34 **Les maths autour de moi**

1. a. Écrire quelques mots courants commençant par les préfixes *déca*, *hecto*, *kilo*, *méga*.
b. Écrire quelques mots courants commençant par les préfixes *déci*, *centi*, *milli*, *micro*.

2. La clé USB de Kim peut stocker 8 gigaoctets (Go) de données.
Exprimer cette capacité sous forme d'un nombre entier d'octets.

35 **TOP Chrono** 15 min

1. Sur combien de touches du clavier d'un ordinateur doit-on appuyer successivement pour écrire tous les nombres de 1 à 19 (on ne comptera pas la touche « espace ») ?

2. La formule qui donne le nombre de touches sur lesquelles il faut taper pour écrire tous les nombres de 1 à n (n étant un nombre de c chiffres) est :

$$c(n+1) - \frac{10^c - 1}{9}$$

Vérifier cette formule pour l'écriture des nombres de 1 à 19.

3. Sur combien de touches faut-il appuyer pour écrire tous les nombres de 1 à 9 999 ?

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Écrire les trois nombres suivants en notation scientifique :
- $A = 523\ 000$
- $B = 0{,}000\ 57$
- $C = 486 \times 10^4$

- $A = 523\ 000$
  $= 5{,}23 \times 100\ 000$
  $= 5{,}23 \times 10^5$

▶ **ÉTAPE 1**
Le nombre décimal doit être compris entre 1 et 10.

▶ **ÉTAPE 2**
On écrit le second facteur comme une puissance de 10.

- $B = 0{,}000\ 57$
  $= 5{,}7 \times 0{,}000\ 1$
  $= 5{,}7 \times 10^{-4}$

▶ **ÉTAPE 1**
Le nombre décimal doit être compris entre 1 et 10.

▶ **ÉTAPE 2**
On écrit le second facteur comme une puissance de 10.

- $C = 486 \times 10^4$
  $= 4{,}86 \times 10^2 \times 10^4$
  $= 4{,}86 \times 10^6$

▶ **ÉTAPE 1**
On écrit le nombre décimal comme le produit d'un nombre compris entre 1 et 10 et d'une puissance de 10.

▶ **ÉTAPE 2**
On multiplie les puissances de 10 entre elles.

Je m'entraine

CALCULER

36 **Activités rapides**

Donner en notation scientifique les nombres suivants :

a. Trente-mille
b. Cinq millièmes
c. 140 000 000
d. 0,000 035
e. 150×10^6
f. $0{,}004 \times 10^{-7}$

37 Écrire chacun des nombres suivants sous la forme d'un nombre entier, puis en notation scientifique :

a. 5 mille
b. 3 millions
c. 150 millions
d. 12 milliards

38 Écrire chacun des nombres suivants sous la forme d'un nombre décimal, puis en notation scientifique :

a. 7 dixièmes
b. 4 millièmes
c. 75 centièmes
d. 89 millionièmes

39 Écrire les nombres suivants sous forme décimale :

a. 5×10^6
b. 7×10^3
c. 2×10^{-3}
d. 9×10^{-6}

40 Écrire les nombres suivants sous forme décimale :

a. $7{,}3 \times 10^9$
b. $2{,}65 \times 10^6$
c. $9{,}9 \times 10^{-2}$
d. $8{,}51 \times 10^{-4}$

41 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

a. 4 000
b. 720 000
c. 67 000 000
d. 810 000 000 000

42 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

a. 0,002
b. 0,000 014
c. 0,000 000 23
d. 0,000 000 006 05

43 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

a. 27×10^3
b. $1\ 800 \times 10^5$
c. 390×10^{-7}
d. $72\ 000 \times 10^{-6}$

44 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

a. $0{,}025 \times 10^7$
b. $0{,}072 \times 10^{-5}$
c. $0{,}88 \times 10^7$
d. $0{,}000\ 66 \times 10^{-3}$

Je résous des problèmes simples

CALCULER · CHERCHER · COMMUNIQUER

45 Calculer les produits suivants en écriture scientifique, puis les classer dans l'ordre croissant :

a. $25\ 000 \times 280$ b. $30\ 000 \times 850$

c. $72\ 000 \times 90$ d. $330 \times 850\ 000$

46 Calculer les produits suivants en écriture scientifique, puis les classer dans l'ordre croissant :

a. $4{,}5 \times 10^7 \times 6{,}2 \times 10^2$

b. $700 \times 10^6 \times 350 \times 10^2$

c. $280 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-4}$

d. $65 \times 10^{-5} \times 0{,}7 \times 10^{-6}$

47 Écrire en notation scientifique la masse :

a. d'un Airbus A380 : 540 000 kg ;

b. d'un éléphant : 7 500 kg ;

c. d'une souris : 0,029 kg ;

d. d'un grain de sable : 0,000 000 003 kg.

48 Voici quatre voyages étonnants :

– pour aller de la Terre à la Lune, la mission Apollo 11 a parcouru environ **384×10^3 km** ;

– l'anguille d'Europe fait un voyage d'environ **6 000 km** pour se reproduire ;

– Marco Polo a parcouru près de **200×10^2 km** au cours de son voyage à travers l'Asie ;

– la lumière du Soleil parcourt **150 millions de kilomètres** pour venir jusqu'à la Terre.

Écrire en notation scientifique les distances écrites en gras, puis classer ces voyages du plus long au plus court.

49 Un astronome a réalisé le tableau suivant :

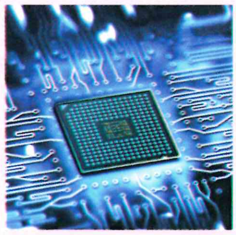
Astres	Diamètre (en km)	
	Écriture entière ou décimale	Notation scientifique
Soleil	1 400 000	$1{,}4 \times 10^6$
Mercure	4 900	
Vénus	12 100	
Terre	12 700	
Mars		$6{,}8 \times 10^3$
Jupiter	140 000	
Saturne		$1{,}21 \times 10^5$
Uranus		$5{,}1 \times 10^4$
Neptune		$4{,}85 \times 10^4$

Recopier et compléter ce tableau, puis classer les huit planètes par ordre croissant de taille.

50 **Les maths autour de moi**

En électronique, la miniaturisation des puces et des circuits intégrés permet d'améliorer les performances des ordinateurs. En 2000, les ingénieurs pensaient avoir atteint un seuil minimal avec une puce de 2 micromètres.

Mais en 2015, ils sont parvenus à construire des puces de 14 nanomètres. Par combien a-t-on divisé la taille des puces en 15 ans ?



Une puce est une petite pastille sur laquelle se trouve un microprocesseur.

51 Voici les fréquences cardiaques normales moyennes (en nombre de battements par minute). d'un être humain en bonne santé :

Âge	Fréquence cardiaque normale moyenne (en bpm)
Avant 1 an	140
De 1 à 3 ans	110
De 3 à 6 ans	105
De 6 à 13 ans	95
De 13 à 65 ans	70
Après 65 ans	65

En France, l'espérance de vie est d'environ 79 ans pour un homme et 85 ans pour une femme.

Estimer le nombre de battements cardiaques au cours d'une vie pour un homme et pour une femme.

Écrire les réponses en notation scientifique.

52 **TOP Chrono** 10 min

- L'atome de carbone est un petit atome : son rayon est de 67×10^{-12} m.
- Une balle de golf a un rayon de 2,1 cm.
- La Terre a un rayon d'environ 6 371 km.

1. Écrire ces trois rayons en notation scientifique avec le mètre comme unité.

2. Un professeur de sciences : « En termes de taille, l'atome de carbone est à la balle de golf ce que la balle de golf est à la Terre. » Expliquer.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

	A	B	C
53 4^3 est une autre écriture de :	$4+4+4$	$4\times4\times4$	$3\times3\times3\times3$
54 2^5 est égal à :	10	25	32
55 5^{-1} est égal à :	0,5	$\frac{1}{5}$	-5
56 L'écriture décimale du nombre $5{,}32\times10^4$ vaut :	53 200	532 000	5 320 000
57 En notation scientifique, le nombre 670 000 s'écrit :	$6{,}7\times10^6$	67×10^4	$6{,}7\times10^5$

Retrouve un autre QCM intéractif sur le site www.bordas-myriade.fr.

Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1
Connaitre et utiliser la notation puissance

58 Écrire chaque expression sous la forme a^n, où n est un entier positif :

a. $7\times7\times7\times7$

b. $(-5)\times(-5)\times(-5)$

c. $13\times13\times13\times13\times13$

d. $(-2{,}5)\times(-2{,}5)\times(-2{,}5)\times(-2{,}5)$

59 Écrire chaque expression sous la forme a^{-n}, où n est un entier positif :

a. $\dfrac{1}{6\times6\times6\times6}$

b. $\dfrac{1}{4{,}3\times4{,}3\times4{,}3\times4{,}3\times4{,}3}$

c. $\dfrac{1}{(-8{,}1)\times(-8{,}1)\times(-8{,}1)}$

d. $\dfrac{1}{(-7{,}51)\times(-7{,}51)}$

60 Recopier et compléter avec un nombre entier relatif :

a. $2^{\cdots}=16$ b. $2^{\cdots}=0{,}5$

c. $3^{\cdots}=27$ d. $3^{\cdots}=81$

e. $5^{\cdots}=125$ f. $5^{\cdots}=0{,}2$

g. $10^{\cdots}=10\ 000$ h. $10^{\cdots}=0{,}001$

61 Donner l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

a. 2^3 b. 2^6 c. 10^2 d. 10^5

e. $(-3)^3$ f. $(-3)^4$ g. $0{,}1^2$ h. $0{,}1^4$

62 Donner l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

a. 10^{-1} b. 10^{-2} c. 10^{-3} d. 10^{-6}

e. 2^{-2} f. 2^{-3} g. $(-5)^{-1}$ h. $(-5)^{-2}$

63 Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec les résultats qui conviennent :

a	a^2	a^3	a^4	a^5
2				
5				
-1				
-3				

64 Voici trois calculs rédigés par Léa. Vérifier si ces calculs sont exacts et, dans le cas contraire, les corriger.

$A=28-8^2$	$B=8+2^4$	$C=(-3)^3+(-2)^4$
$A=20^2$	$B=8+32$	$C=(-27)+(-16)$
$A=400$	$B=40$	$C=-43$

objectif 2

Calculer avec des puissances de 10

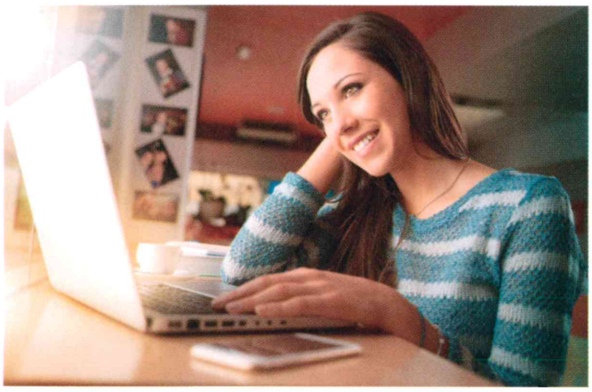
65 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10 :
a. 100 b. 1 000
c. 100 000 d. 10 000 000

66 Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10 :
a. 0,1 b. 0,01
c. 0,000 1 d. 0,000 001

67 Écrire chaque produit sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :
a. $10^2 \times 10^3$ b. $10^3 \times 10^4$ c. $10^{-6} \times 10^{-3}$
d. $\dfrac{10^6}{10^4}$ e. $\dfrac{10^9}{10^4}$ f. $\dfrac{10^8}{10^{-2}}$
g. $(10^4)^2$ h. $(10^2)^3$ i. $(10^5)^{-2}$

68 Écrire chaque expression sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :
a. $\dfrac{10^7 \times 10^3}{10^4}$ b. $\dfrac{10^9 \times 10^{-2}}{10^5 \times 10^{-1}}$
c. $\dfrac{(10^4)^3}{10^5 \times 10^3}$ d. $\dfrac{(10^2)^6}{10^{-2} \times 10^{-3}}$

69 Sur son disque dur de 250 Go, Victoria a 150 Go de données stockées.



1. De quelle quantité d'espace libre dispose-t-elle sur son disque dur ?
2. Combien de fichiers de 10 Mo chacun pourrait-elle enregistrer au maximum sur son espace libre ?

Aide
1 Go = 1 gigaoctet = 10^9 octets.
1 Mo = 1 mégaoctet = 10^6 octets.

objectif 3

Utiliser la notation scientifique

70 Écrire les nombres suivants sous forme d'un nombre entier, puis en notation scientifique :
a. 12 mille b. 4 millions
c. 230 millions d. 9 milliards

71 Écrire les nombres suivants sous forme d'un nombre décimal, puis en notation scientifique :
a. 3 dixièmes b. 9 centièmes
c. 14 millièmes d. 5 millionièmes

72 Écrire les nombres suivants sous forme décimale :
a. 4×10^4 b. 5×10^5 c. 3×10^{-3}
d. $8{,}34 \times 10^2$ e. $9{,}5 \times 10^6$ f. $7{,}2 \times 10^{-3}$

73 Donner la notation scientifique de chacun des nombres suivants :
a. 150 b. 127 000 c. 500×10^6
d. 0,005 e. 0,000 230 f. $0{,}007 \times 10^{-5}$

74 **Vu au brevet**
Soit le nombre $C = \dfrac{3 \times 10^{-4} \times 5 \times (10^2)^6}{25 \times 10^{-2}}$.
Calculer C.
On écrira le résultat en notation scientifique.

75

À l'aide des données ci-dessous, dire si ces affirmations sont vraies ou fausses.

Données
- Distance Terre-Lune : $3{,}8 \times 10^5$ km.
- Diamètre de Jupiter : 140×10^3 km.
- Distance Terre-Soleil : 0,15 milliard de km.

Je résous des problèmes

Objectifs 1 2 3

76 Lire et comprendre des documents scientifiques

DOMAINE 1 DU SOCLE

La puissance d'un outil de production d'électricité se mesure en watt (W), mais aussi en mégawatt (MW) et en gigawatt (GW).

1. Combien de watts désigne 1 MW ? 1 GW ? Répondre en utilisant des puissances de 10.

2. Voici la puissance potentielle de plusieurs sources d'énergie :
- éolienne terrestre : environ 2 MW ;
- éolienne offshore : environ 5 MW ;
- centrale thermique à flamme : jusqu'à 720 MW ;
- centrale hydro-électrique : jusqu'à 3 GW ;
- réacteur nucléaire : de 900 MW à 1,5 GW.

a. Le parc éolien français
Début 2015, il y avait environ 4 500 éoliennes terrestres installées en France. Quelle puissance peut fournir le parc éolien terrestre français ?

b. La France s'est fixé comme objectif de disposer d'une production éolienne offshore de 6 GW avant 2020. Combien doit-elle installer d'éoliennes offshores pour répondre à son objectif ?

3. La fin du nucléaire ?
La France dispose de 19 centrales nucléaires, regroupant 58 réacteurs pour une puissance totale de 63 GW.

Combien faudrait-il d'éoliennes terrestres pour remplacer complètement le parc nucléaire français ?

77 Utiliser les puissances pour apprécier un ordre de grandeur

DOMAINE 3 DU SOCLE

Hugo dit : « En termes de masse, un électron est à une pastèque, ce qu'une pastèque est au Soleil. »
À l'aide des données ci-dessous, dire si l'affirmation d'Hugo est vraie ou fausse.

Données
- Masse d'un électron : 9×10^{-31} kg.
- Masse d'une pastèque : 1 400 g.
- Masse du Soleil : 2×10^{27} t.

78 Confronter différentes sources

DOMAINE 2 DU SOCLE

Les scientifiques français utilisent l'« échelle longue » des nombres dans laquelle un billion est égal à mille-milliards, un billiard est égal à mille-billions, un trillion est égal à mille-billiards, un trilliard est égal à mille-trillions.

1. Combien de chiffres sont nécessaires pour écrire un trilliard sous la forme d'un nombre entier ?

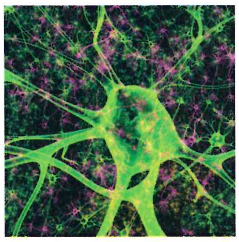
2. Rechercher sur Internet ou dans une encyclopédie ce que signifient un billion et un trillion pour les Américains qui utilisent l'« échelle courte » des nombres.

3. Rechercher combien de chiffres sont nécessaires pour écrire un gogol sous forme d'un nombre entier.

79 Utiliser les puissances de 10 pour représenter l'infiniment petit ou l'infiniment grand

DOMAINE 4 DU SOCLE

Le cerveau humain possède entre 86 et 100 milliards de neurones. Chacun de ses neurones possède en moyenne 10 000 synapses. Donner, à l'aide d'écritures scientifiques, un encadrement du nombre de synapses de notre cerveau.



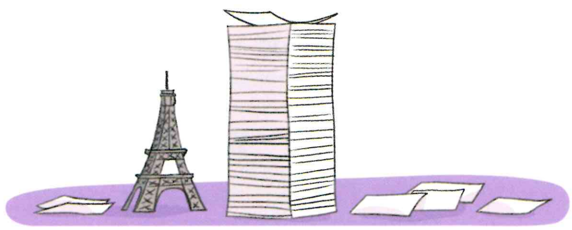
Vocabulaire
Les **synapses** sont des zones de contact entre deux neurones qui permettent le passage de l'information entre eux.

80 Réfléchir sur un problème ouvert

Léa possède une très grande feuille de papier qui mesure 0,1 mm d'épaisseur. Elle la plie en 2, puis de nouveau en 2, puis encore en 2 et ainsi de suite pour former une pile.

1. Combien de pliages Léa devrait-elle faire pour obtenir une pile de papier plus haute que la tour Eiffel (324 m) ?

2. Est-ce réalisable ?



81 Montrer l'impact de l'histoire des sciences sur la société

DOMAINE 5 DU SOCLE

À la fin du XVIe siècle, le savant italien Galilée travaille sur la chute des corps et met en évidence que la distance parcourue par un corps en chute libre ne dépend pas de sa masse.

Aujourd'hui, on sait que cette distance est donnée par la formule :

$$d = \frac{9{,}81 \times t^2}{2}$$

avec d la distance en mètre et t la durée de la chute en seconde.

1. Calculer la distance parcourue par un corps en chute libre en une, deux, cinq et dix secondes. Regrouper ces résultats dans un tableau.
2. La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps ? Justifier la réponse.
3. Trouver, au dixième de seconde près, le temps mis par un parachutiste pour parcourir 2 000 m en chute libre avant l'ouverture de son parachute.

82 Raisonner

Pour protéger l'accès de sa messagerie Internet, Lucie a choisi un mot de passe constitué de six lettres suivi de deux chiffres.

1. Combien y a-t-il de mots de passe possibles respectant ces caractéristiques ?
2. Un programme informatique malveillant permet à certains fraudeurs de tester les mots de passe. Si ce programme peut tester $1{,}5 \times 10^2$ combinaisons par seconde, combien de temps lui faut-il pour tester tous les mots de passe possibles pour Lucie ?

83 Formuler une conjecture

1. Calculer le cube des quatre nombres suivants : 8 ; 17 ; 26 ; 27.
2. Pour chaque résultat, calculer la somme des chiffres du nombre obtenu.
3. Quelle remarque peut-on faire ?
4. Écrire une phrase qui résume cette conjecture.
5. La tester avec deux autres nombres à deux chiffres. Que peut-on en conclure ?

84 Découvrir une formule

1. Effectuer les six calculs suivants :

- $A = 1 + 3^1 + 3^2$
- $B = \dfrac{1 - 3^3}{1 - 3}$
- $C = 1 + 4^1 + 4^2 + 4^3$
- $D = \dfrac{1 - 4^4}{1 - 4}$
- $E = 1 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4$
- $F = \dfrac{1 - 5^5}{1 - 5}$

Que remarque-t-on ?

2. Soit $G = 1 + 8^1 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + 8^5 + 8^6 + 8^7$.
Écrire un calcul permettant de calculer plus rapidement le nombre G.

85 Estimer un ordre de grandeur

- La distance de la Terre à la Lune est d'environ 384 400 km.
- L'épaisseur d'une pièce de 1 € est d'environ 2,33 mm.

Donner un ordre de grandeur du nombre de pièces de 1 € qu'il faudrait empiler pour aller de la Terre à la Lune.

86 Résoudre un problème ouvert

TRAVAIL EN GROUPE

Si l'on place un milliard d'allumettes bout à bout, on peut faire le tour de la Terre. Vrai ou faux ?

87 Utiliser différentes unités

L'usine Les Grands Moulins de Corbeil dans l'Essonne est la plus grande minoterie de France. Elle produit 180 tonnes de farine par jour. La farine est mise dans des sacs de 50 kg.

1. Combien de sacs sont produits chaque jour ?
2. Un cm^3 de farine pèse 8×10^{-4} kg. Quel volume de farine représente la production annuelle de cette usine qui fonctionne 300 jours par an ?

88 Résoudre un problème scientifique

Un litre d'eau de mer contient 0,000 005 mg d'or. Le volume total d'eau de mer sur la Terre est de $1{,}320 \times 10^6$ km^3. Calculer la masse totale d'or (en tonne) que renferment les océans et les mers.

Source : www.ifremer.fr

Dans les autres matières

89 À la vitesse de la lumière

La lumière parcourt environ 3×10^5 km par seconde. La distance du Soleil à la Terre est d'environ $1{,}5 \times 10^8$ km.

1. Combien de temps la lumière met-elle pour parcourir la distance du Soleil à la Terre ?
2. Calculer la distance parcourue par la lumière en une année.

Vocabulaire
Cette distance s'appelle une **année-lumière**.

90 Dans le sang

Yassin (35 ans) et Alice (36 ans) ont une fille Emma de 7 ans. À l'aide des deux documents ci-dessous, estimer, en notation scientifique, le nombre de globules rouges présents dans le corps de chacun d'eux.

Doc 1. Quantité de sang dans le corps
- Homme adulte : 5 à 6 L
- Femme adulte : 4 à 5 L
- Enfant : 3 L environ

Doc 2. Numération normale sanguine (en nombre d'éléments par unité de volume de sang)
- Globules rouges : entre 4,5 millions et 5,5 millions par mm^3
- Globules blancs : entre 4 000 et 10 000 par mm^3
- Plaquettes : entre 150 000 et 450 000 par mm^3

91 Repères historiques

Donner l'écriture scientifique de ces quelques repères historiques importants :
- 14 milliards d'années : c'est le Big Bang, la création de l'Univers ;
- 4 500 000 000 ans : c'est la formation de la planète Terre ;
- 550 millions d'années : les premiers poissons apparaissent ;
- 230 000 000 ans : les premiers dinosaures sont là ;
- 65 000 000 ans : disparition des dinosaures et de 80 % des espèces vivantes ;
- 3 000 000 ans : les premiers hommes apparaissent. C'est le début de la préhistoire ;
- 5 500 ans : l'apparition des premières écritures marque la fin de la préhistoire.

92 Sum of the powers

In the sum of the powers $a^b + c^d + e^f$, the letters a, b, c, d, e and f are replaced by the numbers 1, 2, 3, 4, 5 and 6 but not necessarily in the order. It is therefore possible to have: $1^6 + 5^2 + 4^3 = 90$? What is the largest result can be obtained ?

EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Sciences, technologie et société

Mathématiques & Technologie

Codage binaire et stockage d'informations numériques

Le **codage binaire** est un système de numération n'utilisant que deux chiffres : le 0 et le 1. C'est la position des chiffres dans le nombre qui indique leur valeur selon des **puissances de 2** successives.
Ainsi, dans le système décimal, le nombre 1 101 désigne :
$1 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0$.
Dans le système binaire, le nombre 1 101 désigne :
$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, soit 13 dans le système décimal.
Les ordinateurs utilisent le système binaire pour coder l'information en regroupant les chiffres par paquets de huit que l'on appelle des octets.

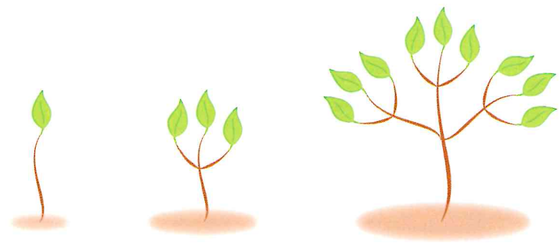
Projet

Créer une feuille-tableur de conversion système binaire/système décimal.
Travailler avec des unités de stockage (bits, octets...) et leurs multiples (Ko, Mo, Go,...).
Notions mathématiques : Systèmes de numération • Puissances de 2

Jeux mathématiques

93 Les feuilles

1. Combien y aura-t-il de feuilles le cinquième jour ?
2. Combien y aura-t-il de feuilles le dixième jour ?



D'après le rallye mathématique de la Sarthe.

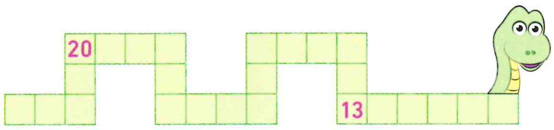
94 Les deux nombres mystères

On calcule la somme de deux nombres entiers strictement positifs, leur produit, leur différence (le plus grand moins le plus petit) et la puissance du premier d'exposant le second. En additionnant les quatre résultats, on trouve 88.
Quels étaient les deux nombres de départ ?

D'après FFJM.

95 Le serpent de nombres

Écrire un nombre de 1 à 25 dans chaque case du serpent. 20 et 13 sont déjà placés, tous les autres nombres doivent être utilisés.
La somme des deux nombres écrits dans deux cases voisines (se touchant par un côté) doit toujours être le carré d'un nombre entier.



96 Défi !

Peux-tu donner le dernier chiffre du nombre 3^{2017} ?

97 Énigme

Mathias a trouvé un nombre palindrome à trois chiffres qui est le carré d'un nombre entier. Quel est ce nombre ?

Vocabulaire
Un nombre **palindrome** est un nombre qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche, comme 252 par exemple.

devoirs à la maison

98 Ordinateur en échec

On estime qu'au jeu d'échecs, il y a 17×10^{31} manières de jouer les dix premiers coups.
Deep Blue, le superordinateur spécialisé dans le jeu d'échecs, est capable d'étudier 10^{11} combinaisons en trois minutes.
Combien de temps faudrait-il à *Deep Blue* pour étudier toutes les manières de jouer ces dix premiers coups ?

99 La loi de Titius-Bode

Ce tableau donne, pour toutes les planètes du système solaire, la distance moyenne qui les sépare du Soleil :

Jupiter	$77{,}83 \times 10^7$ km
Mars	$227{,}60 \times 10^6$ km
Mercure	$57{,}90 \times 10^6$ km
Neptune	$45\,050 \times 10^5$ km
Saturne	$14{,}27 \times 10^8$ km
Terre	$1{,}496 \times 10^8$ km
Uranus	$286{,}90 \times 10^7$ km
Vénus	$1{,}082 \times 10^8$ km

1. Pour mesurer les distances à l'intérieur du système solaire, on utilise souvent l'unité astronomique (ua) égale à la distance de la Terre au Soleil : 1 ua $= 1{,}496 \times 10^8$ km.
Calculer pour chaque planète sa distance au Soleil exprimée en ua (arrondir au centième).
2. La loi de Titius-Bode permet de calculer, de façon approximative, les distances des planètes au Soleil exprimées en unités astronomiques :
$D = 0{,}4 + 0{,}3 \times 2^n$, où n est un entier.
a. Calculer D pour $n = 0$, pour $n = 1$; 2 ; 3 ;... ; 7.
b. Comparer avec les distances réelles.
c. Quelle semble être la valeur de n associée à chacune des planètes ?

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharger les fiches Calculatrice et les fiches logiciel Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Puissances sur calculatrice et sur tableur

20'

Utiliser la calculatrice et le tableur pour calculer la puissance d'un nombre.
Découvrir et comparer les différentes méthodes de calcul de puissance.

Difficulté mathématique — Difficulté technique

Thomas veut calculer le nombre 5^{11}. Il peut procéder de plusieurs façons.

A. Avec une calculatrice

1 Thomas décide d'utiliser uniquement la touche « Multiplication ».
a. Sur combien de touches va-t-il appuyer pour calculer le nombre 5^{11} ?
b. Effectuer ce calcul.

2 Thomas décide d'utiliser la touche « Exposant ».
Calculatrice 2
a. Sur combien de touches va-t-il appuyer pour calculer le nombre 5^{11} ?
b. Effectuer ce calcul.

B. À l'aide d'une feuille de calcul

3 Thomas veut calculer les puissances successives de 5 sur tableur.
a. Ouvrir une feuille de calcul et saisir le nombre 5 dans la cellule **A1**.
b. Dans la cellule **A2**, saisir la formule « =A1*5 », puis l'étirer dans toute la colonne **A**.
Tableur 1 et 2
c. Dans quelle cellule apparait le nombre 5^{11} ?

	A
1	5
2	=A1*5
3	

4 Thomas peut calculer directement 5^{11} avec la touche « Exposant » du clavier ou avec la fonction « Puissance » du tableur.
a. Ouvrir une nouvelle feuille de calcul et saisir les nombres 5 et 11 dans deux cellules.
b. Saisir dans une troisième cellule la formule « =A2^B2 » ou la formule « =PUISSANCE(A2;B2) ».
Tableur 6

	A	B	C
1	nombre	exposant	
2	5	11	
3			=A2^B2
4			=PUISSANCE(A2;B2)

2 Contrat de travail

20'

Utiliser le tableur pour calculer une suite de nombres.

Difficulté mathématique — Difficulté technique

Enzo devient serveur dans un restaurant. Son employeur lui propose de choisir entre deux types de rémunération pour cinq jours de travail par semaine :
– contrat n° 1 : salaire fixe de 70,00 € par jour travaillé ;
– contrat n° 2 : salaire de 0,01 € le premier jour travaillé, puis de 0,02 € le second jour, puis de 0,04 € le troisième et ainsi de suite : son salaire est doublé chaque jour.

Le but de cette activité est de déterminer si le contrat n° 2 peut être plus intéressant que le contrat n° 1 et, si oui, au bout de combien de jours.

Pour cela, on pourra construire un tableau à plusieurs colonnes permettant de calculer les salaires journaliers d'Enzo et le cumul de ces salaires, c'est-à-dire le salaire total d'Enzo à la fin du mois.

	A	B	C	D	E
1	jour	salaire contrat n°1	cumul	salaire contrat n°2	cumul
2	1	70,00 €		0,01 €	
3	2	70,00 €		0,02 €	
4	3	70,00 €		0,04 €	
5	4	70,00 €		0,08 €	
6	5	70,00 €		0,16 €	
7	6	70,00 €		0,32 €	

3 Langage binaire des ordinateurs

30'

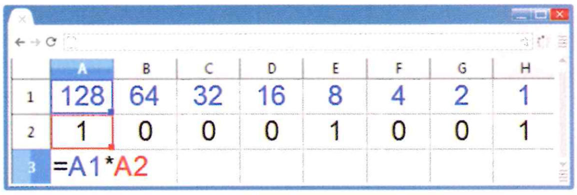
Découvrir le langage binaire.
Utiliser le tableur pour passer d'un codage binaire à l'écriture décimale d'un nombre.

Difficulté mathématique Difficulté technique

Le système binaire est un système de numération utilisant uniquement deux chiffres (le 0 et le 1) appelés « bits ». Les ordinateurs codent leurs informations en binaire, par paquets de huit bits appelés « octets ». Chaque bit correspond à une puissance de 2 (de 2^0 à droite à 2^7 à gauche).
Par exemple, l'octet 10010011 vaut : $1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
$= 128 + 0 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1$
$= 147$.

A. Un convertisseur pour passer du système binaire au décimal

1 Dans une feuille de calcul, faire apparaitre dans huit cellules de la première ligne la valeur des puissances de 2 correspondant à chaque bit d'un octet.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	128	64	32	16	8	4	2	1
2	1	0	0	0	1	0	0	1
3	=A1*A2							

2 Sur la deuxième ligne, saisir les huit bits de l'octet 10010011 dans huit cellules adjacentes.

3 Sur la troisième ligne, calculer les produits des deux cellules situées au-dessus. Tableur 1 et 2

4 Dans la cellule I3, calculer la somme de ces produits pour connaitre la valeur décimale de l'octet saisi au départ. Tableur 6

B. Utilisation du convertisseur

5 Quelle est la valeur décimale de l'octet 10101010 ?

6 Quelle est la valeur décimale de l'octet 10001001 ?

7 Combien de nombres différents peut-on coder avec un octet ?

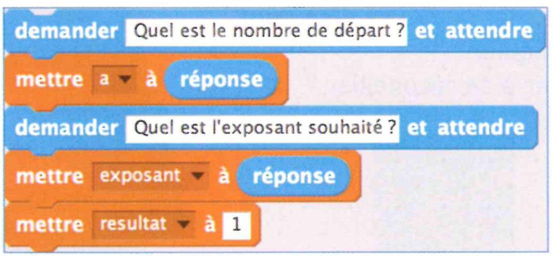
4 Un algorithme puissant ALGO

30'

Calculer les puissances successives d'un nombre entier à l'aide d'un algorithme.

Difficulté mathématique Difficulté technique

1 Dans le logiciel Scratch, créer trois variables nommées « a », « exposant » et « résultat ».
a. Demander le nombre dont on veut calculer une puissance et l'affecter à la variable « a ».
b. Demander l'exposant souhaité et l'affecter à la variable « exposant ».
c. Mettre la valeur de la variable « résultat » à 1.
d. À l'aide d'une boucle, faire calculer le nombre « a » à la puissance « exposant » et faire afficher le « résultat ».



2 À l'aide du programme construit précédemment, répondre aux questions suivantes.
a. Quel nombre compris entre 1 et 9 a une puissance la plus proche possible de 500 ?
b. Quel nombre compris entre 1 et 9 a une puissance la plus proche possible de 20 000 ?

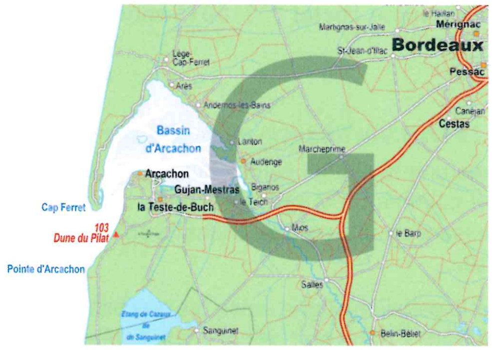
1 De puissants grains de sable

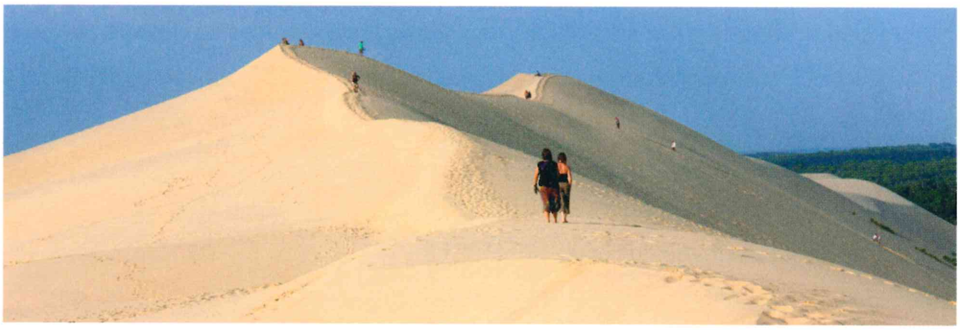
Située à l'entrée du bassin d'Arcachon, la dune du Pyla est la plus grande formation sableuse d'Europe.

▶ **Mais peut-on estimer sa masse ?**

DOC 1 La dune du Pyla

La dune du Pyla dépend du territoire de la commune de La Teste-de-Buch, à proximité d'Arcachon, au cœur des Landes de Gascogne. Elle s'étend sur 500 m d'ouest en est et sur 2,7 km du nord au sud. Sa hauteur maximale actuelle est d'environ 110 m, mais on estime sa hauteur moyenne à 45 m environ.



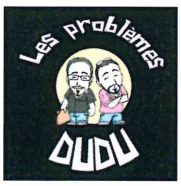


DOC 2 Un petit grain...

Le sable est un matériau composé de petites particules appelées « grain ». Ces grains sont de formes et de tailles variables, mais on estime, qu'en moyenne, le volume d'un grain de sable du Pyla est égal à 130 picolitres et que trois grains de sable ont une masse de 10 microgrammes.

2 Les problèmes DUDU

Dans cette vidéo, les DUDU se disputent autour d'un échiquier.
Peux-tu les aider à se réconcilier ?



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

chapitre 4

Pour les gros achats, il n'est pas rare de devoir contracter un crédit auprès d'une banque qui applique alors un taux d'intérêt exprimé en pourcentage, très trompeur si l'on est mal informé. On pourrait croire par exemple que, si on emprunte 10 000 € à un taux de 5%, on devra rembourser 10 000 € plus 5 % de 10 000 €. En fin de chapitre, p. 136 tu comprendras qu'il n'en est rien !

Calcul littéral

Attendu de fin de cycle

- Utiliser le calcul littéral

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Produire et utiliser une expression littérale
2. Connaitre la distributivité ; développer, factoriser et réduire une expression
3. Prouver ou réfuter une égalité entre deux expressions

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Utiliser une expression littérale

OBJECTIF 1

En France, on utilise communément le degré Celsius (°C) pour mesurer la température, mais il existe d'autres unités de mesure comme le degré Fahrenheit (°F), par exemple, qui est utilisé aux États-Unis.
Voici comment convertir une température en degré Fahrenheit (F) en degré Celsius (C) et inversement :

- $C = \dfrac{F - 32}{1{,}8}$
- $F = 1{,}8C + 32$

1 Classer les températures données par Pierre et John de la plus chaude à la plus froide :

2 S'il fait 32 °F, que dois-je prévoir ? un blouson ou un maillot de bain ?

3 Quelle est la température la plus chaude :
a. -46 °C ou -49 °F ?
b. 12 °C ou 50 °F ?
c. 5 °C ou 41 °F ?

Activité 2 — Découvrir la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction

OBJECTIF 2

1 Effectuer les calculs ci-dessous à l'aide de la calculatrice, puis regrouper les expressions égales en les recopiant sur le cahier :

$8 \times 3 + 8 \times 7$	$8 \times 7 + 3$	$5 \times 3{,}5 - 3{,}5 \times 1{,}4$	$7 \times 8 - 3 \times 8$	$8 \times (3 + 7)$
$(7 - 3) \times 8$	$3{,}5 \times 5 - 1{,}4 \times 5$	$(3{,}5 - 1{,}4) \times 5$	$5 \times 3{,}5 - 1{,}4$	$7 - 3 \times 8$
$3{,}5 \times (5 - 1{,}4)$	$8 + (3 \times 7)$	$8 + 3 \times 8 + 7$	$3 \times 8 - 7 \times 8$	$7 + 8 \times 3$

2 En s'inspirant des égalités écrites à la question 1., recopier et compléter les égalités suivantes :
a. $17 \times (4 + 18) = \ldots$ b. $2{,}3 \times 6 + 2{,}3 \times 2 = \ldots$ c. $(14 - 3) \times 2 = \ldots$ d. $3 \times 9 - 3 \times 4 = \ldots$

3 Écrire cinq égalités du même type avec des nombres au choix, puis vérifier les calculs avec la calculatrice.

4 Quelle conjecture peut-on formuler ?

Activité

3 Réduire une expression littérale

OBJECTIF 2

1 Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui sont égales ? Donner une preuve.

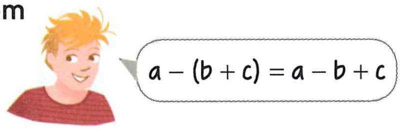
$6x$	$5{,}5x$	$6x^2$
$1{,}5x \times 4x$	$1{,}5x + 4x$	$5{,}5x^2$

2 Réduire, si possible, les expressions suivantes en justifiant l'égalité obtenue à l'aide d'une propriété. Si ce n'est pas possible, expliquer pourquoi.

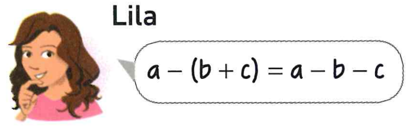
a. $3 + 4x$ **b.** $3x - 4x$ **c.** $8x^2 - 2{,}5x^2$ **d.** $3 \times 4x$
e. $3x + 4x^2$ **f.** $3x \times (-4)$ **g.** $3x \times 4x^2$ **h.** $3 + x - 4$

3 **a.** Qui a raison ? Donner une preuve.

Tom



Lila



b. Comment peut-on écrire $a + (b + c)$ sans parenthèses ?

4 Utiliser les propriétés précédentes pour réduire les expressions suivantes :

a. $3x - (5 + 2x)$ **b.** $3x + (5 + 2x)$ **c.** $3x - (5 - 2x)$
d. $3x + (5 - 2x)$ **e.** $3x - (5 + 2x) \times 2$ **f.** $3x + (5 + 2x) \times 2$

Activité

4 Prouver ou réfuter une égalité entre deux expressions algébriques

OBJECTIF 3

Voici une suite de nombres :

5	8	13	21	34	55

+

Pour construire cette suite de six nombres, on en a choisi deux pour commencer, ensuite on les a additionnés pour obtenir le nombre suivant. On obtient ainsi le nombre suivant en ajoutant les deux précédents : $13 = 5 + 8$; $21 = 8 + 13$; $34 = 13 + 21$ et $55 = 21 + 34$.

1 Calculer la somme des six nombres de la suite ci-dessus.

2 **a.** Construire trois nouvelles séries de six nombres à partir de deux nombres au choix.
b. Calculer, pour chaque série, la somme des six nombres obtenus.

3 Jeanne affirme : « Quels que soient les deux premiers nombres choisis, pour calculer la somme des six nombres obtenus, il suffit de multiplier le cinquième nombre par 4. » Jeanne a-t-elle raison ? Prouver la réponse donnée.

cours

1 Expressions littérales

OBJECTIF 1

DÉFINITION Calculer la valeur d'une expression littérale, c'est attribuer un nombre à chaque lettre de l'expression afin d'effectuer le calcul.

Exemple

- Calculer $A = -x^2 + 3(x+6) + 4y$ lorsque $x = -4$ et $y = -8$.

$A = -x^2 + 3 \times (x+6) + 4 \times y$ — On écrit les signes $\times$ sous-entendus.

$A = -(-4)^2 + 3 \times ((-4) + 6) + 4 \times (-8)$ — On remplace x par -4 et y par -8 en ajoutant si besoin des parenthèses.

$A = -42$ — On effectue les calculs en respectant les priorités.

2 Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction

OBJECTIF 2

POPRIÉTÉ La multiplication est distributive par rapport à l'addition et la soustraction, ce qui signifie que, quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$$\underbrace{k \times (a+b)}_{\text{Produit de deux facteurs dont l'un est une somme.}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{Somme de deux termes. Chaque terme est un produit et chaque produit a un facteur commun.}} \quad \text{ou encore} \quad k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Pour savoir si une expression est une somme ou un produit, on regarde la dernière opération à effectuer pour la calculer.

DÉFINITION Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme ou différence.

Exemples

- $A = 7 \times (x+1)$ ← **Produit** de 7 et de $(x+1)$ qui est une somme

  $A = 7 \times x + 7 \times 1$ ← Expression obtenue en utilisant la distributivité

  $A = 7x + 7$ ← **Somme** de $7x$ et de 7

- $B = (8x - 4) \times 2x$ ← **Produit** de $(8x - 4)$ et de $2x$

  $B = 8x \times 2x + (-4) \times 2x$ ← Expression obtenue en utilisant la distributivité

  $B = 16x^2 - 8x$ ← Somme de $16x^2$ et de $(-8x)$

DÉFINITION **Factoriser** une expression littérale, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

Exemple

- $A = 4{,}2 \times x - 1{,}3 \times x$ ← **Différence** de deux produits $4{,}2 \times x$ et $1{,}3 \times x$ ayant x comme facteur commun

  $A = x \times (4{,}2 - 1{,}3)$ ← Expression obtenue en utilisant la distributivité

  $A = x \times 2{,}9$ ← **Produit** de 2,9 et de x

  $A = 2{,}9x$

DÉFINITION **Réduire** une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique ayant le moins de termes possible.

Pour cela :

1. on effectue toutes les multiplications qu'il est possible de faire ;

2. on regroupe les termes semblables en factorisant.

Les **termes semblables** sont ceux qui ont la même partie littérale : $2x^2$ et $7x^2$ sont des termes semblables, en revanche, $2x^2$ et $7x$ ne le sont pas.

Exemples

- Réduire $A = 5x^2 + 4 + 2x - 3x^2 - 9 + 11x$.

  $A = 5 \times x^2 - 3 \times x^2 + 11 \times x + 2 \times x + 4 - 9$

  $A = (5 - 3) \times x^2 + (11 + 2) \times x + 4 - 9$

  $A = 2x^2 + 13x - 5$

Remarque

On ne peut pas réduire $2x^2 + 13x$ car la factorisation par x ne permet pas de faire de nouveaux calculs.
En effet : $2x^2 + 13x = 2 \times x \times x + 13 \times x = x \times (2x + 13)$ et on ne peut pas réduire $2x + 13$.

- Réduire $B = 3 + 2x \times 7 - 4x$.

  $B = 3 + 2 \times 7 \times x - 4 \times x$

  $B = 3 + 14x - 4x$

  $B = 3 + 10x$

Remarque

On ne peut pas réduire $3 + 10x$ car :
– on ne peut pas factoriser par x ;
– on doit effectuer les multiplications avant les additions.

3 Égalité de deux expressions littérales

OBJECTIF 3

PROPRIÉTÉ Deux expressions littérales sont égales si elles sont toujours égales, c'est-à-dire si elles sont égales quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres.

Remarque

Pour prouver que deux expressions sont égales, on peut les développer et les réduire.

Exemple

- Prouver que $4x - (5x - 6) = 14 - 2 \times (4 - x) - 3x$.

$4x - (5x - 6) = 4x - 1 \times (5x - 6)$
$= 4x - 1 \times 5x - 1 \times (-6)$
$= 4x - 5x + 6$
$= -x + 6$

$14 - 2 \times (4 - x) - 3x = 14 - 2 \times 4 - 2 \times (-x) - 3x$
$= 14 - 8 + 2x - 3x$
$= -x + 6$

Donc les deux expressions sont égales.

PROPRIÉTÉ Il suffit de trouver un seul exemple pour lequel deux expressions donnent des résultats différents pour prouver que ces expressions ne sont pas égales.

Exemple

- Prouver que $4 + 3x \neq 7x$.

  Pour $x = 5$: $4 + 3 \times 5 = 19$ et $7 \times 5 = 35$. C'est un contre-exemple, donc $4 + 3x \neq 7x$.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

1. Traduire ce programme de calcul par une expression littérale.

- Choisir un nombre
- Élever au carré
- Multiplier par -5
- Ajouter 13
- Multiplier par 2

2. Calculer le résultat obtenu si on choisit -2 comme nombre de départ.

1.

▶ **ÉTAPE 1**

On choisit une lettre pour désigner le nombre qui varie : N représentera le nombre choisi.

▶ **ÉTAPE 2**

On écrit le programme de calcul en faisant attention aux parenthèses et aux priorités des opérations :

$$(-5N^2 + 13) \times 2$$

2.

On écrit les signes $\times$ sous-entendus :

$$(-5N^2 + 13) \times 2 = (-5 \times N \times N + 13) \times 2$$

On remplace N par sa valeur (-2) :

$$(-5 \times (-2) \times (-2) + 13) \times 2 = -14$$

En choisissant -2 au départ, on obtient -14 à la fin.

Remarque

On peut aussi faire le calcul en conservant les puissances : $(-5 \times (-2)^2 + 13) \times 2 = -14$.

Je m'entraine

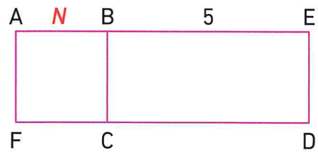
CALCULER — MODÉLISER

1 Activités rapides

Calculer les expressions suivantes pour $x = -2$:

a. $2x$ b. $7 + 5x$ c. x^2
d. $-x^2$ e. x^3 f. $4 - x$

2 La figure ci-dessous est composée du carré ABCF et du rectangle BEDC :



En utilisant la figure, préciser quelle longueur, quel périmètre ou quelle aire chacune des expressions ci-dessous permet de calculer :

a. $4N$ b. $N(N + 5)$ c. $N + 5$
d. $N \times 5$ e. $N + 5 + N + 5$ f. $N^2 + 5N$
g. $2(N + 5) + 2N$

3 Calculer l'expression $4(10 - x)$ lorsque :

a. $x = 4{,}5$ b. $x = -3$ c. $x = \dfrac{2}{3}$

4 Calculer l'expression $-x^2 - x$ lorsque :

a. $x = 6$ b. $x = -10$ c. $x = \dfrac{2}{7}$

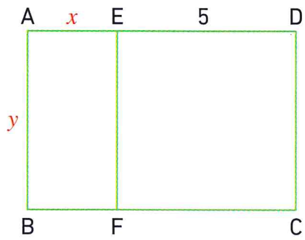
5 Calculer l'expression $5x - (x^3 - 3x + y)$ lorsque :

a. $x = 3$ et $y = 7$ b. $x = -3$ et $y = -8$

6 Calculer l'expression $(a - b)^2 - a^2 + 2ab$ lorsque :

a. $a = 6$ et $b = -4$ b. $a = -2{,}4$ et $b = 1{,}5$

7 Écrire au moins deux expressions différentes qui permettent de calculer l'aire du rectangle ADCB :



8 Associer chacun des programmes de calcul à l'expression littérale qui lui correspond :

• Choisir un nombre • Ajouter 8 • Multiplier par 2	• $2x + 8$
• Choisir un nombre • Multiplier par 2 • Ajouter 8	• $x + 8 \times 2$
• Choisir un nombre • Lui ajouter le produit de 8 par 2	• $2(x + 8)$

CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER MODÉLISER

9 **Les maths autour de moi**

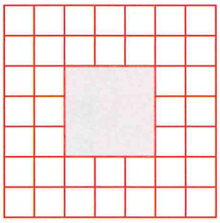
Le coefficient de marée, très utile aux marins, permet de prévoir la hauteur de l'eau suivant les marées. Il se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$C = \frac{H}{2U}$$

C est le coefficient de marée, H est la hauteur des vagues (en centimètre) par rapport au niveau moyen de la mer et U est égal à 5,67.

1. Quel est le coefficient de marée lorsque la hauteur des vagues est de 0,8 mètre ?
2. Lydie affirme que lorsque le coefficient de marée est de 100, les vagues sont à plus de 11 mètres par rapport au niveau moyen de la mer. A-t-elle raison ?

10 On fabrique des carrés de mosaïque de différentes tailles avec des petits carreaux en suivant ce modèle :



1. a. Le carré de mosaïque ci-dessus fait 7 carreaux de côté. Combien de petits carreaux ont été utilisés ?
b. Combien de carreaux seraient nécessaires pour faire un carré de mosaïque de 5 carreaux de côté ?
2. Proposer une façon de calculer le nombre de carreaux nécessaires pour construire un carré de mosaïque de côté donné.
3. Écrire une expression littérale correspondant à cette façon de calculer.

11 1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

x	0	-5	12	4,8
$-x^2 - x + 1$				

2. Est-ce un tableau de proportionnalité ?

12 Les égalités suivantes sont-elles toujours vraies ? Dans chaque cas, donner une preuve de la réponse donnée.

a. $a^2 + b^2 = (a + b)^2$
b. $a^2 \times b^2 = (a \times b)^2$
c. $3x + 5 - x = x + 4 + x + 1$
d. $2 + 8x + x = 10x^2$

13 **Les maths autour de moi**

Pour connaitre sa pointure de chaussures, il faut mesurer la longueur de son pied en centimètre, ajouter 1 et multiplier le résultat par 1,5.

1. Vérifier que cette méthode fonctionne sur soi.
2. Écrire une expression littérale correspondant à cette méthode de calcul de la pointure.
3. Que doit-on entrer dans la cellule **B2** pour programmer le calcul sur un tableur ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Taille en cm	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
2	Pointure														

14 **TOP Chrono** 15 min

Le volume de cet aquarium sphérique peut se calculer à l'aide de la formule :

$V = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$, où r est le rayon de l'aquarium et h sa hauteur.

1. Calculer le volume de l'aquarium sachant que celui-ci a une hauteur de 20 cm et un rayon de 12 cm.
2. Peut-on mettre 10 litres d'eau dans cet aquarium ?

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Développer et réduire :
$A = 7 - 4 \times (2x + 6) + 5x.$

ÉTAPE 1

On commence par développer les produits, ici $-4 \times (2x + 6)$.
Cette expression est le produit de -4 et de $(2x + 6)$ qui est une somme.
En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, on obtient l'égalité suivante :
$$-4 \times (2x + 6) = -4 \times 2x + (-4) \times 6$$
On effectue les multiplications pour simplifier l'expression :
$$-4 \times 2 \times x + (-4) \times 6 = -8x - 24$$
On a donc :
$$A = 7 - 4 \times (2x + 6) + 5x = 7 - 8x - 24 + 5x$$

ÉTAPE 2

On réduit l'expression en regroupant les termes semblables en factorisant :
$$A = 7 - 8x - 24 + 5x = -8x + 5x - 24 + 7$$
$$= (-8 + 5) \times x - 24 + 7$$
$$= -3x - 24 + 7$$
$$= -3x - 17$$
Donc $A = -3x - 17$.

Je m'entraine

CALCULER

15 Activités rapides

Calcul mental

a. 101×17 b. $96 \times 5 + 4 \times 5$
c. 99×13 d. $5{,}4 \times 7 + 5{,}4 \times 3$
e. $1\,002 \times 14$ f. $8 \times 19 + 2 \times 19$
g. 98×22 h. $13 \times 103 - 3 \times 13$

16 Calculer sans calculatrice et de deux façons différentes les expressions suivantes :
a. $4 \times (7 + 5)$ b. $4 \times 3 + 5 \times 3$
c. $(8 + 5) \times 2$ d. $10 \times 7 - 7 \times 2$
e. $5 \times (8 - 2)$ f. $34 \times 20 - 14 \times 20$

17 Lorsque c'est possible, utiliser la distributivité pour développer les expressions suivantes. Si c'est impossible, expliquer pourquoi.
a. $5 \times (2x + 3)$ b. $5 + (2x + 3)$ c. $(5 + 2x) \times 3$
d. $4 \times (5x - 2)$ e. $4 \times (5x \times 2)$ f. $4 \times (3 \times x + 2)$

18 Calcul mental
Factoriser les expressions suivantes pour pouvoir effectuer les calculs mentalement :
a. $127 \times 57 + 127 \times 43$ b. $14 \times 3{,}5 + 6{,}5 \times 14$
c. $13 \times 2{,}6 - 13 \times 0{,}6$ d. $29 \times 201 - 29$

19 Lorsque c'est possible, utiliser la distributivité pour factoriser les expressions suivantes. Si c'est impossible, expliquer pourquoi.
a. $3 \times x + 3 \times 7$ b. $y \times 9 + y \times y$ c. $2{,}5x^2 - 0{,}3x^2$
d. $9 - 3 \times 4 \times N$ e. $3 \times x \times 4 \times x$ f. $x - x^2$

20 Développer et réduire les expressions suivantes si possible :
a. $4n + (3n + 1)$ b. $17 - 2 \times (-5 - x)$
c. $13k - (2k + 4) \times 10$ d. $8m + 4 + (-2m - 5)$
e. $(-2t + 1) - t$ f. $8(5x + 2) + 3$

Pour les exercices 21 à 23, réduire si possible les expressions en détaillant chaque étape du calcul. Si c'est impossible, expliquer pourquoi.

21 a. $3x \times 5$ b. $3 + 5x$ c. $3x - 5x$
d. $3x + 5x^2$ e. $3x \times 5x^2$ f. $3 + x + 5 + x^2$
g. $3x^2 + 5x^2$ h. $-3x + 5x$ i. $-3 \times 5x$

22 a. $2{,}4x \times 0{,}2$ b. $2{,}4 + 0{,}2x$
c. $2{,}4x - 0{,}2x$ d. $2{,}4x + 0{,}2x^2$
e. $2{,}4x \times 0{,}2x^2$ f. $2{,}4 + x + 0{,}2 + x^2$

23 a. $\frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x$ b. $\frac{2}{3}x \times \frac{5}{4}x$ c. $\frac{2}{3}x - \frac{5}{4}x$
d. $\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{4}x$ e. $\frac{2}{3}x^2 \times \frac{5}{4}x$ f. $\left(\frac{2}{3}x\right)^2$

24 Développer et réduire les expressions suivantes :
a. $13 + (x - 6)$
b. $-5 - (4 - 2x)$
c. $10 - (x + 3) + (-3x + 6)$
d. $(5 + 2x) - (-7 - 7x)$
e. $x - 8 - (2 + 4x - (9 - 5x))$

Je résous des problèmes simples

REPRÉSENTER CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER

25 Étienne a développé et simplifié une expression littérale. Il a obtenu :

$$B = 4x^2 - 12x^3$$

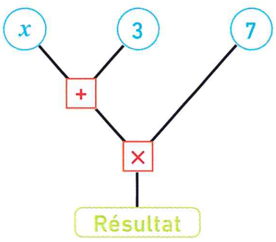
Retrouver l'expression de départ sachant que le professeur d'Étienne a jugé sa réponse correcte. Il y a plusieurs possibilités, en trouver au moins cinq différentes.

26 Calculer à la main en écrivant les calculs intermédiaires si nécessaire :

a. $6 \times (x + 3) + 4x - 18$ lorsque $x = 12{,}384$;

b. $4{,}5x + 22{,}3x + 73{,}2x + 1$ lorsque $x = -4{,}7$.

27 L'arbre à calcul ci-dessous correspond à l'expression $(x + 3) \times 7$:



1. Réaliser un arbre pour chacune des expressions suivantes :

a. $5x + 9$ b. $5(x + 9)$

c. $x^2 - 1$ d. $(x - 1)^2$

2. Chacune des expressions ci-dessus est-elle une somme ou un produit ?

28 Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

a. $5x + 9$

b. $5(x + 9)$

c. $(x + 9)^2$

d. $3 \times x + x \times x$

29 Parmi les expressions suivantes, retrouver celles qui sont égales. Donner une preuve.

$6x + 12$; $7x + 5 - (x - 7)$; $x + 5(x + 2) + 2$; $2(2 + 3x)$; $6x + 4$; $5x + 7$; $3(2x + 4)$; $6(x + 2)$

30 **Les maths autour de moi**

Pour la kermesse de l'école, chacune des 5 classes doit présenter un chant de 3 minutes et enchainer avec une petite pièce de théâtre de 16 minutes.

Il est prévu un temps de 2 minutes entre chaque classe.

Combien de temps le spectacle durera-t-il si les contraintes prévues sont respectées ?

1. Résoudre ce problème de plusieurs façons différentes.

2. Écrire chaque solution à l'aide d'une seule expression.

31 **Les maths autour de moi**

Pour sa maison de campagne, Jean-Claude souhaite acheter cinq fenêtres de rénovation et trois panneaux solaires. Un artisan lui fait le devis suivant :

– fenêtre de rénovation : 168 € hors taxes par unité ;

– panneau solaire petit format : 1 200 € hors taxes par unité.

1. Calculer le prix toutes taxes comprises que paiera Jean-Claude avec une TVA à 20 %.

2. Trouver au moins deux façons de calculer ce prix.

32 **TOP Chrono** 15 min

Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $4 + (x - 3) \times 5$ b. $2x(x + 1) - x$

c. $-(4 - x) \times 2$ d. $3 \times (5x \times 2) + 4$

e. $3 \times x + x \times 2x + 3 \times 4 + 2x \times 4$

objectif 3 Prouver ou réfuter

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Prouver que :
$3(x+2)-13=-12+5(x+1)-2x.$

▶ **ÉTAPE 1**

On développe et on réduit chacun des deux membres de l'égalité.

- ***Membre de gauche***

$$\begin{aligned} 3(x+2)-13 &= 3x+6-13 \\ &= 3x+6-13 \\ &= 3x-7 \end{aligned}$$

- ***Membre de droite***

$$\begin{aligned} -12+5(x+1)-2x &= -12+5x+5-2x \\ &= -12+5+5x-2x \\ &= -7+3x \end{aligned}$$

▶ **ÉTAPE 2**

On compare les résultats obtenus pour les deux membres de l'égalité.
Comme $3x-7=-7+3x$, les deux expressions sont toujours égales.

Je m'entraine

CALCULER — MODÉLISER — COMMUNIQUER

33 **Activités rapides**

Les égalités suivantes sont-elles vraies ?

a. $x+x=x^2$ **b.** $2x+3x^2=5x^3$

c. $x\times x\times x=3x$ **d.** $x+2x=4x-1$

e. $20x=5x\times 4$ **f.** $2x\times x^2=2x^3$

34 Des élèves de 4ᵉ doivent réduire l'expression suivante :

$$A=(2x-3)-(4x-5)-(-x+3)$$

Voici les réponses obtenues :

Liam : $A=3x-5$ Joseph : $A=-x-1$

Annah : $A=-x-5$ Jade : $A=-5x-1$

Parmi ces propositions, une seule est correcte. Laquelle ?

35 Antoine et Lili ont cherché à résoudre le même problème.
– Antoine : « Il faut utiliser la formule $(8x-4)\times x$. »
– Lili : « Moi, j'ai trouvé $4(2x^2-x)$. »
Les expressions $(8x-4)\times x$ et $4(2x^2-x)$ sont-elles égales ?

36 **Vrai ou faux ?**
Éva affirme : « Pour multiplier un nombre N par 11, on multiplie N par 10 et on ajoute 1 au résultat. » Donner une preuve.

37 **Vrai ou faux ?**
Théo affirme : « Pour multiplier un nombre N par 9, on multiplie ce nombre par 10 et on soustrait N au résultat. » Donner une preuve.

38 Le professeur Mathétic donne ce programme de calcul à ses élèves :

- Choisir un nombre
- Soustraire 6
- Multiplier par le nombre choisi
- Ajouter 11
- Multiplier par le nombre choisi
- Ajouter 1

Sorana dit : « J'ai pris au départ 1, puis 2, puis 3 et j'ai toujours obtenu 7 à la fin. »

1. Vérifier que Sorana a raison.

2. Le résultat final sera-t-il toujours 7 quel que soit le nombre le nombre du départ ?
Donner une preuve.

39 Le professeur Mathétic donne maintenant ce programme de calcul à ses élèves :

- Choisir un nombre
- Multiplier par 0,4
- Ajouter 1,8
- Multiplier par 5
- Soustraire le double du nombre choisi

Jayan dit : « J'ai pris 1, puis 2, puis 3 au départ et j'ai toujours obtenu 9 à la fin. »

1. Vérifier que Jayan a raison.

2. Le résultat final sera-t-il toujours 9 quel que soit le nombre de départ ? Donner une preuve.

40 Parmi ces quatre formules, quelles sont celles qui sont toujours égales ?

- $A=4\times n-4$
- $B=n+2\times(n-1)+(n-2)$
- $C=4\times(n-1)$
- $D=2\times n+2\times(n-2)$

Je résous des problèmes simples

REPRÉSENTER · MODÉLISER · RAISONNER · COMMUNIQUER

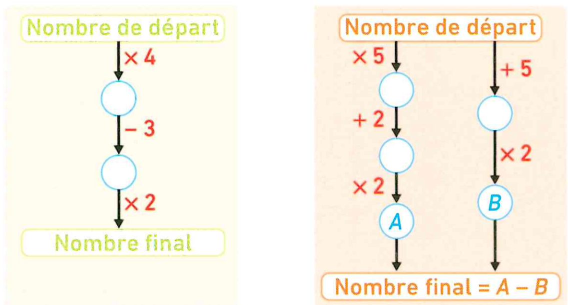
41 Léa a programmé un tableur pour comparer deux programmes de calcul :

	A	B	C
1	Nombre	Programme 1	Programme 2
2	1	=(A2^2+35)*A2^2+24	=(A2^2+5)*10*A2
3	2	180	180
4	3	420	420
5	4	840	840

A2^2 signifie A2².

1. Faire les calculs avec le nombre 2 pour vérifier que les deux programmes donnent bien 180.
2. Écrire l'expression littérale correspondant à chacun des deux programmes de calcul.
3. Léa dit : « Les deux programmes de calcul donneront toujours la même réponse. »
Vrai ou faux ? Donner une preuve.

42 1. En prenant le même nombre de départ, faire fonctionner ces deux algorithmes :



2. Prouver que les deux algorithmes donnent toujours le même résultat final si on choisit le même nombre de départ.
3. Écrire un algorithme plus court qui donnerait le même résultat que les précédents.

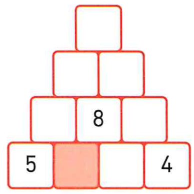
43 Vrai ou faux ?

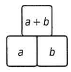
Programme n° 1
- Choisir un nombre
- Multiplier par 2
- Ajouter 4
- Ajouter 5 fois le nombre choisi

Programme n° 2
- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Soustraire 11
- Ajouter 15

Les deux programmes donnent toujours la même réponse si on choisit le même nombre de départ.

44 1. Recopier et compléter la pyramide en commençant par mettre un nombre au choix dans la case rouge :





Dans cette pyramide, une case se remplit en additionnant le contenu des deux cases sur lesquelles elle est posée.

2. Juliette affirme : « Quel que soit le nombre que je place dans la case rouge, je trouve toujours 33 dans la case la plus haute. »
Vrai ou faux ? Donner une preuve.

45 **Les maths autour de moi**

Une casserole a la forme d'un cylindre. On peut calculer son volume à l'aide de la formule :

$$V = \pi R^2 H$$

où R est le rayon de la casserole et H sa hauteur.

Chacune de ces deux affirmations est-elle vraie ou fausse ? Donner une preuve.

46 **TOP Chrono** 15 min

Voici deux propositions :

P1 « Les deux rectangles auront toujours la même aire. »

P2 « Les deux rectangles auront toujours le même périmètre. »

Pour chacune de ces deux propositions, dire en le prouvant si elle est vraie ou fausse.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

		A	B	C
47	Lorsque $x = -5$, l'expression $x^2 + 3$ vaut :	28	-22	-28
48	Pour calculer $4 \times 7 + 4 \times 14$, on peut calculer :	$4 \times 11 + 14$	4×21	$4 \times (4 + 14)$
49	$4x \times 5x$ est égal à :	$9x^2$	$20x$	$20x^2$
50	$4 + 5x$ est égal à :	$9x$	$20x$	ne peut pas se réduire
51	L'égalité $8(x - 5) - 4x(2 - x) + 52 = 12 + 4x^2$ est :	vraie	fausse	on ne peut pas savoir

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

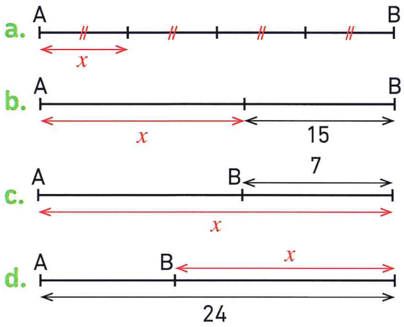
Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1

Produire et utiliser une expression littérale

52 Dans chacun des cas ci-dessous, écrire la longueur AB en fonction de x :



53 Calculer l'expression $(3x + 1)(6 - x)$ lorsque :
a. $x = 4$ **b.** $x = -2$ **c.** $x = \frac{5}{6}$

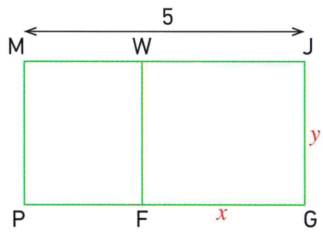
54 Calculer l'expression $-x^2 + 2y$ lorsque :
a. $x = 3$ et $y = 7$ **b.** $x = -3$ et $y = -8$

55 **1.** Pour calculer différentes valeurs de l'expression $3x^2 - 5x + 1$, quelle formule doit-on entrer en **B2** ?

	A	B
1	Valeur de x	Valeur de $3x^2$-$5x$+1
2	5	
3	-4	
4	1,6	
5		

2. Quels nombres s'afficheront en **B2**, **B3** et **B4** ?

56 Écrire au moins deux expressions différentes qui permettent de calculer l'aire du rectangle MWFP :



57 Tout corps en mouvement possède une énergie qui dépend de sa masse et de sa vitesse, cette énergie s'appelle l'énergie cinétique.

Pour la calculer, on utilise la formule : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, où E_c est en joule, m en kilogramme et v en mètre par seconde.

1. Calculer l'énergie cinétique d'Usain Bolt, athlète de 90 kg qui court à une vitesse de 10 m/s.

2. Calculer l'énergie cinétique d'une voiture de 1,5 t qui roule à 110 km/h.

objectif 2
Connaitre la distributivité ; développer, factoriser et réduire une expression

58 **Calcul mental**

a. 103×15 b. 20×999
c. 21×14 d. 19×40
e. 98×15 f. 11×13

59 **Calcul mental**

a. $35 \times 7 + 65 \times 7$ b. $23 \times 7 + 23 \times 3$
c. $2 \times 2{,}8 + 0{,}2 \times 2$ d. $22 \times 13 - 13 \times 2$
e. $5 \times 13 - 3 \times 5$ f. $15{,}7 \times 15 - 15{,}7 \times 13$

60 Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des sommes ? Lesquelles sont des produits ?

a. $2 \times x + 5$ b. $2(x + 5) \times 3$
c. $2\ (x + 5)$ d. $(2 + x)(5 + x)$
e. $2(x + 5) + 3$ f. $4x^2$

61 Lorsque cela est possible, utiliser la distributivité pour développer les expressions suivantes. Si cela est impossible, expliquer pourquoi.

a. $2 \times (3x \times 3)$ b. $(5 \times x - 2) \times 8$
c. $(6 + 4 \times x) \times 2$ d. $3 + (x + 5)$
e. $7 \times (x + 1)$ f. $8(2x + 2) \times 3$

62 Lorsque cela est possible, utiliser la distributivité pour factoriser les expressions suivantes. Si cela est impossible, expliquer pourquoi.

a. $5 \times y + 3 \times y$
b. $x + 4 \times x + 3$
c. $7x + 21$
d. $x \times x \times 4 - x \times 6 + 2$

63 Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $8 + 2 \times (x - 3)$
b. $5x(2x - 6)$
c. $(-4 - 3x) \times 2$
d. $-3(4 - x^2)$
e. $10x - 3(4x - 7) + 9$
f. $(4x^2 - 3) \times 2 + 4x$

64 Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $2n + (n - 5)$
b. $8k - (5k + 6) \times 2$
c. $27 - (-8 - 2x)$
d. $10m + 2 + (-m - 7)$
e. $(-3t + 2) - t$

objectif 3
Prouver ou réfuter une égalité entre deux expressions

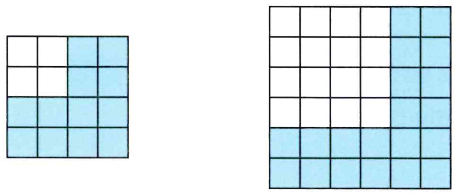
65 Les égalités suivantes sont-elles vraies ?

a. $2(x - 1) = 2x - 1$ b. $x + x + x = 3x$
c. $x + 3 + x + 5 = 8 + 2x$ d. $2x \times 3x = 6x$
e. $(x + 3) - (x + 3) = 0$ f. $2x = x^2$

66 **Vrai ou faux ?**

Tiago dit : « Dans un produit de deux nombres, si on double le premier et que l'on prend la moitié du deuxième, on trouve le même résultat. »
Donner une preuve.

67 On dispose des carreaux blancs en carré et on ajoute deux rangées de carreaux bleus comme sur les modèles ci-dessous :



Des élèves ont essayé de trouver une formule qui donne le nombre de carreaux bleus en fonction du nombre de carreaux blancs sur le côté du carré. Voici leurs productions dans lesquelles B désigne le nombre de carreaux blancs :

– formule de Léa : $(B + B) \times 2 + 4$;
– formule de Jérémie : $(B + 2) \times 2 + B \times 2$;
– formule d'Hamid : $4 \times B + 4$;
– formule d'Inès : $(B + 2) \times 4 - 4$;
– formule de Khadija : $4 + (B \times 2) \times 2$.

Quelles sont les formules qui conviennent ?
Donner une preuve.

68 **1.** Tester plusieurs fois ces deux programmes de calcul avec des nombres au choix.

Programme n° 1
- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier par 8

Programme n° 2
- Choisir un nombre
- Multiplier par 2
- Ajouter 6
- Multiplier par 4

2. Louis dit : « Si on choisit le même nombre au départ, on obtient le même résultat final avec les deux programmes. »
Vrai ou faux ? Donner une preuve.

3. Écrire un programme qui donne toujours le même résultat que le Programme n° 1.

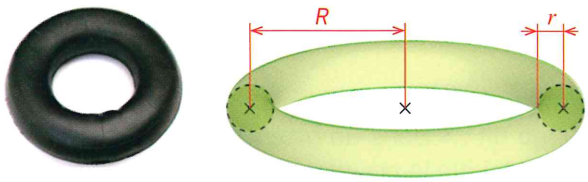
Je résous des problèmes

Objectifs 1 2 3

69 Prouver ou réfuter une conjecture DOMAINE 3 DU SOCLE

Le volume d'une chambre à air peut se calculer à l'aide de la formule suivante :

$$2\pi^2 \times r^2 \times R$$



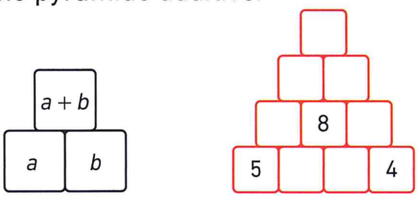
1. Calculer le volume d'une chambre à air pour laquelle $R = 80$ cm et $r = 15$ cm.

2. Si on double le rayon de la chambre (R), que se passe-t-il pour le volume ? Donner une preuve.

3. Si on double l'« épaisseur » (r), que se passe-t-il pour le volume ? Donner une preuve.

70 Prouver ou réfuter une conjecture DOMAINE 3 DU SOCLE

Voici une pyramide additive.



1. Comment doit-on placer les nombres 24 ; 7 ; 53 et 19 à la base de cette pyramide pour obtenir le plus grand résultat possible au sommet ? Donner une preuve.

2. Quels nombres peut-on placer à la base pour obtenir 250 au sommet ?

71 Analyser une copie d'élève

Kévin a fait cet exercice : « Développer et réduire l'expression suivante : $A = 5 \times (2x \times 4)$. »

Voici sa réponse :

$5 \times (2x \times 4) = 5 \times 2x \times 5 \times 4 = 200x$

Est-elle correcte ? Si oui, justifier chaque étape du calcul effectué ; si non, le prouver puis résoudre l'exercice.

72 Calculer DOMAINE 4 DU SOCLE

Sachant que $8x - 8y = 80$, calculer $5 \times (x - y)$. Justifier la réponse en détaillant les calculs effectués.

73 Débattre DOMAINE 3 DU SOCLE

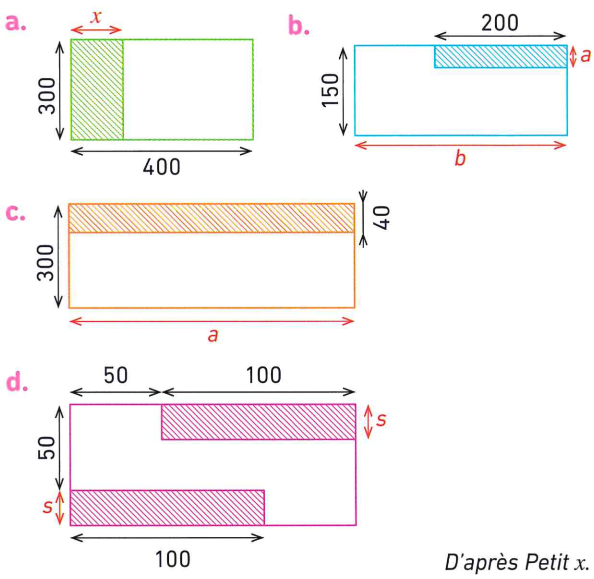
1. Peut-on obtenir 15 en additionnant trois nombres entiers consécutifs ? Peut-on obtenir 13 ?

2.

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

74 Exprimer une grandeur en fonction d'une autre DOMAINE 1 DU SOCLE

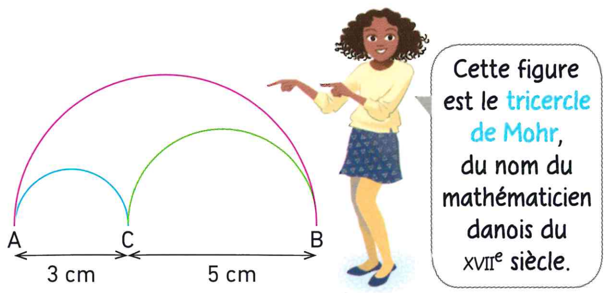
Dans chacun des cas, écrire une expression littérale qui donne l'aire de la partie colorée à l'aide des dimensions données :



D'après Petit x.

75 Raisonner DOMAINE 2 DU SOCLE

1. Dans la figure ci-dessous, quelle est la longueur la plus courte : l'arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ puis $\overset{\frown}{CB}$ (les deux petits) ou l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ (le grand) ?

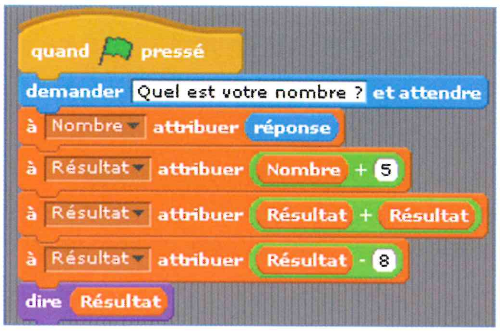


2. Si on change les longueurs AC et CB, quelle sera la longueur la plus courte : l'arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ puis $\overset{\frown}{CB}$ (les deux petits) ou l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ (le grand) ?

Faire une conjecture, puis donner une preuve.

76 Traduire un algorithme en langage mathématique

Voici un algorithme réalisé avec Scratch :



1. Aloé a choisi 10 comme nombre initial.
Quel sera le résultat final ?

2. Traduire cet algorithme par une expression littérale.

3. Réduire cette expression et proposer une modification de l'algorithme pour qu'il soit plus rapide.

77 Modéliser DOMAINE 5 DU SOCLE

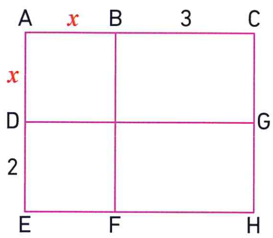
Le prix normal de vente des articles MP3 inclut une marge de bénéfice de 37,5 %. Le prix sans cette marge est appelé « prix de gros ».
Les formules ci-dessous présentent-elles une relation correcte entre le prix de gros (noté G) et le prix de vente (noté V) ?
Justifier la réponse.

- Formule n° 1 : $V = G + 0{,}375$
- Formule n° 2 : $G = V - 0{,}375V$
- Formule n° 3 : $V = 1{,}375G$
- Formule n° 4 : $G = 0{,}625V$

D'après PISA.

78 Résoudre un problème ouvert

Trouver le plus d'expressions différentes permettant de calculer l'aire du rectangle ACHE :

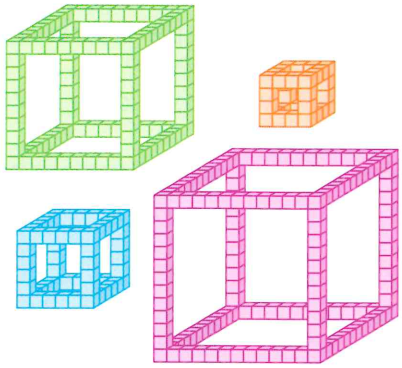


79 Calculer DOMAINE 4 DU SOCLE

On donne $P = b - (2c + 10)$; $Q = 2c - a$ et $R = a - (b - 10)$ où a, b et c sont des nombres non fixés. Montrer que $P + Q + R$ est toujours égal au même nombre.

80 Rechercher DOMAINE 2 DU SOCLE

En jouant avec des petits cubes, Louis fabrique des grands cubes comme ci-dessous :



Écrire une formule qui donne le nombre de petits cubes nécessaires à la fabrication d'un grand cube en fonction du nombre de petits cubes sur le côté.

81 Calculer en utilisant le langage algébrique

Dans un carré magique, la somme des nombres en ligne, en colonne et en diagonale est la même. Recopier et compléter ce carré pour qu'il soit magique pour n'importe quelle valeur de a et de b :

a		b	$a+3$
	$a+5$	$a+6$	$a+8$
	$b-4$	$a+10$	$a+4$
		$a+1$	

D'après Petit x.

82 Débattre DOMAINE 3 DU SOCLE

Dans cette figure, les cercles sont tangents.

1. Vadim dit : « Le périmètre du grand cercle est le double du périmètre du petit cercle. »
Vrai ou faux ? Donner une preuve.

2. Sonia dit : « L'aire du grand disque est quatre fois plus grande que celle du petit disque. »
Vrai ou faux ? Donner une preuve.

Aide
- Périmètre du cercle de rayon r : $2\pi r$.
- Aire d'un disque de rayon r : πr^2.

Dans les autres matières

83 Éolien et nucléaire

La puissance électrique fournie (en watt) par une éolienne est donnée par la formule :

$$P = 0{,}14D^2V^3$$

où D est le diamètre du rotor en m et V est la vitesse du vent en m/s.

1. L'Haliade 150 est une éolienne géante dont le rotor a un diamètre de 150 m et qui fournit sa puissance maximale pour un vent de 12 m/s.
Calculer cette puissance maximale.

2. Les 58 réacteurs nucléaires français fournissent ensemble une puissance de 62 400 MW (1 MW = 1 000 000 W).
Combien faudrait-il d'éoliennes fonctionnant à pleine puissance pour remplacer ces réacteurs nucléaires ?

84 Surprise!

- Think of a number
- Multiply it by 0,25
- Add 5
- Multiply by 4
- Substract 10
- Substract the initial number

Try this with a different initial number. Why does this happen? Will this always be the case?

85 Ça monte !

La performance d'un cycliste dépend pour beaucoup de la puissance qu'il a. À chaque tour de pédale, le vélo avance d'une certaine distance que l'on appelle développement. Plus le développement est grand, plus le cycliste doit être fort dans ses jambes. Le développement est obtenu par la formule : $D = \pi d\dfrac{N}{n}$, où d est le diamètre de la roue, N le nombre de dents du plateau et n le nombre de dents du pignon.
Vincent a un vélo de route qui possède trois plateaux différents de 30, 39 et 50 dents et à l'arrière dix pignons de 14, 17, 20, 23 et 28 dents.
Son vélo a des roues de diamètre 29 pouces (1 pouce = 0,0254 m).
Calculer tous les développements que Vincent peut avoir avec son vélo.

EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Culture et créations artistiques

Mathématiques & Enseignement artistique & Histoire

Les carrés magiques : croyances et œuvres d'art

L'histoire des carrés magiques commence en Chine bien avant J.-C. et la croyance dans les vertus magiques de ces carrés se répand ensuite dans les pays limitrophes. Les armées arabes découvrent ces carrés magiques lors de leur conquête de l'Inde et les ramènent en Occident où ils inspireront bon nombre d'artistes. Albrecht Dürer (1471–1528) est un peintre, graveur et mathématicien allemand. Il a gravé sur du cuivre le carré magique ci-contre dans une gravure intitulée *La mélancolie* (1514).

La mélancolie (détail), Albrecht Dürer.

Projet

En étudiant le carré magique de la gravure d'Albrecht Dürer, se demander comment trouver des carrés magiques de différentes tailles, s'interroger sur leurs propriétés, sur l'évolution de la somme des cases… On pourra aussi étudier les croyances mystiques liées à ces carrés pour différencier le raisonnement scientifique des croyances personnelles.

Notion mathématique : Utilisation du calcul littéral pour démontrer une propriété

Jeux mathématiques

86 Domino des expressions

Règle du jeu : Ce jeu est pour deux joueurs. Chaque joueur prend six dominos, les autres sont posés face cachée et constituent la pioche. Un domino est retourné pour commencer la partie.

Déroulement d'une partie : Le premier joueur cherche dans son jeu un domino ayant une expression égale à celle du domino déjà retournée. S'il possède un domino qui convient, il doit le placer de façon à ce que les deux expressions égales soient accolées. S'il ne peut pas, il pioche un domino et passe son tour. Le vainqueur est celui qui n'a plus de dominos.

Matériel : Recopier et découper ces 20 dominos :

$12 - 8x$	$7(4x + 1)$	$2x + 2$	$3(2 - 3x)$
$6x + 12$	$5(2x + 1)$	$7x - 42$	$2(4x + 1)$
$28x + 7$	$3(x - 5)$	$14x - 7$	$4(3x + 4)$
$5 - 5x$	$3(2x + 4)$	$6 - 9x$	$7(x - 6)$
$10x + 5$	$4(3 - 2x)$	$12x + 16$	$2(x + 1)$
$10x + 30$	$7(3x + 1)$	$8x + 2$	$8(x - 3)$
$8x - 24$	$5(2x + 6)$	$4x - 2$	$5(1 - x)$
$21x + 7$	$4(3x - 2)$	$9x + 27$	$2(2x - 1)$
$3x - 15$	$8(3x - 1)$	$20 - 15x$	$3(3x + 9)$
$24x - 8$	$7(2x - 1)$	$12x - 8$	$5(4 - 3x)$

87 Défi !

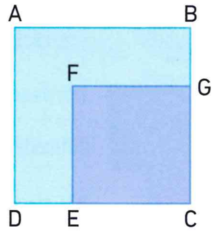
Peux-tu calculer la somme :
$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1\,000$?

88 Énigme

Pierre a utilisé 57 bidons pour remplir une cuve de 346 litres. Certains bidons ont une contenance de dix litres et les autres de trois litres.
Combien Pierre a-t-il de bidons de trois litres ?

devoirs à la maison

89 Ça dépasse !



On a superposé un carré FGCE sur un carré ABCD. Le carré ABCD et le carré FGCE ont des côtés qui mesurent un nombre entier de centimètres tels que le côté du carré ABCD mesure une unité de plus que le côté du carré FGCE.

1. a. Calculer l'aire comprise entre les deux carrés (ADEFGB) dans le cas où le côté de FGCE mesure 5 cm et celui de ABCD 6 cm.

b. Calculer cette même aire lorsque le côté de FGCE mesure 18 cm.

2. a. Écrire une expression littérale qui permet de calculer l'aire de ADEFGB en fonction du côté du carré FGCE.

b. Utiliser la formule pour calculer l'aire de ADEFGB lorsque le côté du carré FGCE mesure 40 cm.

90 Fruits et légumes

Au marché, on peut comparer le prix des fruits.

– Un kilogramme de poires coute 2 € de plus qu'un kilogramme de pommes.

– Un kilogramme de cerises coute 3 € de plus qu'un kilogramme de poires.

1. Marie achète 1 kg de pommes et 5 kg de poires. Maxime achète 4 kg de pommes et 2 kg de cerises. Montrer que Marie et Maxime ont dépensé la même somme.

2. Nassim achète 3 kg de poires et 2 kg de cerises. Noémie achète 1 kg de pommes et 4 kg de cerises. Qui a payé le plus cher ? Justifier la réponse.

3. Arthur achète 3 kg de cerises et 4 kg de poires. Alicia achète 7 kg de poires et 1 kg de pommes. Peut-on savoir qui a payé le plus cher ? Justifier la réponse.

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Feuille de match

Utiliser un tableur pour automatiser un calcul.

20'

Difficulté mathématique   Difficulté technique

Au rugby, un essai vaut 5 points, un essai transformé vaut 7 points et un drop ou une pénalité valent 3 points.

1 Ouvrir une feuille de calcul et recopier le tableau suivant :

	A	B	C	D
1	Pénalités	Essais transformés	Essais non transformés	SCORE
2				

2 Saisir des nombres entiers dans les cellules **A2**, **B2** et **C2**, puis saisir une formule dans la cellule **D2** permettant d'afficher le score obtenu par l'équipe. Tableur 1

3 Le 17 octobre 2015, les All Blacks ont inscrit 1 pénalité, 7 essais transformés et 2 essais non transformés alors que l'équipe de France n'a pu inscrire que 2 pénalités et 1 essai transformé.
Calculer le score de ce match entre la France et la Nouvelle-Zélande.

4 Le 6 octobre 2009, c'est la France qui avait remporté le match face à la Nouvelle-Zélande par un score de 20 à 18. Trouver toutes les possibilités pour réaliser un tel score.

5 Quels scores (inférieurs à 100 points) une équipe ne peut-elle pas avoir dans un match de rugby ?

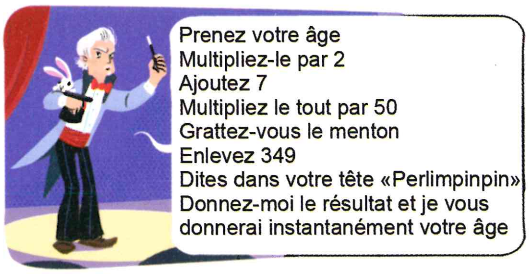
2 Le magicien

Utiliser un tableur pour établir une conjecture.

20'

Difficulté mathématique   Difficulté technique

1 Malik et Élina ont utilisé un tableur pour vérifier ce que dit ce magicien en faisant des essais. Voici leurs propositions à reproduire dans une feuille de tableur.



Proposition de Malik

	A	B
1	Age	
2	Multiplier par 2	
3	Ajouter 7	
4	Multiplier par 50	
5	Soustraire 349	

Proposition d'Élina

	A	B
1	Age	
2	Réponse finale	

2 Dans les deux cas, saisir un nombre dans la cellule **A2**, puis compléter les cellules pour effectuer les calculs.

3 Comment le magicien s'y prend-il pour trouver l'âge du spectateur ? Donner une preuve.

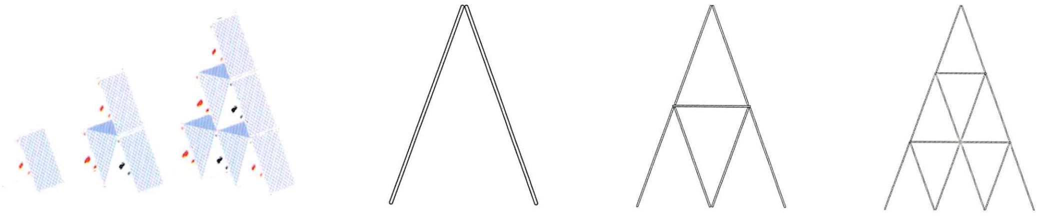
3 Le château de cartes ALGO

Réaliser un algorithme pour effectuer un calcul répétitif et fastidieux.

50'

Difficulté mathématique   Difficulté technique

Julien s'amuse à faire des châteaux de cartes sur ce modèle :



Château à 1 étage *Château à 2 étages* *Château à 3 étages*

A. Sur une feuille ou dans le cahier

1 a. Combien de cartes Julien utilisera-t-il pour faire un château à 4 étages ?
b. Combien de cartes Julien utilisera-t-il pour faire un château à 5 étages ?

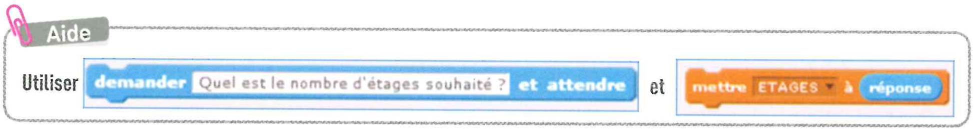
2 Combien de cartes doit-on ajouter à un château à 5 étages pour obtenir un château à 6 étages ?

3 Pour créer un château à x étages, combien de cartes doit-on ajouter à un château à $(x - 1)$ étages ?

B. Dans le logiciel Scratch

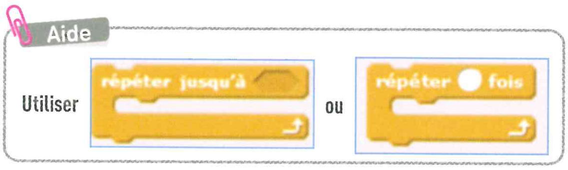
4 Dans un programme, créer une variable nommée « ETAGES ».

5 Demander « Quel est le nombre d'étages souhaité ? » et stocker la réponse dans la variable « ETAGES ».



6 a. Créer une variable nommée « CARTES » qui servira à compter le nombre de cartes nécessaires à la fabrication du château.
b. Mettre cette variable à 2 au départ puisqu'il faut 2 cartes pour faire un château à 1 étage.

7 En utilisant une boucle, ajouter pour chaque étage le nombre de cartes nécessaires à la variable « CARTES » et continuer jusqu'à ce que le nombre d'étages désiré soit atteint.



8 À la fin du programme, faire annoncer le nombre de cartes nécessaires.

C. Utilisation du programme

9 Combien faut-il de cartes pour faire un château de 1 000 étages ?

10 a.

« J'ai utilisé 155 cartes pour faire un château. »

Est-ce possible ?
Si oui, combien d'étages a ce château ?

b.

« J'ai utilisé 30 135 cartes pour faire un château. »

Est-ce possible ?
Si oui, combien d'étages a ce château ?

tâches complexes

1 Le prêt immobilier

La famille Dupont souhaite acheter une maison, quel prêt pourra-t-elle choisir ?

▶ **Quel conseil lui donner ? Justifier la réponse.**

DOC 1 La famille Dupont

DOC 2 La maison de leurs rêves

DOC 3 Le prêt de la banque

Voici les offres de prêt de la banque sachant que la mensualité de remboursement ne doit pas dépasser les 30 % des revenus des Dupont.

Nom du prêt	Durée	Taux d'intérêt*
Formule « Express »	15 ans	2,25 %
Formule « Dynamique »	20 ans	2,50 %
Formule « Confort »	25 ans	2,83 %

** Fixe sur toute la durée du prêt*

Voici la formule de calcul de la somme A à rembourser chaque année :

$$A = C \times \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

avec C le montant emprunté ;
i le taux d'intérêt (pour un taux d'intérêt de 5 %, $i = 0{,}05$) ;
et n la durée de remboursement.

2 Les problèmes DUDU

Dans cette vidéo, les DUDU lisent le *Pi-magazine*. Il y a une question un peu étrange, peux-tu les aider à la comprendre ?

▶ VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

chapitre 5

Pour construire les installations d'un parc d'accrobranche, de nombreux calculs sont nécessaires afin de trouver les emplacements de chaque parcours.
En fin de chapitre, p. 132, tu pourras en réaliser certains.

Équations

Attendus de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes
- Utiliser le calcul littéral

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Mettre un problème en équation
2. Résoudre un problème

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Mettre un problème en équation

OBJECTIF 1

A. Résoudre, l'un après l'autre, les problèmes suivants

PROBLÈME n° 1
Arthur a une calculatrice sur laquelle il affiche un nombre.
Il multiplie le nombre affiché par 3, puis ajoute 7. La calculatrice affiche alors 10,9.
Quel nombre a-t-il affiché au départ ?

PROBLÈME n° 2
Arthur et Béatrice ont chacun une calculatrice sur laquelle ils affichent le **même** nombre.
Arthur multiplie le nombre affiché par 3, puis ajoute 7.
Béatrice multiplie le nombre affiché par 5, puis ajoute 1.
Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent qu'ils ont obtenu le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

PROBLÈME n° 3
Arthur et Béatrice ont chacun une calculatrice sur laquelle ils affichent le **même** nombre.
Arthur multiplie le nombre affiché par 5, puis ajoute 9.
Béatrice multiplie le nombre affiché par 2, puis retranche 3.
Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent qu'ils ont obtenu le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Hamid, un élève de quatrième, a écrit ceci pour le problème n° 3.

J'appelle n le nombre affiché au départ. Arthur a calculé $n \times 5 + 9$ et Béatrice a calculé $n \times 2 - 3$.
On cherche un nombre n pour lequel l'égalité $n \times 5 + 9 = n \times 2 - 3$ est vraie.

On dit qu'Hamid a ***mis le problème en équation****. Reste encore à trouver les nombres pour lesquels l'égalité est vraie. Ces nombres sont les* ***solutions de l'équation****. On peut utiliser des logiciels pour trouver ces solutions.*

B. Résoudre les problèmes suivants à la main, à la calculatrice ou à l'aide d'un logiciel

On peut utiliser le calculateur formel Wiris, gratuit et simple à utiliser (www.wiris.com/demo/fr) ou encore le solveur d'équations de GeoGebra (www.geogebra.org).

PROBLÈME n° 4
Arthur et Béatrice ont chacun une calculatrice sur laquelle ils affichent le **même** nombre.
Arthur multiplie le nombre affiché par 2, puis ajoute 10.
Béatrice multiplie le nombre affiché par 7, puis retranche 3.
Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent qu'ils ont obtenu le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

PROBLÈME n° 5
Arthur et Béatrice ont chacun une calculatrice sur laquelle ils affichent le **même** nombre.
Arthur multiplie le nombre affiché par 8, puis ajoute 9.
Béatrice multiplie le nombre affiché par 5, puis ajoute 4.
Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent qu'ils ont obtenu le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Activité 2 — Trouver une solution d'une équation

OBJECTIF 2

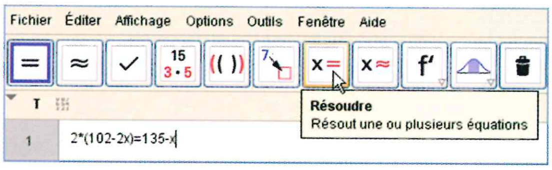
La mise en équation d'un problème a conduit à l'équation : $2 \times (102 - 2x) = 135 - x$.
On veut maintenant trouver une solution de cette équation par différentes méthodes :

1 Avec la calculatrice
Par groupes de deux élèves, choisir un même nombre. Un élève calcule alors la valeur du premier membre $2 \times (102 - 2x)$ avec ce nombre et l'autre élève calcule la valeur du second membre $135 - x$ avec ce nombre.
Trouver ainsi une solution de l'équation donnée.

2 Avec un tableur
Dans une feuille de calcul d'un tableur, on peut aussi comparer la valeur des deux membres, plus rapidement qu'avec la calculatrice.
Trouver une solution à l'aide d'un tableur.

	A	B	C
1	x	$2*(102-2x)$	$135-x$
2	0	204	135
3	1		
4	2		

3 Avec un solveur d'équations
Dans le logiciel GeoGebra, afficher le module « **Calcul formel** ».
Saisir l'équation et cliquer sur « **Résoudre** ».
En déduire une solution de l'équation donnée.



4 Donner les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes.

Activité 3 — Résoudre un problème

OBJECTIF 2

1 On cherche à savoir combien d'euros Chloé doit donner à Paul.
a. On appelle x le nombre cherché. Écrire, en fonction de x, la somme que Chloé aura après la transaction.
b. De même, écrire, en fonction de x, la somme que Paul aura après la transaction.
c. Écrire une équation traduisant le fait que ces deux quantités doivent être égales.
d. Trouver une solution de cette équation.
Est-il alors possible que Chloé donne une certaine somme à Paul pour qu'ils aient ensuite la même somme d'argent ? Si oui, combien. Si non, expliquer pourquoi.

2 Anaïs dispose de 457 cartes du jeu *Majax* et Djamel en a 246.
Est-il possible qu'Anaïs donne un certain nombre de cartes à Djamel pour qu'ils aient ensuite le même nombre de cartes ?
Si oui combien. Si non, expliquer pourquoi.

3 Quelles sont les différentes actions à mener pour résoudre un problème à l'aide d'une équation ?

cours

1 Mettre un problème en équation

OBJECTIF 1

A Équations

DÉFINITION Une équation est une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres (que l'on nomme les inconnues de l'équation).

Exemple

- $\underbrace{3 \times x + 5}_{\text{Membre de gauche}} = \underbrace{6 \times x - 1}_{\text{Membre de droite}}$ est une équation d'inconnue x.

DÉFINITION Dans une équation, les valeurs des inconnues pour lesquelles l'égalité est vraie sont les solutions de l'équation.

Exemple

- On considère l'équation $3 \times x + 5 = 6 \times x - 1$ d'inconnue x.
  2 est une solution de cette équation, car si $x = 2$:
  $3 \times 2 + 5 = 11$ et $6 \times 2 - 1 = 11$ donc l'égalité est vraie pour $x = 2$.
  En revanche, 7 n'est pas une solution de cette équation, car si $x = 7$:
  $3 \times 7 + 5 = 26$ et $6 \times 7 - 1 = 41$ donc l'égalité est fausse pour $x = 7$.

B Mettre un problème en équation

Pour mettre un problème en équation, on repère dans un premier temps l'inconnue et on la nomme par une lettre.
On écrit ensuite une égalité entre deux quantités faisant intervenir cette inconnue.

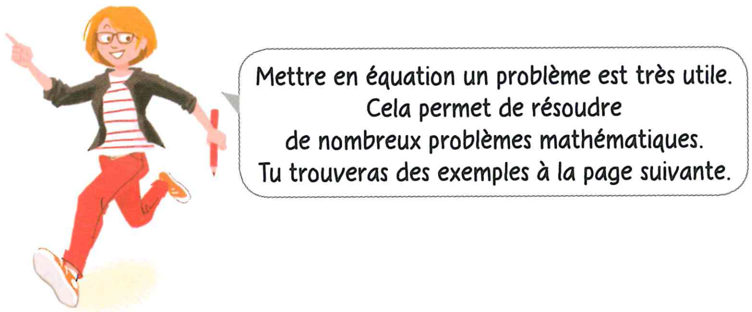
Exemple

- Voici un problème :
  Je suis un nombre dont le double augmenté de 5 est égal au triple diminué de 4.
  Qui suis-je ?
  On appelle x le nombre cherché.

On écrit le **double** de ce nombre.	$2x$
On **augmente de 5** ce résultat.	$2x + 5$

On écrit le **triple** de ce nombre.	$3x$
On **diminue de 4** ce résultat.	$3x - 4$

Ces deux expressions doivent être égales ; on cherche donc un nombre qui soit solution de l'équation $2x + 5 = 3x - 4$.
On peut remarquer que 9 est une solution de cette équation et donc du problème posé, car : $2 \times 9 + 5 = 23$ et $3 \times 9 - 4 = 23$.



2 Résoudre un problème

OBJECTIF 2

On peut résoudre un problème à l'aide d'équations. Pour cela, il faut :
- choisir une inconnue et la nommer avec une lettre,
- mettre le problème en équation,
- trouver une solution de l'équation,
- répondre en interprétant la solution de l'équation en fonction du problème initial.

Exemple 1

- Emma doit acheter des melons avec le billet que lui a donné sa mère.

Si elle achète 5 melons, il lui restera 1 € mais il lui manque 80 centimes pour acheter 6 melons.
Combien coute un melon ?

1. On nomme l'inconnue avec une lettre.
Soit x le prix d'un melon.

2. On met le problème en équation.

5 melons coutent $5 \times x$.
Donc $5 \times x + 1$ représente la valeur du billet.

6 melons coutent $6 \times x$.
Donc $6 \times x - 0{,}80$ représente la valeur du billet.

On a donc l'équation :
$6 \times x - 0{,}80 = 5 \times x + 1$

3. On trouve une solution de l'équation.

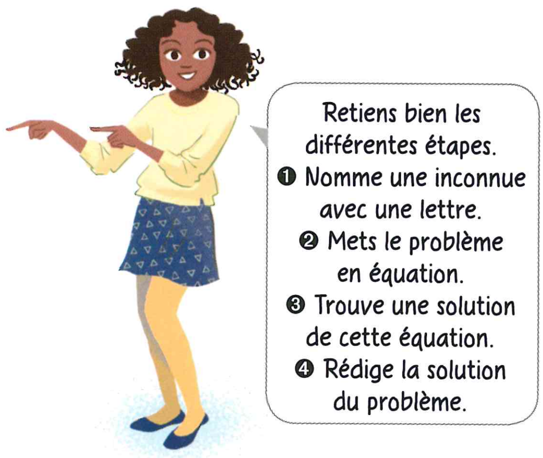
6×1,8−0,80
10

et

5×1,8+1
10

Donc 1,8 est une solution de cette équation.

4. On interprète la solution pour le problème.
Un melon coute donc 1,80 €.



Exemple 2

- Jade, Akim et Ilan collectionnent les canettes de soda. Ils en parlent à un quatrième ami.

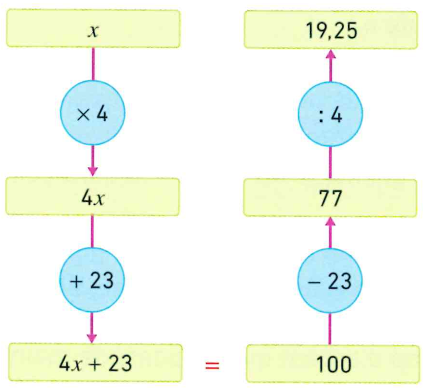
Akim dit : « J'ai deux fois plus de canettes que Jade. »
Ilan dit : « J'ai 23 canettes de plus que Jade. »
Jade dit : « À nous trois, nous avons exactement 100 canettes. »
Indiquer, si possible, combien chaque enfant possède de cannettes.

1. On nomme l'inconnue avec une lettre.
Soit x le nombre de canettes de Jade.

2. On met le problème en équation.
Jade a x canettes.
Akim a $2 \times x$ canettes.
Ilan a $x + 23$ canettes.

On a donc l'équation :
$x + 2 \times x + x + 23 = 100$
Ou encore : $4x + 23 = 100$

3. On trouve une solution de l'équation.



4. On interprète la solution pour le problème.
19,25 ne peut pas correspondre à un nombre de canettes. Bien que l'équation ait une solution, le problème n'a en revanche pas de solution.
Au moins un des enfants a dû se tromper dans son affirmation.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Voici un problème :
« Dylan et son père ont 26 ans d'écart. Dans 4 années, la somme de leurs âges sera égale à 100. Quel est l'âge de Dylan aujourd'hui ? »

ÉTAPE 1

Pour mettre ce problème en équation, on choisit une inconnue et on la nomme avec une lettre.
On nomme x l'âge qu'a Dylan aujourd'hui.

ÉTAPE 2

On écrit, en fonction de x, l'âge de Dylan et de son père dans 4 années.

	Dylan	Le père de Dylan
Aujourd'hui	x	$x+26$
Dans 4 années	$x+4$	$x+26+4$

Aujourd'hui, Dylan a x **ans**. Dans 4 années il aura donc $x+4$ **ans**.
Aujourd'hui, son père a 26 ans de plus que lui. Son père a donc $x+26$ **ans**. Dans 4 années il aura donc $x+30$ ans.

ÉTAPE 3

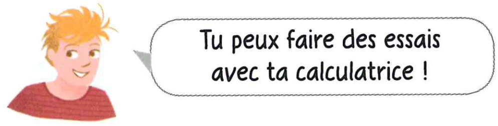
On écrit une équation traduisant le problème posé.
Si, dans 4 années, la somme de leurs âges est égale à 100, on peut écrire :
$x+4+x+30=100$.

ÉTAPE 4

On peut ainsi vérifier si des nombres sont solutions de l'équation.
On peut vérifier ici que 33 est bien une solution de l'équation :

$$33+4+33+30=100.$$

Par conséquent, Dylan a aujourd'hui 33 ans.



Je m'entraine

MODÉLISER — CALCULER

1 Activités rapides

Soit n un nombre entier. Exprimer en fonction de n :

a. le double de n ;
b. le triple de n ;
c. la moitié de n ;
d. le quart de n ;
e. le quadruple de n ;
f. le dixième de n ;
g. le quintuple de n ;
h. le tiers de n.

2 Louisa a une certaine somme d'argent dans sa tirelire. On note x cette somme. Elle donne 5 € à son frère. Quelle expression correspond à la somme d'argent qu'elle possède maintenant ?

a. $x\times 5$ b. $x+5$ c. $x-5$ d. $\frac{x}{5}$ e. x

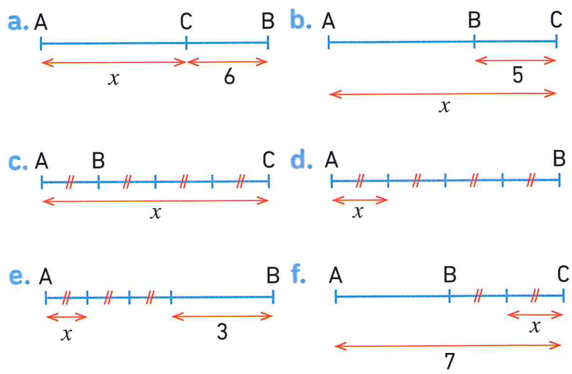
3 Dans la cour de récréation, il y a m enfants. Parmi eux, il y a 123 filles. Le nombre de garçons est donné par l'expression :

a. $m+123$ b. $123-m$ c. $m-123$
d. $\frac{m}{123}$ e. $m\times 123$ f. $\frac{123}{m}$.

4 1 342 personnes sont allées au cinéma KGF ce soir. La place adulte coute 9 € et la place enfant 5 €. On note a le nombre d'adultes et b le nombre d'enfants qui sont allés dans ce cinéma ce soir. Préciser à quoi correspond chacune des expressions suivantes.

a. $9\times a$ b. $5\times b$ c. $a+b$ d. $9\times a+5\times b$

5 Dans chaque cas, exprimer la longueur AB en fonction de x.



Je résous des problèmes simples

MODÉLISER · CALCULER · COMMUNIQUER

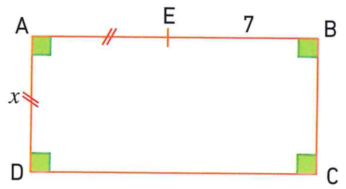
6 Soit p un nombre. Écrire en fonction de p :

a. la somme de p et de 2 ;
b. la différence de p et de 6 ;
c. le produit de p par 7 ;
d. le quotient de 3 par p.

7 Soit k un nombre entier positif. Écrire en fonction de k :

a. l'entier qui suit k ;
b. l'entier qui précède k ;
c. les trois entiers qui suivent k ;
d. les trois entiers qui précèdent k.

8 Recopier et relier chaque expression à la quantité qu'elle représente dans la figure ci-dessous.



Le périmètre du rectangle ABCD •	• $\frac{x^2}{2}$
L'aire du rectangle ABCD •	• $\frac{x \times (x+7)}{2}$
L'aire du triangle rectangle AED •	• $x + 7$
La longueur AB •	• $4x + 14$
L'aire du triangle rectangle BCD •	• x
La longueur BC •	• $x \times (x+7)$

9 Voici un problème :
« La somme de deux nombres entiers consécutifs est égale à 173. Quels sont ces deux nombres ? »
On appelle n le plus petit de ces deux nombres entiers.

1. Exprimer l'autre nombre en fonction de n.
2. Écrire une équation traduisant le fait que la somme de ces deux nombres est égale à 173.
3. Vérifier que 86 est bien une solution de cette équation.
4. En déduire les deux nombres cherchés.

10 **Les maths autour de moi**

Dans 3 ans, l'âge de Peter sera égal au double de l'âge qu'il avait il y a 5 ans.

1. Si Peter avait 10 ans aujourd'hui, écrire le calcul permettant de trouver :
a. l'âge de Peter dans 3 ans ;
b. l'âge de Peter il y a 5 ans ;
c. le double de l'âge de Peter il y a 5 ans.
2. En effectuant les calculs précédents, préciser si Peter a 10 ans aujourd'hui.
3. On note x l'âge, en années, que Peter a aujourd'hui. Exprimer en fonction de x :
a. l'âge de Peter dans 3 ans ;
b. l'âge de Peter il y a 5 ans ;
c. le double de l'âge de Peter il y a 5 ans.
4. En utilisant les expressions écrites en 3., proposer une mise en équation du problème.
5. Vérifier que 13 est bien une solution de cette équation.
6. Quel âge Peter peut-il avoir aujourd'hui ?

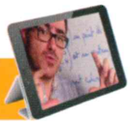
11 **TOP Chrono** 10 min

Léo a acheté 4 stylos, une règle qui coutait le prix de 2 stylos et un compas qui coutait le prix de 5 stylos. Il a dépensé en tout 13,75 €.

1. On note x le prix d'un stylo.
a. Écrire, en fonction de x, le prix de 4 stylos.
b. Écrire, en fonction de x, le prix d'une règle.
c. Écrire, en fonction de x, le prix d'un compas.
2. Écrire une équation traduisant le fait que tous ces achats ont couté 13,75 €.
3. Vérifier que 1,25 est bien une solution de cette équation.
4. En déduire un prix possible pour un stylo.

objectif 2 Résoudre

Je comprends



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Voici un problème :
« Aujourd'hui, Iliana a 8 ans et sa mère a 40 ans. Dans combien d'années la mère aura-t-elle le double de l'âge d'Iliana ? »

ÉTAPE 1

On choisit une inconnue et on la nomme avec une lettre.
On appelle x le nombre d'années cherché.

ÉTAPE 2

On écrit, en fonction de x, l'âge d'Iliana et de sa mère dans x années.

	Iliana	La mère d'Iliana
Aujourd'hui	8	40
Dans x années	$8+x$	$40+x$

Aujourd'hui, Iliana a **8 ans**. Dans x années, elle aura donc **$8+x$ ans**.
Aujourd'hui, sa mère a **40 ans**. Dans x années, elle aura donc **$40+x$ ans**

ÉTAPE 3

On écrit une équation traduisant le problème.
Si, dans x années, la mère a le double de l'âge d'Iliana, leurs âges vérifieront :
$40 + x = 2 \times (8 + x)$.

ÉTAPE 4

On pourra ensuite trouver une solution de cette équation en faisant des essais, en utilisant un tableur ou encore un solveur.
24 est la solution de cette équation.

ÉTAPE 5

On interprète la solution trouvée pour le problème : dans 24 ans, la mère d'Iliana aura le double de l'âge d'Iliana.

Je m'entraine

CALCULER — MODÉLISER

12 Activités rapides

a. Robin et Louisa ont le même âge. La somme de leurs âges est égale à 18. Quel âge ont-ils ?

b. Mon père a 26 ans de plus que moi. Quel âge aurai-je quand il aura le double de mon âge ?

c. Sam a des poules et des lapins. Il a trois fois plus de lapins que de poules et en tout 48 animaux. Combien a-t-il de poules ? de lapins ?

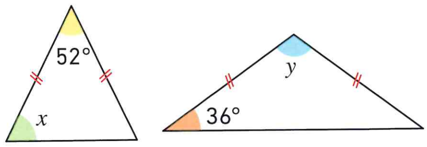
13 La somme d'un nombre entier x et de son double est égale à 2 016. Quel est ce nombre ?

14 La somme d'un nombre entier x et de son triple est égale à 2 016. Quel est ce nombre ?

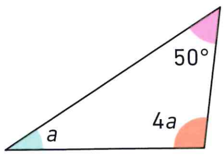
15 J'ai 20 €. J'achète 6 tickets aller-retour de tramway. Il me reste 0,80 €. Combien coute un ticket aller-retour de tramway ?

16 Trouver un nombre tel que son double diminué de 3 soit égal à 16.

17 Dans les figures ci-dessous :
a. quelle est la valeur de x ?
b. quelle est la valeur de y ?



18 Trouver les mesures des angles du triangle ci-contre.



19 Existe-t-il un nombre positif tel que son double augmenté de 5 est égal à son quadruple augmenté de 2 ?

20 Existe-t-il un nombre entier tel que son quadruple diminué de 3 est égal à son quintuple augmenté de 4 ?

21 Existe-t-il deux nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2 016 ? et à 2 017 ?

Je résous des problèmes simples

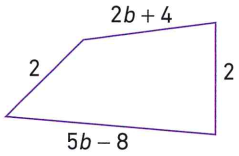
MODÉLISER · CALCULER · REPRÉSENTER

22 Soumia a eu trois notes sur 20 points en mathématiques durant ce trimestre : 11 ; 7 et 12.

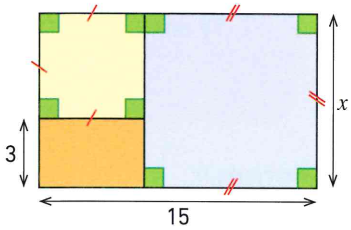
1. Quelle note doit-elle avoir au dernier devoir de mathématiques du trimestre pour avoir exactement 12 de moyenne à la fin du trimestre ?

2. Est-il possible qu'elle ait exactement 13 de moyenne à la fin du trimestre ? Expliquer.

23 Trouver la valeur de b pour laquelle le quadrilatère ci-contre est un parallélogramme.



24 Le dessin ci-dessous n'est pas à l'échelle. L'unité est le centimètre.



1. a. Exprimer, en fonction de x, la longueur d'un côté du carré jaune.

b. Exprimer, en fonction de x, la longueur d'un côté du carré bleu.

c. En déduire une condition que doit vérifier le nombre x pour que la figure soit réalisable.

2. En déduire la valeur de x.

3. Construire la figure en vraie grandeur.

25 Une tirelire contient des billets de 5 € et des billets de 10 €. Il y a en tout 37 billets pour un total de 255 €.

1. On appelle n le nombre de billets de 5 €.
Écrire en fonction de n :

a. le nombre de billets de 10 € ;

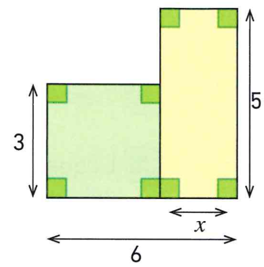
b. la somme d'argent représentée par les billets de 5 € ;

c. la somme d'argent représentée par les billets de 10 € ;

d. la somme d'argent totale contenue dans la tirelire.

2. Déduire de ce qui précède la valeur de n et en déduire le nombre de billets de 5 € et le nombre de billets de 10 € contenus dans la tirelire.

26 L'unité de la figure ci-contre est le centimètre.



1. Le nombre x désigne une longueur. Quelle est la plus petite valeur que peut prendre x ? et la plus grande ?

2. a. Exprimer, en fonction de x, le périmètre du rectangle jaune et celui du rectangle vert.

b. Pour quelle valeur de x le rectangle vert et le rectangle jaune ont-ils le même périmètre ?

3. a. Exprimer, en fonction de x, l'aire du rectangle vert et l'aire du rectangle jaune.

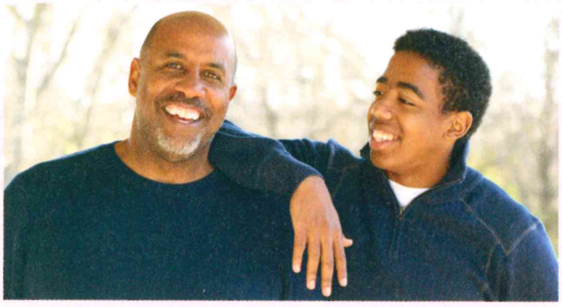
b. Pour quelle valeur de x le rectangle vert et le rectangle jaune ont-ils la même aire ?

27 **Les maths autour de moi**

Luc et son père sont nés le même jour.
Aujourd'hui, Luc a 14 ans et son père en a 50.

1. Dans combien d'années le père de Luc aura-t-il le triple de l'âge de son fils ?

2. Dans combien d'années Luc aura-t-il la moitié de l'âge de son père ?



28 **TOP Chrono** 10 min

Un quadrilatère ABCD est tel que BC est égal au double de AB, CD est égal au triple de AB et DA est égal au quadruple de AB. Le périmètre de ce quadrilatère est égal à 20 cm.

1. Quelle est la longueur du côté [AB] ?

2. Donner la longueur des côtés [BC], [CD] et [DA].

3. Dessiner un quadrilatère vérifiant ces conditions.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

	A	B	C
29 7 est solution de l'équation :	$8 = 2 - 3x$	$4x - 10 = x + 11$	$3x - 15 = 16$
30 L'équation $7x + 5 = 3x + 13$ a pour solution :	1	2	3
31 La somme de trois nombres consécutifs est égale à 129. Quelle équation peut permettre de résoudre ce problème ?	$x = 129$	$3x = 129$	$3x + 3 = 129$
32 Quel nombre, augmenté de 12, est égal à son quadruple diminué de 9.	12	21	7
33 Pierre a 7 ans de plus qu'Éva, qui a elle-même 4 ans de plus que Zina. La somme des âges de ces trois enfants est égale à 48. Quel est l'âge d'Éva ?	12 ans	15 ans	24 ans

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

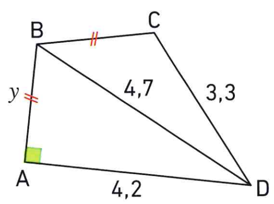
objectif 1

Mettre un problème en équation

34 Amandine a un sac rempli de bracelets en plastique. On note a le nombre de bracelets contenus dans le sac. Chaque jour, Amandine donne 9 bracelets à des amis. Quelle expression correspond au nombre de bracelets qui lui reste au bout d'une semaine ?

a. $a - 9$ b. $7 \times a - 9$
c. $a + 9$ d. $a - 7 \times 9$
e. $7 \times (a - 9)$

35 Sur la figure ci-contre, l'unité de longueur est le mètre.
Dire ce que permet d'exprimer chacune des expressions suivantes :



a. $2y + 7{,}5$ b. $\dfrac{y \times 4{,}2}{2}$
c. $y + 8{,}9$ d. $y + 8$

36 Quel est le périmètre d'un rectangle dont les côtés mesurent x cm et $2x + 7$ cm ?

a. $3x + 7$ b. $4x + 14$ c. $6x + 14$
d. $2x^2 + 7x$ e. $4x^2 + 14x$ f. $18x$

37 On note p le prix d'un jeu vidéo. Samy a acheté deux jeux vidéos avec un billet de 50 €. Exprimer, en fonction de p, l'argent que lui a rendu le vendeur.

38 Voici un problème : « Léo a dépensé les cinq huitièmes de ses économies pour acheter une place pour le prochain match de son équipe préférée. Cette place lui a couté 30 €. À combien s'élevaient les économies de Léo ? »

1. On note x le montant en euros des économies de Léo. Exprimer, en fonction de x, les cinq huitièmes des économies de Léo.
2. Écrire une équation traduisant le problème.
3. Vérifier que 48 est une solution de l'équation.
4. Quelles pouvaient être les économies de Léo ?

39 Voici un problème : « Jamila tape un nombre sur sa calculatrice. Elle lui ajoute 5 puis multiplie par 7 le résultat. Elle obtient 57,4. Quel nombre avait-elle choisi au départ ? »

1. On appelle n le nombre que Jamila avait choisi au départ. Exprimer, en fonction de n, le calcul qu'elle a réalisé.

2. Écrire une équation traduisant le fait que le résultat de ce calcul est égal à 57,4.

3. Vérifier que 3,2 est une solution de cette équation.

4. Quel nombre Jamila a-t-elle pu choisir au départ ?

objectif 2

Résoudre un problème

40 Le triple d'un nombre entier diminué de cinq est égal à son double augmenté de 3. Quel est ce nombre ?

41 La somme de deux nombres entiers consécutifs est égale à 295. Quels sont ces deux nombres ?

42 Existe-t-il un nombre entier dont le quart augmenté de 7 est égal à 25 ?

43 On cherche un nombre a tel que le triple de ce nombre soit égal à la somme de ce nombre et de 8.

1. Écrire une équation traduisant ce problème.

2. Donner la solution du problème posé.

44 Trouver le nombre tel que l'opposé de son double augmenté de 3 est égal à son triple diminué de 5.

45 Trouver le nombre tel que sa moitié augmentée de 6 est égale à son triple diminué de 3.

46 **1.** Existe-t-il trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 1 728 ?

2. Existe-t-il cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 1 728 ?

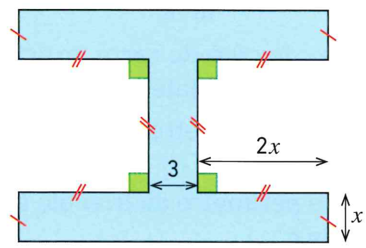
47 Trouver un nombre dont le quintuple diminué de 2 est égal à son double augmenté de 8.

48 Existe-t-il un nombre entier dont le quart augmenté de 7 est égal à son double diminué de 3 ?

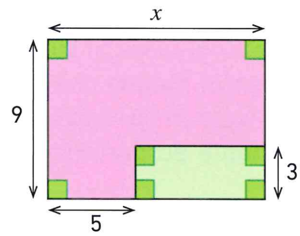
49 Aujourd'hui, Florence a 6 ans. Ses deux frères ont 3 ans et 11 ans, sa mère a 38 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère de Florence sera-t-il égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

50 Arthur a 23,36 € et Clément a 16,88 €. Combien Arthur doit-il donner à Clément pour qu'ils aient la même somme d'argent ?

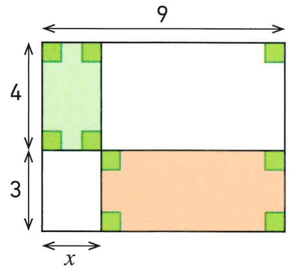
51 En utilisant les informations codées sur le dessin ci-dessous, déterminer pour quelle valeur de x le périmètre du polygone colorié en bleu est égal à 126.



52 En utilisant les renseignements codés sur le dessin ci-dessous, l'unité étant le centimètre, préciser s'il existe une valeur de x pour laquelle l'aire de la surface coloriée en violet est égale à 50 cm^2.



53 Pour quelle valeur de x le rectangle vert et le rectangle orange ci-contre ont-ils la même aire ?

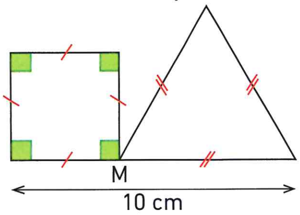


54 Des boites identiques sont rangées dans des caisses identiques qui contiennent 9 boites. Ces caisses sont rangées dans des cartons identiques qui contiennent 4 caisses. Ces cartons sont chargés sur des palettes identiques qui contiennent 5 cartons. 20 palettes sont chargées dans un camion. La masse totale du chargement (sans compter la masse du camion) est égale à 1 620 kg. Combien pèse une boite ?

Objectifs 1 2

55 Résoudre un problème géométrique

On a tracé un segment de longueur 10 cm. On veut trouver où placer un point sur ce segment pour que le carré et le triangle équilatéral ainsi construits aient le même périmètre.



1. On appelle c le côté du carré, exprimer alors le côté du triangle équilatéral en fonction de c.

2. a. Exprimer le périmètre du carré en fonction de c.

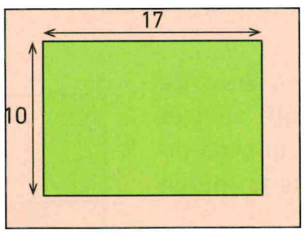
b. Exprimer le périmètre du triangle équilatéral en fonction de c.

3. Pour quelle valeur de c le périmètre du carré est-il égal au périmètre du triangle équilatéral ?

4. Faire un dessin le plus précis possible du carré et du triangle équilatéral de la question **3**.

56 Prendre des initiatives DOMAINE 4 DU SOCLE

Une pelouse rectangulaire de 10 m sur 17 m est bordée d'un chemin. Quelle doit être la largeur du chemin pour que le périmètre de la pelouse soit égal à la moitié du périmètre extérieur du chemin ?



57 Exploiter des informations orales DOMAINE 1 DU SOCLE

1. Quelle somme d'argent possédait ce philanthrope ce matin ?

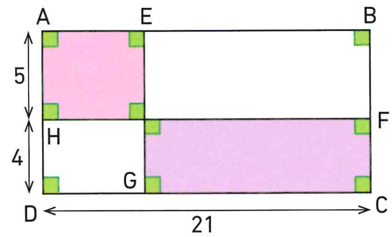
2. Combien a-t-il donné à Sophie ? à Stéphane ?

58 Réfléchir à un problème ouvert

Tracer un carré et un cercle ayant le même centre et des périmètres les plus proches possibles. Expliquer votre démarche.

59 Résoudre un problème d'aires

Un agriculteur veut donner une partie de son potager à ses deux fils. Il a schématisé la situation ci-dessous. Toutes les mesures sont en mètres.



L'ainé recevra la partie violette et son frère cadet la partie rose. Où doit-on placer le point E sur le segment [AB] pour que le rectangle violet ait une aire égale au double de celle du rectangle rose ?

60 Sélectionner les informations DOMAINE 3 DU SOCLE

Voici les tarifs des taxis dans l'Hérault.

Prise en charge	km A	km B	km C	km D
1,80 €	0,80 €	1,20 €	1,60 €	2,40 €

km A : tarif pour 1 km, applicable pour une course aller et retour en journée du lundi au samedi inclus.
km B : tarif pour 1 km, applicable pour une course aller et retour de nuit du lundi au samedi inclus ou de jour et de nuit les dimanches et jours fériés.
km C : tarif pour 1 km, applicable pour une course aller simple en journée du lundi au samedi inclus.
km D : tarif pour 1 km, applicable pour une course aller simple de nuit du lundi au samedi inclus, ou de jour et de nuit les dimanches et jours fériés.
Le prix d'une course se calcule en ajoutant la prise en charge au prix à payer pour les kilomètres parcourus.

1. Danielle est arrivée à l'aéroport de Montpellier mardi à 11 h. Elle s'est rendue chez sa nièce en taxi et a payé 38,60 € pour cette course. À quelle distance de l'aéroport sa nièce habite-t-elle ?

2. Michel a pris un taxi à l'aéroport de Montpellier en pleine journée pour se rendre chez sa fille. Il a payé le même prix qu'Annie qui a pris un taxi en pleine nuit depuis l'aéroport pour aller chez son fils. Sachant que le fils d'Annie habite 10 km plus près de l'aéroport que la fille de Michel, quelle distance sépare chacun d'eux de l'aéroport ?

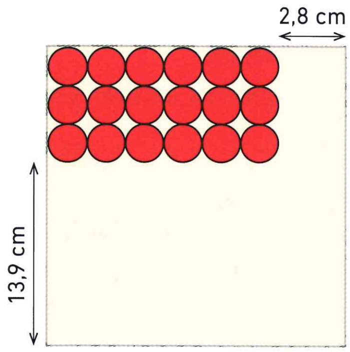
61 Raisonner sur des aires

TRAVAIL EN GROUPE

Dans une boite carrée, on a commencé à ranger des jetons circulaires de même diamètre.

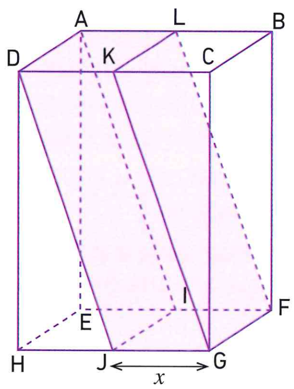
1. Quelles sont les dimensions de la boite ?

2. Quand on aura recouvert toute la boite avec les jetons, quel pourcentage de l'aire de la boite sera réellement recouvert par des jetons ?



62 Raisonner dans l'espace

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AD = 5 cm, AB = 8 cm et AE = 12 cm.
JGKDIFLA est un prisme droit tel que JGKD est un parallélogramme et JG = x cm.



Pour quelle valeur de x le prisme droit JGKDIFLA a-t-il un volume égal aux quatre cinquièmes du volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH ?

63 Raisonner sur les volumes DOMAINE 2 DU SOCLE

1. Un cône de révolution dont le rayon du disque de base est égal à 6 cm a un volume à peu près égal à 893 cm^3. Sachant que sa hauteur mesure un nombre entier de millimètres, déterminer la mesure exacte de cette hauteur.

2. Un cône de révolution dont la hauteur est de 41,7 cm a un volume à peu près égal à 1 845 cm^3. Sachant que le diamètre de son disque de base mesure un nombre entier de centimètres, déterminer la mesure exacte du rayon de son disque de base.

Le volume d'un cône est égal à $\dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$.

64 Travailler sur des durées DOMAINE 1 DU SOCLE

Une voiture part de Paris à 8 h du matin et roule vers Montpellier à la vitesse moyenne de 120 km/h. Au même moment, une voiture part de Montpellier en direction de Paris et roule à la vitesse moyenne de 90 km/h. La distance qui sépare Paris de Montpellier est d'environ 760 km.
On note x la durée, en heures, du trajet effectué.

1. Exprimer, en fonction de x, la distance parcourue par la voiture qui est partie de Paris.

2. Exprimer, en fonction de x, la distance parcourue par la voiture qui est partie de Montpellier.

3. a. Écrire une équation permettant de trouver au bout de combien de temps ces voitures vont se croiser sur l'autoroute.

b. En déduire l'heure à laquelle ces voitures se croiseront.

c. À quelle distance de Montpellier ces voitures se croiseront-elles ?

65 Raisonner pour mettre en équation

Didier dit : « Il y a 5 ans, mon cartable avait la moitié de l'âge qu'il aura dans 5 ans. »
Quel est l'âge du cartable de Didier ?

Aide
Il sera utile de faire un tableau ou un schéma afin de mettre le problème en équation.

66 Réfléchir avant de répondre DOMAINE 4 DU SOCLE

Un téléphone portable avec sa housse pèse 110 g.
On sait que le téléphone pèse 100 grammes de plus que la housse.
Combien pèse le téléphone ? Combien pèse la housse ?

67 Choisir la bonne inconnue

Combien y a-t-il de filles et de garçons dans la famille de Mike et Émilie ?

Dans les autres matières

68 La loi d'Ohm

La loi d'Ohm précise que la tension U (en volts) aux bornes d'un dipôle ohmique de résistance R (en ohms) est proportionnelle à l'intensité du courant électrique I (en ampères) qui la traverse. Ceci se traduit par la formule : $U = R \times I$.

Si, dans un circuit électrique, on dispose d'un interrupteur, d'un générateur qui délivre une tension de 220 volts et d'une résistance de 1 000 ohms, quelle est l'intensité du courant qui circule dans ce circuit lorsque l'interrupteur est fermé ?

69 Degré Celsius ou degré Fahrenheit ?

En Grande-Bretagne, les températures sont exprimées en degré Fahrenheit alors qu'en France elles sont exprimées en degré Celsius. On dispose des formules de conversion suivantes pour passer d'une unité à une autre :

$$T_{Celsius} = \frac{5}{9} \times (T_{Fahrenheit} - 32)$$

et aussi

$$T_{Fahrenheit} = \frac{9}{5} \times T_{Celsius} + 32.$$

Existe-t-il une température qui s'exprime avec le même nombre en degré Celsius et en degré Fahrenheit ?

70 How old is Mike?

Mike is x years old. His mother is 4 times his age. His sister is 6 years younger than him.

1. Write two expressions to describe the age of Mike's mother and of his sister.

2. The sum of all three ages is 48. Write an equation to show this.

3. a. How old is Mike?

b. How old was Mike's mother when Mike was born?

71 La vitesse maximale aérobie

Pour les athlètes, la VMA (Vitesse Maximale Aérobie) est une donnée importante qu'il faut connaitre et travailler. La VMA est la vitesse de course sur piste à partir de laquelle une personne consomme le maximum d'oxygène. Pour connaitre sa VMA, il existe plusieurs procédés, mais l'un des plus simples est le test VMA de Astrand. Pour cela, il faut courir à allure continue durant 3 minutes et calculer la vitesse moyenne à laquelle on aurait couru la même distance en 3 min 30 s.

1. Alex a couru 1 000 mètres en 3 minutes. Quelle est sa VMA ?

2. Stéphanie a une VMA de 15 km/h. Quelle distance a-t-elle parcourue en 3 minutes ?

EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Sciences, technologie et société

Mathématiques & Sciences physiques & Enseignement moral et civique

La sécurité routière

L'État a établi un ensemble de règles et de lois afin de rendre les routes plus sures en France. Ainsi, on peut croiser sur les routes le type de panneaux ci-contre. Cependant, peu de personnes savent réellement pourquoi les deux traits assurent une certaine sécurité. Il existe bien d'autres règles encore…

Projet

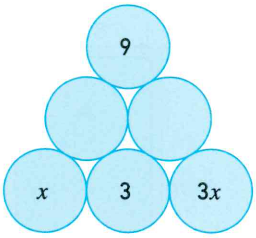
Étudier la raison de ces règles et surtout sur quoi elles s'appuient scientifiquement. Ainsi, les élèves seront amenés à trouver des solutions de certaines équations venues de la physique, comme les distances de freinage, d'arrêt et de réaction. Ce mode de pensée sera alors transposé sur d'autres règles du Code de la route.

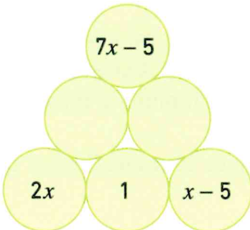
Notions mathématiques : Résolution de problèmes et d'équations

Jeux mathématiques

72 Les pyramides

Le nombre contenu dans un cercle est égal à la somme des deux nombres contenus dans les deux cercles sur lesquels il repose. Trouver, dans chaque cas, la valeur du nombre x.





73 Défi !

74 Énigme

Voici ce qui était écrit sur la tombe du mathématicien Diophante (mort au IIIe siècle).

PASSANT SOUS CE TOMBEAU REPOSE DIOPHANTE.
CES QUELQUES VERS TRACÉS PAR UNE MAIN SAVANTE
VONT TE FAIRE CONNAITRE À QUEL ÂGE IL EST MORT.
DES JOURS ASSEZ NOMBREUX QUE LUI COMPTA LE SORT,
LE SIXIÈME MARQUA LE TEMPS DE SON ENFANCE ;
LE DOUZIÈME FUT PRIS PAR SON ADOLESCENCE.
DES SEPT PARTS DE SA VIE, UNE ENCORE S'ÉCOULA,
PUIS S'ÉTANT MARIÉ, SA FEMME LUI DONNA
CINQ ANS APRÈS UN FILS, QUI, AU DESTIN SÉVÈRE,
REÇUT DE JOURS HÉLAS ! DEUX FOIS MOINS QUE SON PÈRE.
DE QUATRE ANS, DANS LES PLEURS, CELUI-CI SURVÉCUT.
DIS, SI TU SAIS COMPTER, À QUEL ÂGE IL MOURUT.

À quel âge Diophante est-il mort ?

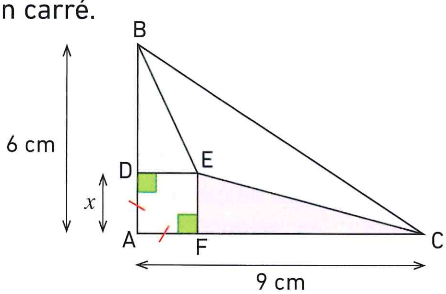
devoirs à la maison

75 Et un, et deux et trois euros !

À l'entrainement, un gardien de but de football dit à un coéquipier qu'il lui donnera 5 € pour chaque pénalty qu'il réussira à marquer mais qu'il lui prendra 7 € pour chaque pénalty arrêté. Après 24 pénaltys tirés, chacun a donné autant qu'il a reçu. Combien de pénaltys ont été marqués lors de cet entrainement ?

76 L'aire des triangles et du carré

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 6 cm et AC = 9 cm.
D est un point du segment [AB] situé à une distance inconnue du point A. On note x la longueur du segment [AD], donc AD = x.
On place ensuite les points E et F tels que ADEF soit un carré.



1. Calculer l'aire du triangle ABC.

2. Exprimer en fonction de x :
a. l'aire du triangle BDE ;
b. l'aire du carré ADEF ;
c. l'aire du triangle FEC.

3. Déduire de la question précédente que l'aire du quadrilatère ABEC est égale à $\dfrac{15x}{2}$.

4. a. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle BEC est-elle égale à la moitié de l'aire du triangle ABC ?
b. Faire une figure illustrant le cas trouvé en a.

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

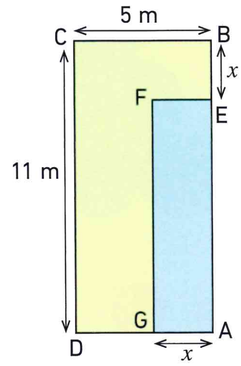
1 Le bassin bordé de gazon !

40'

Utiliser le tableur pour résoudre une équation.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

Sur un terrain rectangulaire de dimensions 11 m et 5 m, on veut construire dans un des coins un bassin rectangulaire bordé de gazon. Comme le montre le schéma ci-contre, pour conserver une certaine harmonie, le bassin AGFE doit vérifier la condition AG = BE.
Le but du problème est de trouver où l'on doit placer le point G pour que le bassin et la pelouse aient la même aire.
On note x les longueurs AG et BE.



1 **a.** Exprimer, en fonction de x, les dimensions AG et AE du bassin.
b. En déduire une expression, en fonction de x, de l'aire du bassin AGFE.

2 **a.** Exprimer, en fonction de x, les dimensions BE et DG de la pelouse.
b. En déduire une expression, en fonction de x, de l'aire de la pelouse.

3 Écrire une équation dont la résolution permettra de trouver la position du point G sur le segment [AD] telle que l'aire du bassin et l'aire de la pelouse soient égales.

4 Pour trouver une valeur approchée de la solution de cette équation, on va utiliser un tableur.

a. Ouvrir une feuille de calcul dans un tableur et reproduire le tableau ci-contre. Tableur 3

	A	B	C
1	x	Aire bassin	Aire Gazon
2	0		
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		

b. Dans la cellule **B2**, saisir une formule permettant de calculer l'aire du bassin pour les valeurs de x donnée, dans la colonne **A**. Copier cette formule dans les autres cellules de la colonne **B**. Tableur 1

c. Dans la cellule **C2**, saisir une formule permettant de calculer l'aire de la pelouse pour les valeurs de x données dans la colonne **A**. Copier cette formule sur les autres cellules de la colonne **C**.

d. À l'aide du tableau ainsi obtenu, déterminer un encadrement à l'unité de la valeur de x pour laquelle les deux aires sont égales.

5 En utilisant l'encadrement obtenu à la question **4**, changer les valeurs de la colonne **A** afin de tester toutes les valeurs possibles au dixième près de x. En déduire un encadrement au dixième de la valeur cherchée.

6 Procéder de même pour trouver :
a. un encadrement au centième de la valeur cherchée ;
b. un encadrement au millième de la valeur cherchée.

7 Dans le cas où les aires du bassin et de la pelouse sont égales, calculer la longueur de grillage nécessaire pour clôturer entièrement cette pelouse.

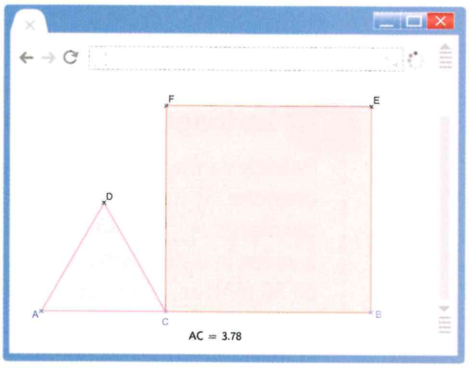
2 Le triangle équilatéral et le carré

40′

Le but du problème est d'étudier les positions d'un point sur un segment de 10 cm pour qu'un triangle équilatéral et un carré aient le même périmètre ou la même aire.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

Avec un logiciel de géométrie dynamique



1 a. Tracer un segment [AB] de longueur 10. GeoGebra 6

b. Placer un point C sur ce segment. GeoGebra 2

2 Construction du triangle équilatéral ACD

a. Tracer le cercle de centre A qui passe par C, puis le cercle de centre C qui passe par A. GeoGebra 12

b. Placer le point D à l'intersection de ces deux cercles. GeoGebra 3

c. Cacher les deux cercles. GeoGebra 21

d. Tracer le triangle ACD. GeoGebra 7

3 Construction du carré CBEF

a. Tracer la droite perpendiculaire à [AB] passant par B. GeoGebra 21

b. Tracer le cercle de centre B qui passe par C. GeoGebra 12

c. Placer le point E à l'intersection du cercle et de la droite. GeoGebra 3

d. De la même manière, construire le point F, quatrième sommet du carré CBEF.

e. Tracer le carré CBEF et cacher les éléments qui ont servi à construire ce carré. GeoGebra 7

4 a. Afficher la longueur AC. GeoGebra 16

b. Afficher le périmètre du triangle ACD et le périmètre du carré CBEF. GeoGebra 16

c. Déplacer le point C de telle sorte que le périmètre du triangle ACD et le périmètre du carré CBEF soient égaux. Quelle est alors la valeur approximative de AC ? GeoGebra 1

d. Afficher l'aire du triangle ACD et l'aire du carré CBEF. GeoGebra 17

e. Déplacer le point C de telle sorte que l'aire du triangle ACD et l'aire du carré CBEF soient égales. Quelle est alors la valeur approximative de AC ? GeoGebra 1

5 Solutions exactes : En appelant x la longueur AC, mettre les deux problèmes soulevés à la question **4.** en équation et utiliser le solveur d'équations de GeoGebra pour trouver les solutions de celles-ci.

3 Tester pour trouver une solution ALGO

30′

Écrire un programme pour tester plusieurs valeurs dans une équation afin de trouver une solution.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

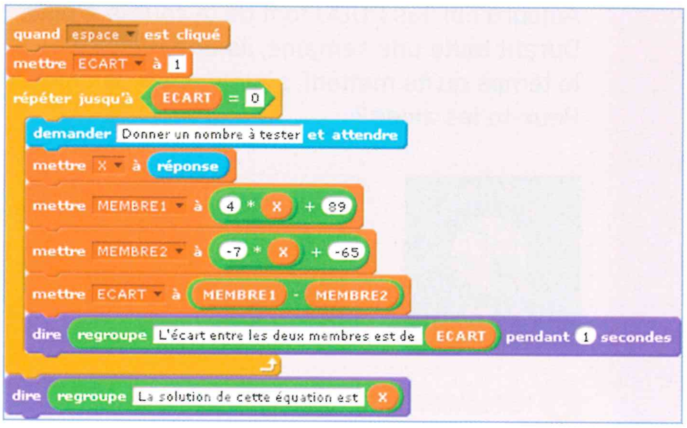
Dans le logiciel Scratch

1 Saisir le programme ci-contre.

2 À quoi sert ce programme ?

3 Utiliser ce programme pour trouver une solution de l'équation :
$4x + 89 = -7x - 65$.

4 Modifier ce programme pour trouver une solution de l'équation :
$18x + 489 = 43x + 65$.



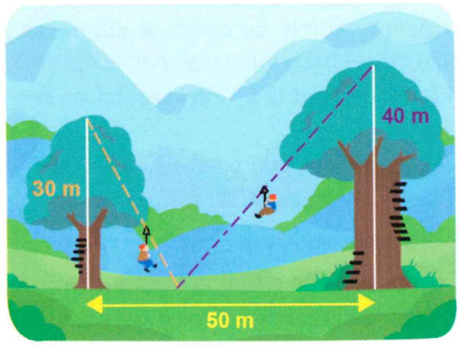
tâches complexes

1 Installer des tyroliennes

► **Étudier les documents et aider Patrick à installer ses tyroliennes. Où doit-il disposer l'arrivée des tyroliennes ? Quelle longueur de câble doit-il acheter ? Combien cela va-t-il lui couter ?**

DOC 1 La longueur des tyroliennes

Patrick va bientôt ouvrir son parc d'accro-branche. Il lui reste à installer les deux dernières tyroliennes.
Il va les installer entre deux arbres distants de 50 mètres, l'un haut de 30 mètres, l'autre haut de 40 mètres comme le montre le schéma ci-contre. Cependant, il veut que la longueur de chaque tyrolienne soit la même afin que l'une soit plus pentue que l'autre et qu'il puisse les classer dans deux catégories différentes (bleue et rouge).



DOC 2 Câble pour tyrolienne

DOC 3 En tyrolienne

2 Les problèmes DUDU

Aujourd'hui, les DUDU font de la course à pied. Durant toute une semaine, ils enregistrent le temps qu'ils mettent, sauf le dernier jour. Peux-tu les aider ?

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

? Le 3 avril 2007, le TGV français battait le record du monde de vitesse sur rail avec une pointe à 574,8 km/h. Ce record a été battu en avril 2015 par un train japonais, le Maglev, avec une vitesse de 603 km/h pendant 10 secondes. En fin de chapitre, p. 154, tu pourras calculer des temps de trajet réalisés à différentes vitesses.

Proportionnalité

Attendus de fin de cycle

- Résoudre des problèmes de proportionnalité
- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Déterminer une quatrième proportionnelle
2. Caractériser graphiquement la proportionnalité
3. Utiliser la proportionnalité pour calculer des grandeurs
4. Manipuler des pourcentages pour résoudre des problèmes

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Déterminer une quatrième proportionnelle

OBJECTIF 1

Chez un fournisseur en matériaux, le prix des métaux est proportionnel à la masse achetée. On veut calculer la masse de cuivre que l'on peut acheter avec 120 €. Pour cela, on utilise une nouvelle méthode pour calculer la quatrième proportionnelle m de ce tableau sans calculer le coefficient de proportionnalité.

Cuivre		
Masse achetée (en kg)	7	m
Prix à payer (en €)	32	120

1 Expliquer pourquoi $\dfrac{7}{32} = \dfrac{m}{120}$.

2 En mettant ces deux fractions au même dénominateur, montrer que $7 \times 120 = m \times 32$.
*On appelle cette égalité l'« **égalité des produits en croix** ».*

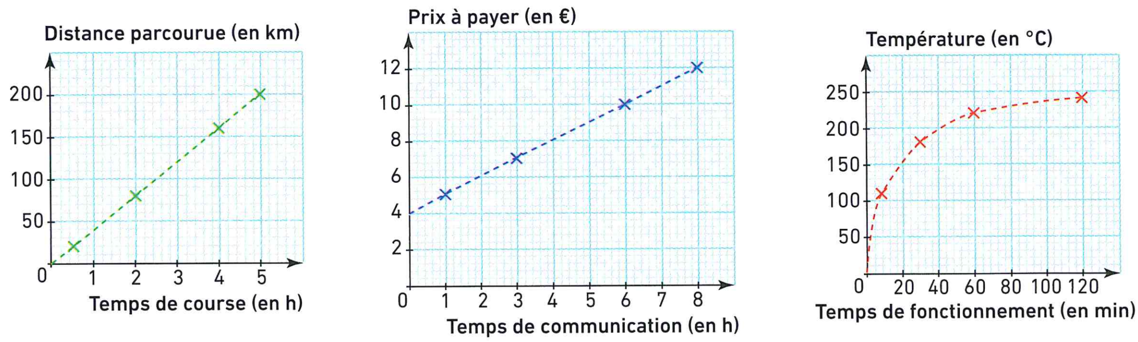
3 En déduire la valeur de m.

4 D'après les questions précédentes, quel enchainement de calcul permet de calculer la quatrième proportionnelle m ?

Activité 2 — Caractériser graphiquement la proportionnalité

OBJECTIF 2

Les 3 graphiques ci-dessous représentent l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre.



1 Reproduire et compléter les tableaux ci-dessous en utilisant les renseignements donnés par les trois graphiques.

La course cycliste de Marco				
Temps de course (en h)	0,5	2	4	5
Distance parcourue (en km)				

La facture téléphonique de Lisa				
Temps de communication (en h)	1	3	6	8
Prix à payer (en €)				

Le four du boulanger				
Temps de fonctionnement (en min)	10	30	60	120
Température (en °C)				

2 Dire, pour chacun de ces tableaux, s'il s'agit ou non d'un tableau de proportionnalité.

3 Comment semble-t-on pouvoir reconnaitre une situation de proportionnalité sur un graphique ?

Activité 3 — Utiliser la proportionnalité pour calculer des grandeurs

OBJECTIF 3

Mélina part en vacances avec sa voiture. Lorsqu'elle quitte Paris à 08 h 00, le compteur kilométrique de sa voiture indique 13 410 km. Elle arrive aux Sables-d'Olonne à 13 h 00 et le compteur de sa voiture marque 13 930 km.

1 Distance (en km) et durée (en h)

a. Calculer la distance parcourue par Mélina lors de ce trajet. *On note d cette distance (en km).*

b. Calculer la durée de ce trajet. *On note t cette durée (en h).*

2 Vitesse moyenne (en km/h)

a. Mélina a-t-elle effectué tout le trajet à la même vitesse ? Expliquer pourquoi.

b. En moyenne, combien de kilomètres Mélina a-t-elle parcourus par heure ?

> **Remarque**
> Ce calcul permet de connaitre la vitesse moyenne de Mélina (c'est-à-dire le nombre de kilomètres parcourus en moyenne chaque heure). On note v cette vitesse moyenne qui s'exprime en km/h (kilomètres par heure).

c. Si Mélina avait effectué tout le trajet à la même vitesse, quelle distance (en km) aurait-elle parcourue en 3 h ?

Activité 4 — Manipuler des pourcentages pour résoudre des problèmes

OBJECTIF 4

Le grand chef italien Patricio Blini prépare une sauce au chocolat en mélangeant deux tablettes :
– la première pèse 150 g et contient 60 % de cacao pur ;
– la seconde pèse 250 g et contient 80 % de cacao pur.
Le chef souhaite calculer la teneur en cacao pur (en pourcentage) de sa sauce au chocolat.

1 Lucas, son assistant, affirme que la sauce au chocolat contient 70 % de cacao pur. Lucie, la serveuse du restaurant, affirme quant à elle que la sauce contient 140 % de cacao pur.

a. Comment ont-ils trouvé ces résultats ?

b. Que peut-on penser de leurs affirmations ?

2 Patricio n'est pas convaincu.

a. Calculer la masse de cacao pur apportée par la première tablette.

b. Calculer la masse de cacao pur apportée par la seconde tablette.

c. En déduire la masse totale de cacao pur contenue dans la sauce.

d. Quel est le pourcentage représenté par la masse de cacao pur par rapport à la masse totale de cette sauce ?

Cours

1 Déterminer une quatrième proportionnelle

OBJECTIF 1

A Rappel sur les tableaux de proportionnalité

DÉFINITION Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel on obtient les nombres d'une ligne en multipliant ceux de l'autre ligne par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple

Durée d'utilisation (en heure)	0,5	2	5	24
Énergie consommée (en Wattheure)	30	120	300	1 440

$\times 60$

Le coefficient de proportionnalité est 60. Ce nombre donne l'énergie consommée en 1 heure.

B Quatrième proportionnelle et produit en croix

PROPRIÉTÉ **Si** le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité, **alors** on a l'égalité des produits en croix : $a \times d = b \times c$.

a	c
b	d

L'égalité des produits en croix permet de calculer une quatrième proportionnelle sans utiliser le coefficient de proportionnalité lorsqu'on connait les trois autres valeurs.

Exemple

- Dans le tableau de proportionnalité ci-contre, on a :
  $250 \times x = 150 \times 400$.
  Donc $x = \dfrac{150 \times 400}{250}$, d'où $x = 240$.

250	400
150	x

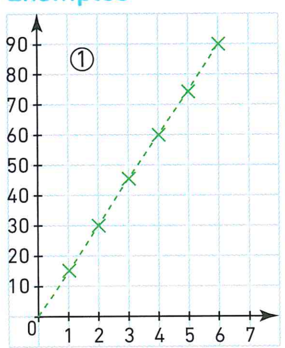
Quatrième proportionnelle

2 Caractériser graphiquement la proportionnalité

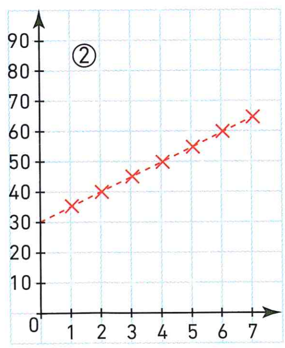
OBJECTIF 2

PROPRIÉTÉS – Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement dans un repère par des points alignés avec l'origine du repère.
– Réciproquement, **si** une situation est représentée graphiquement dans un repère par des points alignés avec l'origine du repère, **alors** c'est une situation de proportionnalité.

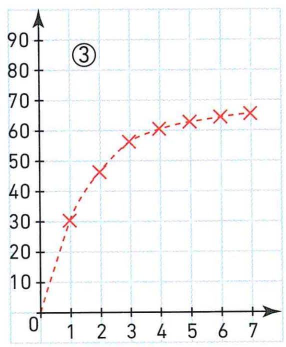
Exemples



Le graphique ① représente une situation de proportionnalité car les points sont alignés avec l'origine du repère.



Le graphique ② ne représente pas une situation de proportionnalité car **les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère**.



Le graphique ③ ne représente pas une situation de proportionnalité car **les points ne sont pas alignés**.

3 Utiliser la proportionnalité pour calculer des grandeurs

OBJECTIF 3

A Calculer avec des vitesses

DÉFINITION La vitesse moyenne d'un objet mobile sur un trajet est la vitesse que cet objet aurait en parcourant la même distance pendant la même durée à vitesse constante.

Exemple

- Un train roule 3 h 30 min à la vitesse moyenne de 150 km/h.
  3 h 30 min = 210 min et 150 km/h correspond à un trajet de 150 km en 60 minutes.
  $\frac{210 \times 150}{60} = 525$. Le train a parcouru **525 km**.

Distance (en km)	150	?
Durée (en min)	60	210

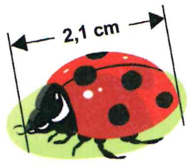
B Calculer avec des échelles

DÉFINITION Sur un plan dit « à l'échelle », les longueurs sont proportionnelles aux longueurs réelles. Le coefficient obtenu en divisant les longueurs de la carte par les longueurs réelles, toutes exprimées dans la même unité, s'appelle échelle du plan.

Exemple

- Le dessin ci-contre est à l'échelle 3. Cela signifie que les dimensions de la coccinelle sont 3 fois plus petites dans la réalité que sur le dessin où elle mesure 2,1 cm.

Longueur réelle (en cm)	1	?
Longueur sur le dessin (en cm)	3	2,1



$2{,}1 : 3 = 0{,}7$ cm $= 7$ mm. Dans la réalité, la coccinelle mesure 7 mm.

4 Manipuler des pourcentages pour résoudre des problèmes

OBJECTIF 4

A Appliquer un pourcentage

PROPRIÉTÉ Un pourcentage de t % traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$. Donc appliquer un taux de t % revient à multiplier par $\frac{t}{100}$.

Exemple

- Dans une classe de 30 élèves, 60 % des élèves pratiquent un sport.
  On calcule $30 \times \frac{60}{100} = 18$. Il y a donc 18 élèves sportifs dans la classe.

B Déterminer un pourcentage

DÉFINITION Déterminer un pourcentage, c'est déterminer une proportion écrite sous forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

Exemple

- Sur 550 élèves, 231 sont externes.
  D'après l'égalité des produits en croix, on a $550 \times x = 231 \times 100$.
  Donc $x = \frac{231 \times 100}{550} = 42$. Il y a donc 42 % d'externes dans ce collège.

Nombre d'externes	231	x
Nombre total d'élèves	550	100

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Thomas a confectionné un gâteau de 400 g pour lequel il a utilisé 150 g de farine. Quelle quantité de farine lui faudrait-il pour faire un même gâteau de 300 g ?

▶ ÉTAPE 1

On traduit les données par un tableau de proportionnalité.

Masse de farine (en g)	150	m
Masse du gâteau obtenu (en g)	400	300

▶ ÉTAPE 2

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produits en croix sont égaux.

D'où $150 \times 300 = 400 \times m$.

▶ ÉTAPE 3

On calcule $m = \dfrac{150 \times 300}{400} = 112{,}5$.

La masse de farine nécessaire à la réalisation d'un gâteau de 300 g est donc de **112,5 g**.

Je m'entraine

CALCULER

1 **Activités rapides**

a. 4 dictionnaires identiques pèsent 6 kg. Combien pèsent 12 de ces dictionnaires ?

b. 5 livres identiques pèsent 2 kg. Combien pèsent 11 de ces livres ?

c. 60 boulons identiques pèsent 350 g. Combien pèsent 12 de ces boulons ?

2 En calculant les produits en croix, dire si les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité.

a.

6	9
8	12

b.

3	12
5	20

c.

7	13
5	11

d.

13	39
5	15

3 En calculant les produits en croix, dire si les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité.

a.

8,2	9,6
6,4	7,2

b.

6,20	15,60
8,06	20,28

c.

12,2	97,8
17,8	142,2

d.

24	26
28,8	31,2

4 Calculer la valeur des nombres inconnus dans les égalités ci-dessous.

a. $\dfrac{a}{4} = \dfrac{8}{5}$ b. $\dfrac{7}{b} = \dfrac{2}{3}$ c. $\dfrac{11}{6} = \dfrac{c}{15}$

5 Reproduire et compléter les tableaux de proportionnalité suivants en utilisant l'égalité des produits en croix.

a.

300	
500	900

b.

8	22
14	

c.

45	
17	51

d.

5	7
18	

6 Reproduire et compléter les tableaux de proportionnalité suivants en utilisant la méthode la plus adaptée.

a.

200	80
500	

b.

12	60
15	

c.

	5
7,8	15

d.

11	
16	8

7 Dans les tableaux de proportionnalité suivants, calculer le nombre inconnu.

a.

a	2
13	5

b.

6	4
b	7

c.

3,2	c
6	2,4

d.

7,2	36
3,2	d

8 Dans le tableau de proportionnalité suivant, calculer les nombres inconnus.

12	x	5,6	z
15	40	y	3,6

Je résous des problèmes simples

CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER

9 Dans un pot de 125 g de yaourt, il y a 150 mg de calcium. Quelle est la masse de calcium contenue dans 200 g de yaourt ?

10 Sur une carte routière de la Bretagne, 4 cm représentent une distance réelle de 80 km.

1. Quelle est, sur cette carte, la distance qui sépare les villes de Nantes et de Rennes éloignées en réalité de 110 km ?

2. Quelle est la distance réelle entre Brest et Saint-Malo séparées sur cette carte de 9,2 cm ?

11 Les maths autour de moi

En marchant, Jim met 24 min pour aller chez Chloé, qui habite à 2,5 km de chez lui. En marchant à la même vitesse, combien de temps mettrait-il pour aller chez son oncle Charly, qui habite à 5,2 km ?

12 Chez Carrouf Market, le prix des pommes est proportionnel à la masse achetée.
Reproduire et compléter le tableau suivant.

Masse de pommes (en kg)	2,500	4,500	
Prix (en €)	5,25		21,00

13 Les maths autour de moi

En supposant que, sur une autoroute, le prix du péage est proportionnel à la longueur du trajet, reproduire et compléter le tableau suivant.

Distance parcourue (en km)	55	70	
Prix du péage (en €)		5,60	9,60

14 Dans un verre de 125 mL de jus d'orange, il y a 40 mg de vitamine C.

1 L = 1 000 mL

1. Quelle quantité de vitamine C y a-t-il dans 1 litre de ce même jus d'orange ?

2. Quelle quantité de jus d'orange faut-il boire pour avoir la dose quotidienne de vitamine C conseillée qui est de 60 mg par jour.

15 Pour faire sa confiture, Mamie Vona a mélangé 2,500 kg de fraises et 1,500 kg de sucre. Elle n'utilise pas d'autre ingrédient.

1. Mamie Vona a cueilli 7 kg de fraises. Quelle masse de sucre doit-elle prévoir pour cette quantité de fruits ?

2. Quelle masse de sucre y a-t-il dans 1 000 g de cette confiture de fraises ?

16 La fonte est un alliage de fer et de carbone. Dans une fonderie, on fabrique de la fonte selon la proportion suivante : 2 kg de fonte contiennent 112 g de carbone.

Quelle est la quantité de carbone nécessaire pour fabriquer 3,7 tonnes de fonte ?

17 Alexia veut préparer un cocktail original. Sur un livre, elle trouve la recette suivante.

Alexia veut préparer 2 litres de cocktail.
Quelle quantité de chaque ingrédient doit-elle prévoir ?

18 TOP Chrono 10 min

L'eau est une denrée précieuse. Il ne faut pas la gaspiller.

1. Une simple fuite de robinet peut entrainer des pertes importantes. Par exemple, un robinet qui goutte laisse s'écouler 18 L en 4 h. Quel volume d'eau peut-on perdre en une journée ? en un mois ? en un an ?

2. En France, le prix de l'eau est variable selon les régions, mais il était en moyenne de 4,15 € par m^3 en 2015. Quel est le cout de la fuite de ce robinet pendant un mois ? pendant un an ?

objectif 2 Caractériser graphiquement

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Thomas dirige l'agence de location Locasol. Le tableau suivant donne les tarifs de location pour deux véhicules différents.

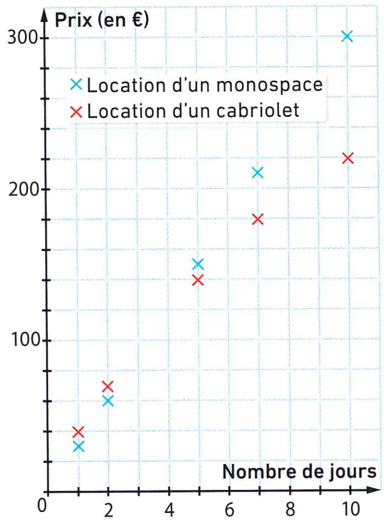
Nombre de jours de location	1	2	5	7	10
Prix pour un **monospace** (en €)	30	60	150	210	300
Prix pour un **cabriolet** (en €)	40	70	140	180	220

1. Représenter graphiquement les tarifs proposés dans un repère (en prenant 1 carreau par jour pour l'axe des abscisses et 1 carreau pour 20 € pour l'axe des ordonnées).

2. Les tarifs proposés sont-ils proportionnels au nombre de jours de location ? Expliquer.

1. ▶ **ÉTAPE 1**
On construit un repère en respectant les unités et les échelles demandées.

▶ **ÉTAPE 2**
Pour chaque véhicule, on place un point par nombre de jours de location possible :
1 jour de location à 30 € est traduit par un point de coordonnées (1 ; 30).



2. On constate que, pour le monospace, les points sont sur une droite passant par l'origine du repère, donc les tarifs de location du monospace sont **proportionnels** au nombre de jours de location.

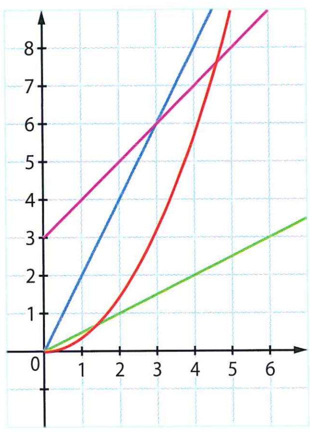
En revanche, pour le cabriolet, les points ne sont pas alignés, donc les tarifs de location **ne sont pas proportionnels** au nombre de jours de location.

Je m'entraine

REPRÉSENTER

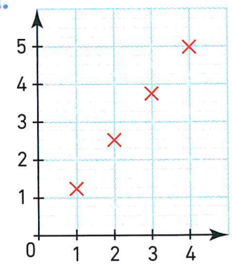
19 Activités rapides

Sur le graphique suivant, quelles courbes traduisent une situation de proportionnalité ?

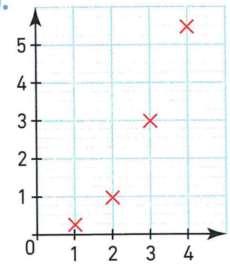


20 Pour chaque graphique, dire s'il traduit une situation de proportionnalité en justifiant la réponse.

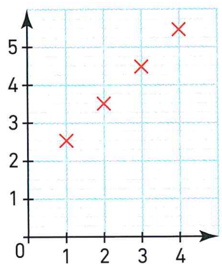
a.



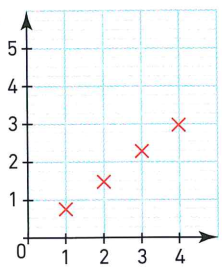
b.



c.



d.



Je résous des problèmes simples

REPRÉSENTER · RAISONNER · COMMUNIQUER

21 **1.** Représenter graphiquement la situation décrite par le tableau ci-dessous. Les valeurs de x sont placées en abscisse et celles de y en ordonnée.

x	1	2	4,5	5,5
y	2	4	7	11

2. Ces deux séries de données sont-elles proportionnelles ? Donner un argument graphique et un argument de calcul.

3. Reprendre les questions **1.** et **2.** avec les valeurs du tableau ci-dessous.

x	1	3	5	6
y	2,25	6,75	11,25	13,50

22 En géométrie, on étudie plusieurs carrés.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant.

Longueur du côté (en cm)	1	2	3	4	4,5
Périmètre (en cm)					
Aire (en cm^2)					

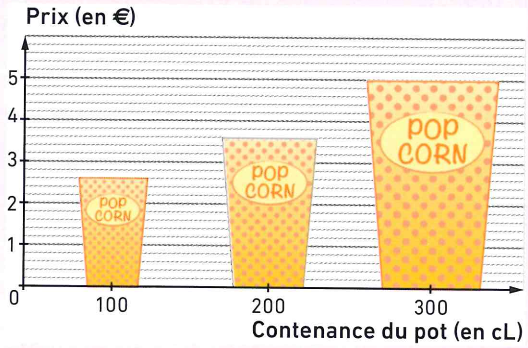
2. Représenter dans un repère le périmètre du carré en fonction de la longueur du côté.
(Prendre 2 carreaux pour 1 cm en abscisse et 1 carreau pour 2 cm en ordonnée.)

3. Représenter dans un autre repère l'aire du carré en fonction de la longueur du côté.
(Prendre 2 carreaux pour 1 cm en abscisse et 1 carreau pour 2 cm^2 en ordonnée.)

4. Le périmètre et l'aire d'un carré sont-ils proportionnels à la longueur du côté ?

23 Les maths autour de moi

Mehdi veut acheter du pop corn, mais les tarifs sont donnés sous une forme étonnante.

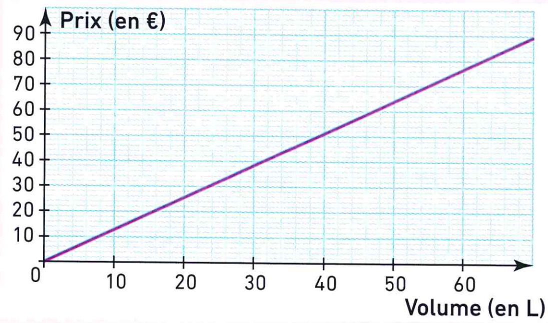


Y a-t-il proportionnalité entre le prix et la contenance du pot ?

24 Les maths autour de moi

Le pétrole est une énergie fossile utilisée pour fabriquer les carburants des véhicules motorisés.

Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction de la quantité d'essence achetée dans une station-service.



1. Quel est le prix approximatif pour un plein d'essence de 54 L ?

2. Le prix est-il proportionnel à la quantité d'essence achetée ? Expliquer.

25 TOP Chrono 15 min

Tiphaine est commerciale en téléphonie mobile chez Jaune Télécom. Plus elle vend de téléphones portables, plus son salaire est élevé. Le tableau suivant, réalisé par sa directrice, lui permet de connaitre son salaire en fonction de ses ventes.

Montant des ventes (en €)	4 000	6 000	10 000	15 000
Salaire de Tiphaine (en €)	1 470	1 790	1 950	2 350

1. Représenter graphiquement le salaire de Tiphaine en fonction des ventes réalisées (prendre 1 carreau pour 1 000 € de ventes en abscisse et 1 carreau pour 200 € de salaire en ordonnée).

2. En regardant le graphique, dire si le salaire de Tiphaine est proportionnel au montant de ses ventes.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Avec son vélo, Camille roule à la vitesse moyenne de 20 km/h. Pour aller chez son ami Ralph, elle doit parcourir 45 km.
Combien de temps ce trajet va-t-il durer ?

ÉTAPE 1

On sait que rouler à la vitesse moyenne de 20 km/h signifie qu'on parcourt 20 km en 1 h. On peut donc construire un tableau de proportionnalité avec les données.

Temps (en h)	1	t
Distance (en km)	20	45

ÉTAPE 2

On calcule la quatrième proportionnelle :
$20 \times t = 1 \times 45$
donc $t = 1 \times 45 : 20 = 2{,}25$.

ÉTAPE 3

On conclut en exprimant cette donnée en heures et en minutes :

$$\begin{aligned} 2{,}25 \text{ h} &= 2 \text{ h} + 0{,}25 \text{ h} \\ &= 2 \text{ h} + 0{,}25 \times 60 \text{ min} \\ &= 2 \text{ h} + 15 \text{ min.} \end{aligned}$$

La durée du trajet de Camille sera de 2 h 15 min.

Je m'entraine

CALCULER

26 **Activités rapides**

1. Quelle distance vais-je parcourir si je cours à 12 km/h pendant :
a. 2 h ? **b.** 3 h 30 min ? **c.** 4 h 45 min ?

2. Combien de temps vais-je mettre si je cours à 10 km/h sur :
a. 5 km ? **b.** 20 km ? **c.** 25 km ?

3. Avec un robinet dont le débit est de 15 L/min, quel volume d'eau puis-je avoir en :
a. 2 min ? **b.** 10 min ? **c.** 1 h ?

27 Le satellite de télécommunications ASTRA se déplace à la vitesse de 11 000 km/h.
Quelle distance parcourt-il en 24 heures ?

28 Mélia a roulé à vélo pendant 1 h 45 min à la vitesse moyenne de 20 km/h.

1. Exprimer la durée de ce parcours en un nombre décimal d'heures.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité entre les heures et les minutes.

2. Calculer la distance parcourue par Mélia lors de cette balade.

29 En 1875, Matthew Webb effectue la première traversée de la Manche à la nage en parcourant 31,5 km à la vitesse moyenne de 1,5 km/h.
Combien de temps son trajet a-t-il duré ?

30 Lors de sa migration, une hirondelle peut voler à 100 km/h sur une distance de 900 km.
Combien de temps son vol dure-t-il ?

31 Pour son entrainement au marathon, Samir a mis 3 h pour parcourir 42 km.
Quelle a été sa vitesse moyenne sur ce parcours ?

32 Jessica achète une carte du Sud-Est de la France à l'échelle 1/200 000.

1. Sur cette carte, Marseille et Lyon sont distantes de 135 cm. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

2. Dans la réalité, il y a 124 km entre Marseille et Montpellier. Quelle est la distance sur la carte entre ces deux villes ?

33 Sur une carte routière de France Megacart, les distances représentées sont proportionnelles aux distances réelles.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

	Paris-Lille	Paris-Brest	Paris-Toulouse	Paris-Marseille	Paris-Strasbourg
Distances réelles (en km)	220	560		800	
Distances sur la carte (en cm)	44		128		91

2. Quelle est l'échelle de cette carte routière ?

Je résous des problèmes simples

CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER

34 En France, la vitesse est limitée à 90 km/h sur route nationale et à 130 km/h sur autoroute.

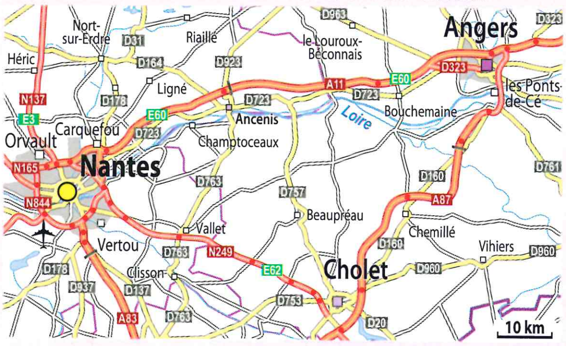
1. Sur route nationale, à la vitesse moyenne de 90 km/h, combien de temps Pierre met-il pour parcourir 50 km ?

2. Sur autoroute, à la vitesse moyenne de 130 km/h, combien de temps Adèle met-elle pour parcourir 100 km ?

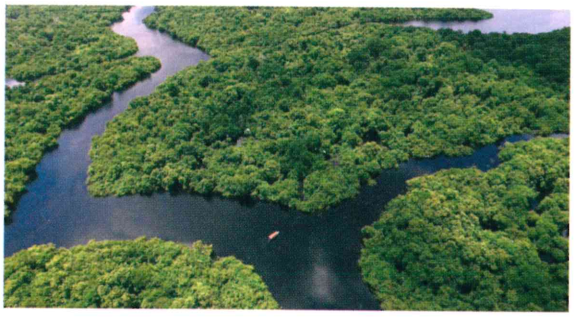
3. Si Pierre et Adèle roulent à 10 km/h au-dessus de la limite autorisée, combien de temps gagnent-ils sur leur trajet ?

35 **Les maths autour de moi**

Les villes de Nantes, Angers et Cholet sont situées à proximité de la Loire. En utilisant l'échelle graphique de cette carte, estimer la distance à vol d'oiseau entre ces villes.



36



Le fleuve Amazone rejette, chaque seconde, 209 000 m^3 d'eau dans l'océan.

1. Quel volume d'eau rejette l'Amazone en une journée ?

2. Une piscine olympique peut être assimilée à un pavé droit de 50 m de long, 25 m de large et 3 m de profondeur. Combien de piscines olympiques pourraient être remplies par l'Amazone chaque seconde ?

37

Sachant que le réservoir contient 63 L, déterminer la consommation moyenne de cette voiture, c'est-à-dire le nombre de litres consommés pour 100 km parcourus.

38 L'eau de mer contient du sel. L'océan Atlantique Nord a un taux de salinité de 30 g/L, mais certaines mers en contiennent plus. Ainsi, la mer Morte a un taux de salinité de 330 g/L.

1. a. Quelle masse de sel y a-t-il dans 1 m^3 d'eau de l'océan Atlantique Nord ?

b. Quelle masse de sel y a-t-il dans 1 m^3 d'eau de la mer Morte ?

2. Dans les marais salants, on récolte du sel contenu dans l'eau de mer en faisant évaporer l'eau. Quel volume d'eau faut-il faire évaporer si on souhaite récolter 1 tonne de sel dans l'océan Atlantique Nord ?

39 **TOP Chrono** 10 min

Pierre travaille à domicile. Il utilise Internet pour échanger des fichiers avec ses clients et a donc besoin d'un bon débit.

1. Il possède une connexion ADSL qui lui permet de recevoir 2 Mo de données numériques par seconde.

a. Quelle quantité de données reçoit-il en une minute ? en une heure ?

b. Combien de temps mettrait-il pour télécharger 100 Mo de données ?

2. Un fournisseur d'accès lui propose de prendre un abonnement à la fibre qui permet de recevoir 5 Mo de données par seconde.

a. Quelle quantité de données Pierre pourrait-il recevoir en une minute ? en une heure ?

b. Combien de temps lui faudrait-il pour télécharger 100 Mo de données ?

objectif 4 Manipuler des pourcentages

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

380 hommes et 250 femmes participent à un marathon.
70 % des hommes et 86 % des femmes ont terminé cette course de 42 km.
Calculer le pourcentage de participants ayant terminé la course.

ÉTAPE 1

On calcule 70 % de 380 : $380 \times \frac{70}{100} = 266$,
donc 266 hommes ont terminé la course.

ÉTAPE 2

On calcule 86 % de 250 : $250 \times \frac{86}{100} = 215$,
donc 215 femmes ont terminé la course.

ÉTAPE 3

On ajoute les effectifs : $380 + 250 = 630$.
Il y a 630 participants au total.
$266 + 215 = 481$.
Donc 481 personnes ont terminé la course.

ÉTAPE 4

On calcule le pourcentage $\frac{481}{630} \times 100 = 76{,}3$.
76,3 % des participants ont terminé la course.

Remarque

Ce pourcentage n'est pas égal à la moyenne des deux pourcentages donnés au départ $(70 + 86) : 2$ car il n'y a pas le même nombre d'hommes et de femmes dans cette course.

Je m'entraine

CALCULER — RAISONNER

40 **Activités rapides**

a. Calculer 30 % de 30 Mo.
b. Calculer 40 % de 250 km.
c. Calculer 70 % de 60 L.
d. Calculer 150 % de 80 €.

41 Dans le garage automobile Stop Auto 3 000, il y a 30 voitures en réparation. 60 % de ces voitures sont blanches. Combien y a-t-il de voitures blanches dans ce garage ?

42 Lors d'une vente promotionnelle, le magasin Cash-max annonce « 15 % de réduction sur tous les articles ».
Reproduire et compléter le tableau suivant.

Prix initial (en €)	100,00	20,00	42,00	57,00
Prix après réduction (en €)				

43 Hugo a lancé 400 fois deux dés à six faces. Le « double 6 » est sorti 37 fois.
Quel est le pourcentage de « double 6 » dans les lancers de Hugo ?

44 À Reunville-sur-Mer, il y a 8 235 habitants. 2 617 d'entre eux sont licenciés dans un club de sport. Quel est le pourcentage d'habitants licenciés dans un club de sport ?

45 1. Max a passé 10 % de sa journée à jouer à la console. Combien de temps a-t-il joué ?
2. Émilie passe en moyenne 1 h 30 min par jour devant la télévision. Quel pourcentage de son temps Émilie passe-t-elle devant la télévision ?

46 Une meule d'emmental pèse 55 kg et contient 30 % de protéines, 28 % de matières grasses mais aussi 530 g de calcium et 333 g de phosphore.
1. Calculer la masse de protéines et de matières grasses contenues dans une meule d'emmental.
2. Calculer le pourcentage de calcium et de phosphore contenu dans l'emmental.

47 Dans le collège de Marion, il y a 250 filles et 310 garçons. 70 % des filles et 90 % des garçons sont demi-pensionnaires.
Quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires ?

Je résous des problèmes simples

CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER

48 Le TGV Est permet de relier Paris à Strasbourg en 2 h 20. En entrant dans une des voitures de ce train, le contrôleur compte 75 personnes. 60 % d'entre elles sont des adultes et parmi les enfants, il y a 40 % de garçons.

1. Combien y a-t-il d'adultes ? Combien y a-t-il d'enfants ?
2. Combien y a-t-il de garçons ? Combien y a-t-il de filles ?

49 **Les maths autour de moi**

Au concert de la star Henry Yanna, la salle de 3 500 places est remplie. 64 % des spectateurs sont des adolescents. Parmi eux, 80 % sont des filles.
Combien y a-t-il d'adolescentes à ce concert ?

50 Dans un massif composé de 250 fleurs, 60 % des fleurs sont des roses. 45 % des roses du massif sont rouges.

1. Combien y a-t-il de roses rouges dans le massif ?
2. Quel pourcentage des fleurs du massif les roses rouges représentent-elles ?

51 En France, le prix du gaz est lié au cours du pétrole. En mars, le prix du gaz naturel était de 0,04306 €/kWh (euro par kilowattheure).
Le 1er avril, ce tarif a augmenté de 9,7 %, puis il a encore augmenté de 4,7 % le 1er juillet.

1. Calculer le prix du gaz naturel après ces deux augmentations.
2. Quel est le pourcentage global d'augmentation du prix du gaz entre mars et juillet ?

52 Le lundi, à l'ouverture du magasin, un article de sport est vendu 60 €.
Le mardi, son prix baisse de 30 %.
Le mercredi, il remonte de 40 %.

1. Quel est le prix de l'article ?
2. Que peut-on donc dire d'une baisse de 30 % suivie d'une hausse de 40 % ?

53 Le club de natation de Ploufville rassemble 600 licenciés : 240 femmes et 360 hommes. 40 % des femmes et 60 % des hommes font de la compétition.

1. Combien de femmes font de la compétition ?
2. Combien d'hommes font de la compétition ?
3. Quel est le pourcentage de licenciés qui font de la compétition ?

54 Dans sa bibliothèque, Lucien possède 140 ouvrages : 80 livres et 60 bandes dessinées. Lucien donne 30 % de ses livres et 70 % de ces BD à l'école de sa ville.
Quel pourcentage de sa bibliothèque Lucien a-t-il donné ?

55 Dans la classe de Nina, il y a 12 filles et 13 garçons. Dans la classe de Ly Ahn, il y a 14 filles et 6 garçons.

1. Quel est le pourcentage de filles dans la classe de Nina ?
2. Quel est le pourcentage de filles dans la classe de Ly Ahn ?
3. On réunit les deux classes pour une séance de cinéma. Quel est le pourcentage de filles dans la salle ?

56 **TOP Chrono** 10 min

Tous les ans, la ville de Parthenay organise un festival dédié aux jeux : le FLIP (festival ludique international de Parthenay).
Cette année 2 600 adultes et 4 150 enfants ont visité le stand des jeux de société.
72 % des adultes et 40 % des enfants ont joué à un jeu de lettres appelé « Point Final ».
Quel pourcentage des visiteurs du festival a joué à ce jeu ?

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

Tableau 1	
3,9	7,2
9,1	16,8

Tableau 2	
5	14
8	x

	A	B	C
57 Le tableau **1** est-il un tableau de proportionnalité ?	Oui	Non	On ne peut pas savoir
58 Dans le tableau **2** de proportionnalité, pour calculer la valeur de x, on effectue :	$x = 5 \times 14 : 8$	$x = 5 \times 8 : 14$	$x = 8 \times 14 : 5$
59 20 % des 350 élèves jouent de la musique. Combien cela fait-il de musiciens ?	35	70	200
60 Sur 900 coureurs, 750 ont terminé le marathon. Pour calculer le pourcentage de coureurs arrivés, on effectue :	$\frac{900}{750} \times 100$	$\frac{750}{900} \times 100$	$\frac{900}{100} \times 750$
61 Thomas roule pendant 2 h 30 min à la vitesse moyenne de 40 km/h. La distance parcourue est de...	80 km	92 km	100 km

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1
Déterminer une quatrième proportionnelle

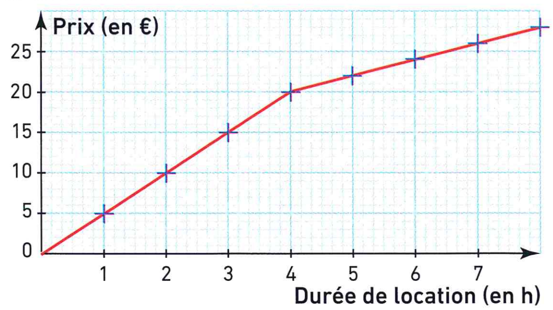
62 Avec une connexion Internet fiable, le temps de téléchargement d'un fichier est proportionnel à sa taille. Reproduire et compléter le tableau suivant.

Temps de téléchargement (en s)		80	130
Taille du fichier téléchargé (en Mo)	12	96	

63 Mamie Vano a une bonne recette pour les gaufres.
Pour 5 personnes : 75 g de sucre, 80 g de beurre, 5 œufs, 250 g de farine, 30 cL de lait.
Elle veut faire des gaufres pour 12 personnes.
Quelle quantité doit-elle prévoir pour chaque ingrédient ?

objectif 2
Caractériser graphiquement la proportionnalité

64 Le graphique donne les tarifs d'une location de canoés en fonction de sa durée.



1. Quel est le prix à payer pour une location de 2 h ? de 3 h 30 min ? de 5 h 30 min ?

2. Combien de temps peut-on louer un canoé avec un budget de 25 € ?

3. Les tarifs sont-ils proportionnels à la durée de location ? Expliquer.

65 Le tableau ci-dessous donne les tarifs d'abonnement proposés par trois salles de jeux de Laser Game.

Salle	2 parties	4 parties	6 parties	10 parties
Laser flip	10,00 €	20,00 €	30,00 €	50,00 €
Battle Game	24,00 €	28,00 €	32,00 €	40,00 €
Shoot'n Laser	15,00 €	30,00 €	33,00 €	39,00 €

1. Représenter graphiquement dans un même repère les tarifs de ces trois salles de jeux.
En bleu : les tarifs de la salle « Laser Flip » en fonction du nombre de parties.
En rouge : les tarifs de la salle « Battle Game » en fonction du nombre de parties.
En vert : les tarifs de la salle « Shoot'n Laser » en fonction du nombre de parties.
(On pourra prendre 1 carreau pour 1 partie en abscisse et 1 carreau pour 5 € en ordonnée.)

2. Pour chaque salle de jeux, dire si le tarif est proportionnel au nombre de parties jouées.

objectif 3

Utiliser la proportionnalité pour calculer des grandeurs

66 **1.** Un buffle d'Afrique peut parcourir 4 km en 5 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne ?

2. Un éléphant court à la vitesse moyenne de 36 km/h. À cette vitesse, quelle distance peut-il parcourir en 36 minutes ?

3. Un kangourou court à la vitesse moyenne de 20 m/s. À cette vitesse, combien de temps met-il pour parcourir 1 km ?

67 Pour arroser son jardin, Adèle branche une pompe dont le débit est de 80 L d'eau toutes les 10 minutes.

1. Quel volume d'eau s'écoule en 2 h ?

2. Combien de temps lui faudra-t-il pour remplir un bassin de 10 m^3 avec cette pompe ?

68 Luccho a construit une maquette de formule 1, à l'échelle 1/15.

1. Cette maquette mesure 24 cm. Quelle est la longueur réelle de la formule 1 ?

2. La largeur réelle de cette voiture est de 1,80 m. Quelle est la largeur de la maquette de Luccho ?

69 La Transat Jacques Vabre est une course à la voile reliant la France au Brésil.
La carte ci-dessous montre la position de quelques bateaux au large de l'archipel des Açores au cours de la Transat 2015 (journée du 29 octobre).

Le trait vert et le cadre de distances donnent l'écart (en km et en mile nautique) entre le leader (bateau orange) et le bateau classé en 5^e position.
En observant ces renseignements et en mesurant sur l'image, trouver la distance séparant le bateau orange des autres bateaux.

objectif 4

Manipuler des pourcentages pour résoudre des problèmes

70 Mamie Louise donne 20 € à chacun de ses deux petits-enfants, Tom et Léa.

1. Tom dépense 35 % de ses 20 € pour acheter une place de cinéma.
Combien une place de cinéma coûte-t-elle ?

2. Léa dépense 8,40 € sur ses 20 € pour acheter un livre.
Quel pourcentage de son argent a-t-elle dépensé ?

71 Dans la ville de Saint-Aubin-sur-Loire, il y a deux collèges.
Dans le collège Jeanne Alise, 65 % des 120 élèves de 3^e ont obtenu le diplôme national du brevet.
Dans le collège Jacques Sélaire, 80 élèves de 3^e sur 90 au total ont obtenu le diplôme national du brevet.
Quel est le pourcentage de réussite au diplôme national du brevet des élèves de 3^e dans cette ville ?

Je résous des problèmes

Objectifs 1 2 3 4

72 Utiliser un langage scientifique DOMAINE 1 DU SOCLE

Une ampoule basse consommation (BC) d'une puissance de 20 W éclaire autant qu'une ampoule à incandescence (INC) de 75 W, mais elle consomme moins d'électricité.
Le prix de l'électricité consommée par une ampoule est proportionnel à son temps de fonctionnement.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous permettant de connaitre le cout de fonctionnement pour 2 ampoules différentes.

Durée d'utilisation (en h)	24	1000	3000
Prix de l'électricité pour une ampoule BC de 20 W (en €)	0,0540		
Prix de l'électricité pour une ampoule INC de 75 W (en €)	0,2025		

2. Marc remplace une ampoule à incandescence de 75 W par une ampoule basse consommation de 20 W. Quel sera le montant de l'économie réalisée pour 3 000 h de fonctionnement ?

3. Dans le magasin d'Éloïse, il y a 8 ampoules à incandescence de 75 W. Elle décide de les remplacer par 8 ampoules basse consommation de 20 W. Son magasin est ouvert et éclairé 10 h par jour, 5 jours par semaine. Quel sera le montant de l'économie réalisée en 2 ans ?

73 Repérer une situation de proportionnalité

DOMAINE 3 DU SOCLE

La vitesse de la lumière est de 300 000 km/s.
La vitesse du son est de 340 m/s.

1. Pendant un orage, la foudre tombe à 12 km de l'endroit où l'on se trouve.

a. Va-t-on d'abord voir l'éclair ou entendre le tonnerre ? Pourquoi ?

b. Pourquoi peut-on dire que l'on voit l'éclair pratiquement au moment où il se produit ?

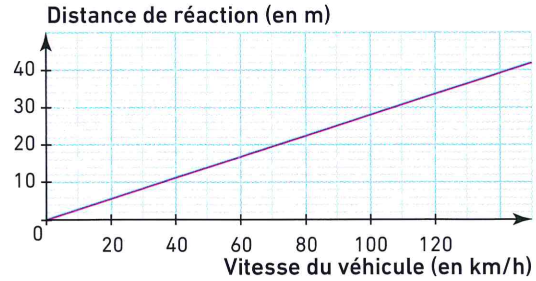
c. Combien de temps le son du tonnerre met-il à parvenir jusqu'à nous ?

2. a. Plus généralement, lorsqu'on voit un éclair, combien de temps le son du tonnerre met-il pour parcourir un kilomètre ?

b. Comment peut-on donc calculer rapidement la distance qui nous sépare de l'endroit où est tombée la foudre ?

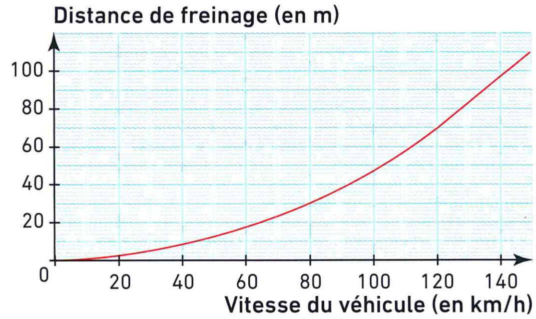
74 Utiliser un graphique DOMAINE 2 DU SOCLE

Les deux graphiques ci-dessous représentent respectivement la distance de réaction et la distance de freinage sur route sèche d'un véhicule en fonction de sa vitesse.



Vocabulaire

La **distance de réaction** est la distance parcourue par un véhicule pendant le temps de réaction du conducteur (temps qui lui est nécessaire pour réagir et commencer à freiner).



Vocabulaire

La **distance de freinage** est la distance parcourue entre le début du freinage et l'arrêt du véhicule.

1. a. Quelle est la **distance de réaction** lorsque le conducteur roule à 90 km/h ?

b. La distance de réaction est-elle proportionnelle à la vitesse du véhicule ? Justifier la réponse.

2. a. Quelle est la **distance de freinage** sur route sèche lorsque le conducteur roule à 90 km/h ?

b. La distance de freinage est-elle proportionnelle à la vitesse du véhicule ? Justifier la réponse.

3. a. Quelle est la **distance d'arrêt** sur route sèche d'un véhicule roulant à 90 km/h ?

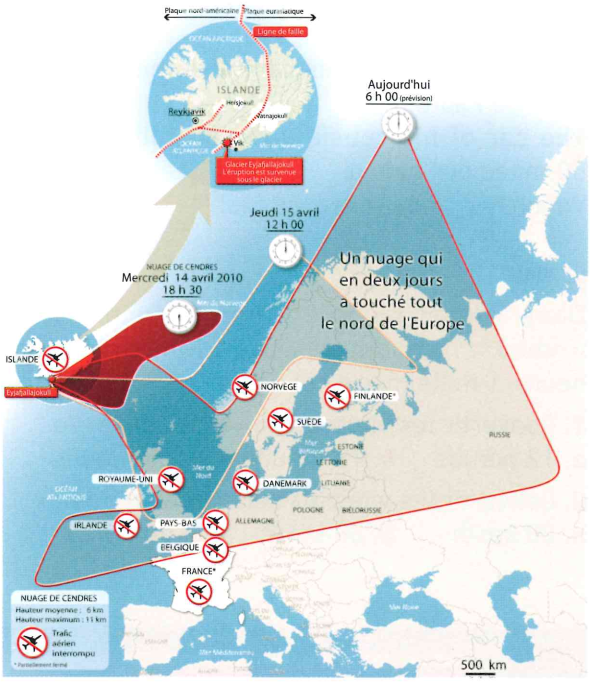
b. En utilisant les données des deux graphiques, construire un graphique représentant la distance d'arrêt (sur route sèche) d'un véhicule en fonction de sa vitesse.

Vocabulaire

La **distance d'arrêt** d'un véhicule est la distance parcourue entre l'instant où le conducteur prend conscience du danger et celui où le véhicule s'arrête. Elle s'obtient en ajoutant la distance de réaction et la distance de freinage.

75 Utiliser une échelle de carte DOMAINE 4 DU SOCLE

Le samedi 20 mars 2010, le volcan islandais Eyjafjöll, situé dans le sud de l'île, à seulement 160 km au sud-est de la capitale Reykjavik, est entré en éruption. Le 14 avril, l'éruption est devenue plus forte et un énorme nuage de cendres s'est propagé sur l'Europe du Nord.



1. En utilisant l'échelle de cette carte, estimer la distance entre le volcan et la côte française la plus proche.
2. Le nuage a touché la France 36 h environ après sa formation au-dessus du volcan. Calculer la vitesse moyenne de son déplacement.

76 Réfléchir à un problème ouvert

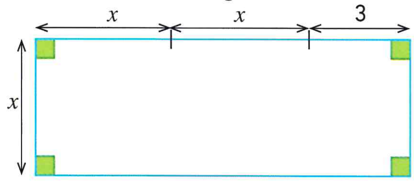
Le prix de revient d'une chemise se décompose de la façon suivante :

- 60 % pour la main-d'œuvre ;
- 40 % pour le tissu et les boutons.

Le prix de la main-d'œuvre augmente de 10 %. Ceux du tissu et des boutons augmentent de 30 %.
Quel est le pourcentage d'augmentation du prix de revient de la chemise ?

77 Justifier une propriété

On veut étudier le rectangle ci-dessous.



1. Construire un rectangle correspondant à ces conditions avec $x = 4$ cm.
2. Exprimer, en fonction de x, la largeur, la longueur puis l'aire de ce rectangle.
3. Reproduire et compléter le tableau suivant.

x (en cm)	2	3	7	10
Aire (en cm^2)				

4. L'aire de ce rectangle est-elle proportionnelle à la largeur x ?
5. Construire un graphique représentant l'aire d'un tel rectangle en fonction sa largeur.

78 Travailler avec différentes unités

Certains avions peuvent voler à une vitesse supérieure à celle du son (340 m/s). On dit qu'ils sont « supersoniques ».

1. a. Un Airbus A380 vole à la vitesse de 900 km/h. Est-ce un avion supersonique ?
b. Le Rafale, un avion militaire français, peut voler à 2 200 km/h. Est-ce un avion supersonique ?
Les pilotes d'avion utilisent une autre unité de vitesse que le km/h ou le m/s. Ils utilisent le **mach**.
Mach 1 correspond à la vitesse du son.
Mach 2 correspond à 2 fois la vitesse du son.
Mach 3,5 correspond à 3,5 fois la vitesse du son, etc.
2. Exprimer, en km/h, les vitesses suivantes :
a. Mach 1 b. Mach 2 c. Mach 3,5
3. a. Exprimer, en Mach, la vitesse de l'Airbus A380.
b. Exprimer, en Mach, la vitesse du Rafale.

Dans les autres matières

79 Le mont Fuji

Le mont Fuji est un célèbre volcan japonais.

Il n'est accessible au public que du 1er juillet au 27 aout et, chaque année, 200 000 personnes environ en font l'ascension.

1. Combien de personnes font l'ascension du mont Fuji chaque jour ouvert ?

2. Le chemin qui mène au sommet fait 9 km. En marchant à 1,5 km/h, combien de temps met Toshi pour faire l'aller-retour ?

80 Filling up

In France, a car's fuel consumption is measured in terms of litres per 100 kilometres (L/100 km). In the United States, a car's fuel consumption is measured in terms of miles per US gallon (MPG).
We know that 1 mile is equal to about 1.609 kilometres and that 1 US gallon is equal to about 3.785 litres.
Marc lives in Dijon. His car consumes 4.5 litres per 100 kilometres.
The car of his cousin John in Dallas travels 50 miles per gallon.
Which car consumes less fuel?

81 La voile

Dans la marine, on exprime les vitesses en « nœud ». 1 nœud correspond à 1 mille marin par heure. 1 mille marin est égal à 1,852 kilomètre.

1. Convertir les vitesses suivantes en km/h.
a. 12 nœuds b. 18 nœuds c. 25 nœuds

2. Convertir les vitesses suivantes en nœud.
a. 20 km/h b. 30 km/h c. 50 km/h

EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

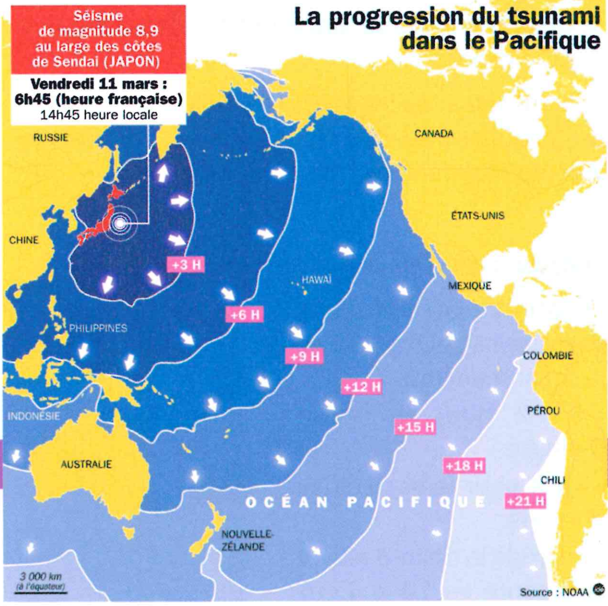
Corps, santé, bien-être et sécurité

Mathématiques & SVT & Géographie

Séisme et tsunami

Un séisme est une secousse du sol qui découle de la brusque libération d'énergie accumulée par les déplacements des plaques tectoniques de la Terre.
Si un séisme a lieu en mer, celle-ci se met en mouvement et peut créer une élévation du niveau de la mer que l'on appelle un tsunami.
Les scientifiques essayent de prévoir les séismes et d'étudier leur propagation sur des cartes, comme ici en 2011 dans l'océan Pacifique.

Temps de parcours estimé de l'onde du tsunami induit par le séisme de Sendai du 11 mars 2011.



Projet

Travailler sur les cartes des principales zones sismiques du monde, montrer comment calculer des distances et retrouver l'épicentre d'un séisme.
Étudier les vitesses de propagation des tsunamis.

Notions mathématiques : Utilisation de la proportionnalité • Calcul de vitesse, de distance, de temps • Utilisation d'échelle de carte

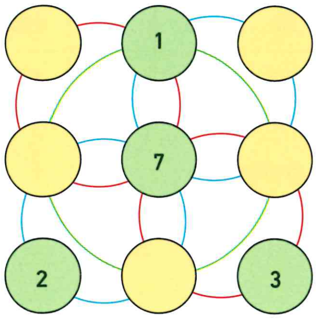
Jeux mathématiques

82 Les 3 chats

Si 3 chats attrapent 3 souris en 3 minutes, combien faut-il de chats pour attraper 15 souris en 15 minutes ?

83 Les cercles

Placer les jetons 4, 5, 6, 8 et 9 tels que la somme des jetons sur chacun des cinq cercles soit égale à 22.



84 Défi !

Arthur et Blaise doivent aller de la ville de Mathville à Geomcity qui sont distantes de 40 km. Ils disposent d'un seul vélo pour deux, mais ils ne peuvent monter à deux sur ce vélo.
Arthur marche à une vitesse de 4 km/h et fait du vélo à une vitesse de 30 km/h.
Blaise marche à une vitesse de 6 km/h et fait du vélo à une vitesse de 20 km/h.

S'ils partent tous les deux à 8 heures de Mathville, à quelle heure seront-ils au plus tôt à Geomcity ?

Note : le vélo est muni d'un antivol dont chacun des deux amis possède une clé.

D'après FFJM.

85 Énigme

Pour remplir un bassin, on dispose de trois robinets.
• Si on ouvre les robinets 1 et 2, le bassin se remplit en 20 minutes.
• Si on ouvre les robinets 1 et 3, le bassin se remplit en 30 minutes.
• Si on ouvre les robinets 2 et 3, le bassin se remplit en 18 minutes.
Si on ouvre les trois robinets en même temps, au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli ?

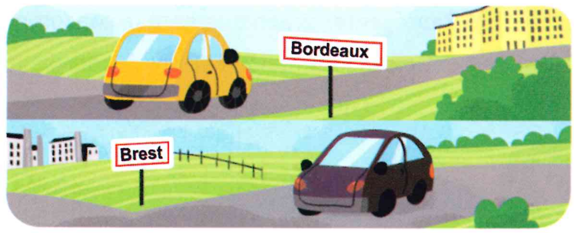
devoirs à la maison

86 Voyage de Brest à Bordeaux

Léo et Léa prennent chacun leur voiture pour aller de Brest à Bordeaux. Léo part de Brest à 9 h 00 et roule à la vitesse moyenne de 80 km/h en direction de Bordeaux. Léa part de Brest à 11 h 00 et roule jusqu'à Bordeaux.

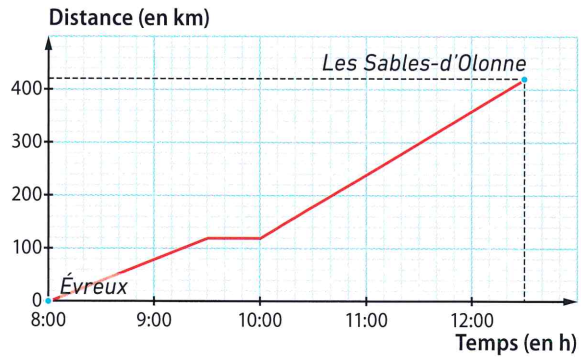
1. Sachant que Bordeaux est situé à 640 km de Brest, à quelle vitesse moyenne Léa doit-elle rouler pour arriver à la même heure que Léo à Bordeaux ?

2. Refaire l'exercice en considérant que les deux amis veulent aller de Brest à Caen (chercher sur Internet ou sur une carte la distance entre ces deux villes). La vitesse de Léa est-elle possible ?



87 Voyage d'Évreux aux Sables-d'Olonne

Ludo, qui habite près d'Évreux, est allé en vacances aux Sables-d'Olonne. La courbe rouge du graphique ci-dessous représente son trajet (distance parcourue en fonction du temps).



1. À quelle heure Ludo est-il arrivé ?

2. Quelle est la distance entre Évreux et Les Sables-d'Olonne ?

3. À quelle heure Ludo a-t-il fait une pause ? De combien de temps ?

4. Quelle était sa vitesse moyenne avant sa pause ? après sa pause ? sur l'ensemble du trajet ?

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Consommation de carburant

20'

Utiliser le tableur pour travailler la proportionnalité.

Difficulté mathématique | Difficulté technique

La consommation d'un véhicule motorisé s'exprime en litres pour 100 kilomètres (L/100 km). Cette consommation dépend, entre autres facteurs, de la vitesse du véhicule. Un constructeur de voitures sort un nouveau modèle appelé « RX 300 Sport » et fournit à ses clients le tableau ci-contre.

	A	B	C	D	E	F
1	Vitesse (en km/h)	50	70	90	110	130
2	Consommation (en L/100km)	3,1	3,6	4,7	6,2	8,1

1 Ouvrir une feuille de calcul de tableur et reproduire le tableau ci-dessus.

2 Représenter graphiquement la consommation de cette voiture en fonction de sa vitesse.

3 Cette consommation est-elle proportionnelle à la vitesse ?

2 Prix de revient du voyage

20'

Utiliser le tableur pour calculer un prix de revient dans une situation de proportionnalité.

Difficulté mathématique | Difficulté technique

Iliana habite Nantes et souhaite partir en vacances à Barcelone en utilisant sa voiture.
Deux options s'offrent à elle :
– soit prendre les routes nationales sur 1 005 km (elles sont gratuites et limitées à 90 km/h) ;
– soit prendre les autoroutes sur 976 km (elles sont payantes et limitées à 130 km/h).
Iliana souhaite étudier le prix de revient de son trajet.
Voici des données utiles pour ses calculs :
– consommation de la voiture : 4,7 L/100 km à 90 km/h et 8,1 L/100 km à 130 km/h ;
– cout moyen du péage : 0,08 €/km ;
– cout du carburant : 1,35 €/L.

1 Dans une feuille de calcul de tableur, reproduire le tableau suivant.

	A	B	C	D	E
1		*nb de litres de carburant*	coût du carburant	péage route	**coût total du trajet**
2	Sur route nationale				
3	Sur autoroute				

2 En utilisant les renseignements donnés pour le trajet sur route nationale, compléter la ligne 2 à l'aide de formules. Tableur 1

3 En utilisant les renseignements donnés pour le trajet sur autoroute, compléter la ligne 3 à l'aide de formules. Tableur 1

4 Quelle est la différence de cout entre les deux options d'Iliana ?

5 Calculer le temps de conduite nécessaire pour chaque option de trajet.

3 Les oiseaux migrateurs

20'

Utiliser le tableur pour faire des calculs de distances, de durées et de vitesses.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

La migration est observée chez de nombreuses espèces. Pour les oiseaux, elle consiste à se déplacer, souvent selon un axe nord-sud, pour trouver des conditions climatiques favorables à leur survie. Des scientifiques ont relevé la distance et la durée de vol de plusieurs groupes d'oiseaux migrateurs.

	A	B	C	D	E
1	Espèce	type de migration	distance de vol (en km)	durée de vol (en heures)	vitesse moyenne (en km/h)
2	Barge Rousse	sans escale	11 500	192	
3	Canard Colvert	sans escale	1 700	24	
4	Cigogne Blanche	en plusieurs étapes	9 000	180	
5	Colibri	sans escale	950	15	
6	Épervier d'Europe	en plusieurs étapes	2 500	60	
7	Hirondelle	en plusieurs étapes	8 000	190	

1. Ouvrir une feuille de calcul de tableur et reproduire le tableau ci-dessus.
2. À l'aide d'une formule, déterminer la vitesse moyenne du vol de la barge rousse. Tableur 1
3. Recopier cette formule pour déterminer la vitesse moyenne du vol des autres espèces. Tableur 2
4. Construire un diagramme en bâtons permettant de comparer les distances parcourues par les différentes espèces d'oiseaux.
5. Chercher sur Internet d'autres espèces d'oiseaux migrateurs et les intégrer à cette étude.

4 Triangle proportionnel ALGO

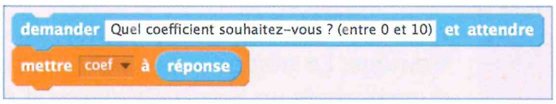
20'

Construire des triangles équilatéraux et définir le rapport d'agrandissement entre eux.

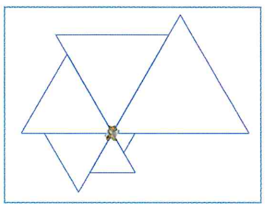
Difficulté mathématique   Difficulté technique

Dans le logiciel Scractch

1. Créer une variable « **coef** » et demander à l'utilisateur de choisir un coefficient de proportionnalité que l'on affectera à cette variable.



2. Construire un triangle équilatéral de côté 20 en saisissant le morceau de programme ci-contre.
3. Construire un agrandissement du triangle précédent par le coefficient choisi à l'aide d'une construction analogue.
4. Améliorer le programme pour effacer les constructions au démarrage et tester le programme pour plusieurs coefficients.
5. Améliorer encore le programme de façon à obtenir 6 triangles équilatéraux comme dans la figure ci-contre. Les dimensions varient progressivement du petit (triangle de base) à l'agrandissement souhaité (le dernier).



tâches complexes

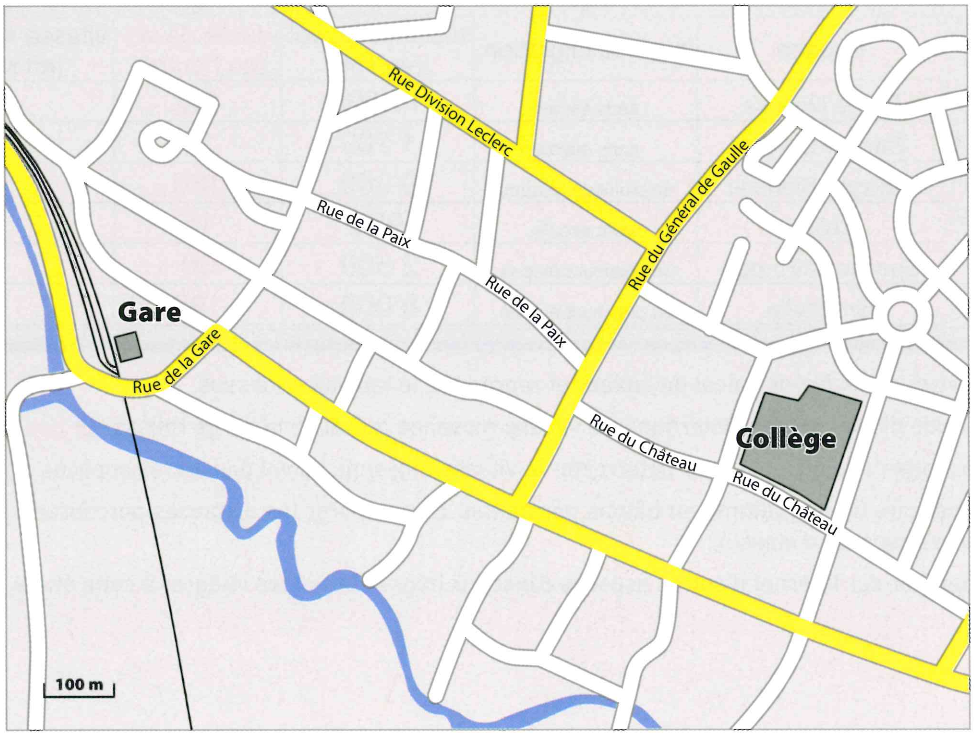
1 Un train à prendre

À la fin de ses cours au collège, Lili doit prendre le train à la gare pour rentrer chez elle. La sonnerie du collège retentit à 16 h 45.

► **Peut-elle prévoir de prendre le train de 17 h 01 ?**

DOC

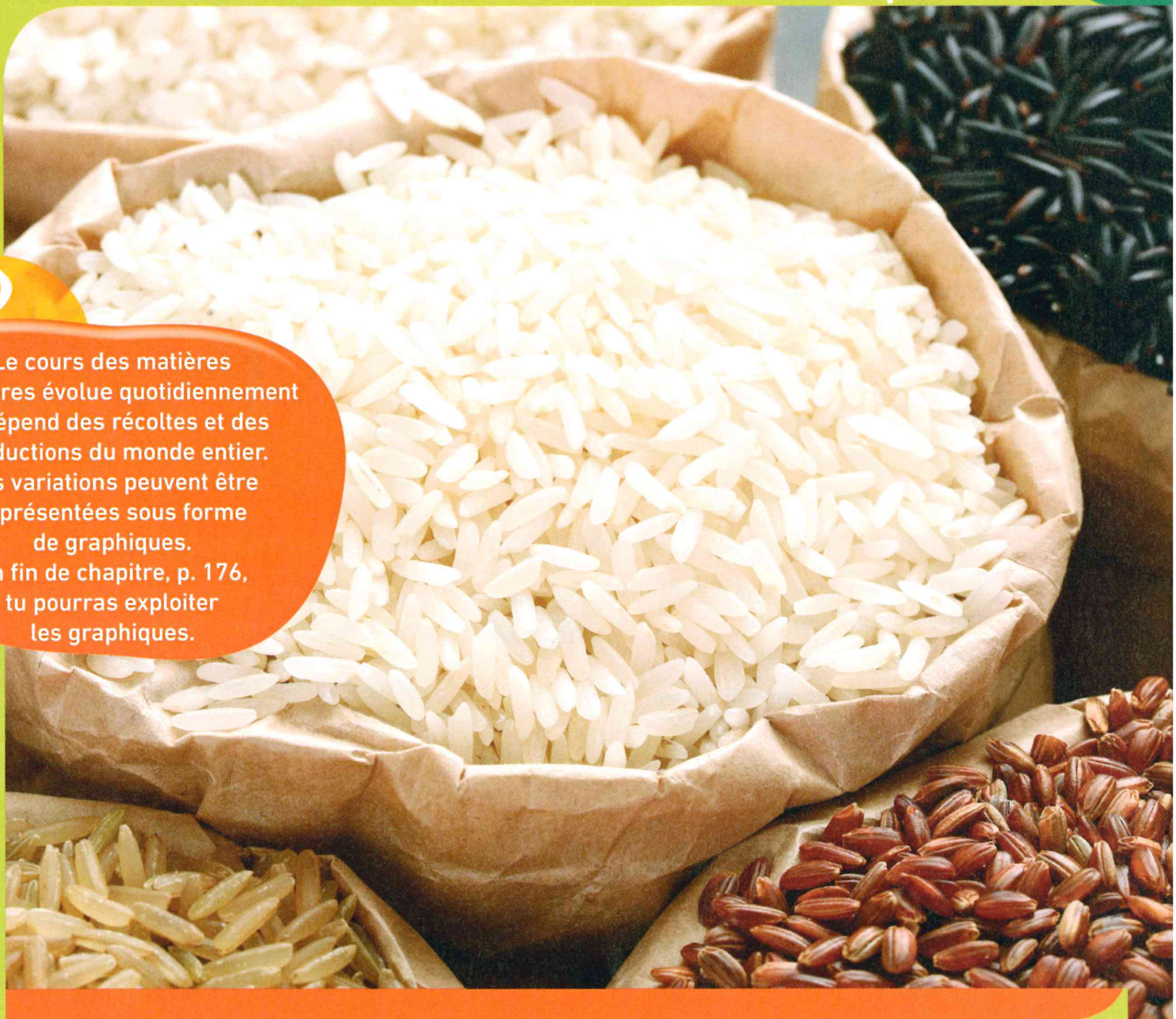
Plan de la gare au collège



2 Les problèmes DUDU

Les DUDU font des courses pour du fromage. Le magasin garantit la baisse du prix, mais un des DUDU n'y croit pas. Peux-tu les aider à savoir s'ils se font ou non tromper ?

VOIR LA VIDÉO : www.bordas- myriade.fr



Le cours des matières premières évolue quotidiennement et dépend des récoltes et des productions du monde entier. Ces variations peuvent être représentées sous forme de graphiques. En fin de chapitre, p. 176, tu pourras exploiter les graphiques.

Statistiques et probabilités

Attendus de fin de cycle

- Interpréter, représenter et traiter des données
- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Étudier les caractéristiques d'une série de données
2. Étudier des données à l'aide d'un tableur
3. Calculer des probabilités dans des situations simples
4. Faire le lien entre la fréquence des issues et la probabilité

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités et des fiches logiciels sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Étudier les caractéristiques d'une série de données

OBJECTIF 1

Treize élèves jouent au bowling.
Voici la série des scores obtenus par les sept joueurs de l'équipe des **verts** :
105 ; 120 ; 104 ; 121 ; 99 ; 127 ; 108.
Voici la série des scores obtenus par les six joueurs de l'équipe des **bleus** :
93 ; 181 ; 89 ; 98 ; 117 ; 94.

A. Moyenne et médiane

1 Pourquoi ne peut-on pas ajouter les scores pour désigner l'équipe gagnante ?

2 Calculer le **score moyen** obtenu dans chaque équipe.
Que peut-on conclure ?

La médiane est une valeur qui partage la série de scores classés dans l'ordre croissant en deux parties de même effectif (autant de scores inférieurs que de scores supérieurs à la médiane)

3 Déterminer le score médian dans chaque équipe.

B. Étendue

4 Dans chaque équipe, calculer l'écart entre le score le plus élevé et le score le plus petit.

Remarque
La différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur d'une série s'appelle l'**étendue** de la série.

Activité 2 — Étudier des données à l'aide d'un tableur

OBJECTIF 2

Pat Attrac veut calculer les moyennes trimestrielles de ses élèves à l'aide d'un tableur.

1 Reproduire dans une feuille de calcul le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Devoirs	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8	moyenne	étendue
2	*Ismahan*	17	13	7	10	4	8	15	10		
3	*Alexis*	7	8	9	15	9	17	11	2		
4	*Mathilde*	13	13	13	13	13	19	12	13		

2 Dans la cellule **J2**, Pat Attrac souhaite obtenir la moyenne d'Ismahan, mais il hésite entre trois formules :
- formule 1 : =B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2/8
- formule 2 : =somme(B2:I2)/8
- formule 3 : =moyenne(B2:I2)

Ces formules sont-elles correctes pour calculer la moyenne d'Ismahan ?

3 Saisir une formule correcte en **J2** et la recopier en **J3** et **J4**. Tableur 1 et 2

4 Saisir en **K2** une formule permettant de calculer l'étendue des notes d'Ismahan (c'est-à-dire la différence entre sa meilleure note et sa moins bonne note) et la recopier pour Alexis et Mathilde.

Les fonctions MAX et MIN peuvent être utiles.

Activité 3 — Calculer des probabilités dans des situations simples

OBJECTIF 3

Clément et Emma jouent à un jeu en tirant au hasard dans un sac une boule colorée avec un numéro.

1 Combien y a-t-il de tirages différents possibles ?

2 Emma espère tirer une boule avec un numéro pair. Pour combien de boules cet **évènement** sera-t-il réalisé ?

3 Clément espère l'**évènement contraire**, c'est-à-dire que la boule portera un numéro impair. Combien de boules correspondent à cet évènement ?

4 Quel est l'évènement le plus probable : tirer un nombre pair ou un nombre impair ?

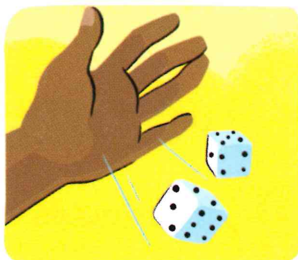
5 Pourquoi « tirer une boule orange avec un numéro pair » est-il un **évènement impossible** ?

6 On annonce à Clément et à Emma qu'ils gagneront un lot si la boule tirée est bleue et qu'elle porte le numéro 1. Ont-ils plus de chance de gagner ou de perdre à ce jeu ?

Activité 4 — Passer de la fréquence à la probabilité

OBJECTIF 4

Voici un jeu qui se joue à deux joueurs avec deux dés à six faces numérotées de 1 à 6. Un joueur annonce un nombre, puis il jette les deux dés ensemble. Si la somme des dés est égale au nombre annoncé, il gagne ; sinon il perd.
L'objectif de cette activité est de voir si on peut trouver une stratégie pour gagner le plus souvent possible à ce jeu.



1 TRAVAIL EN GROUPE **Expérience réelle**

a. Dans chaque groupe de deux joueurs, jouer quelques parties pour comprendre le jeu et proposer une stratégie permettant de gagner le plus souvent possible.
b. Afin de vérifier ou d'améliorer les stratégies proposées, effectuer au minimum 50 lancers et reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

Somme des deux dés	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Nombre de lancers qui ont donné cette somme												
Fréquence d'apparition de chaque somme												

c. Mettre en commun les résultats des différents groupes et construire un autre tableau pour avoir le bilan des lancers de la classe.
d. Pourquoi la fréquence de la somme « 2 » est-elle inférieure à celle de la somme « 5 » ?

2 **Modélisation mathématique**

On considère le lancer d'un dé bleu et d'un dé rouge.
a. Expliquer pourquoi il y a 36 combinaisons différentes.
b. Combien y a-t-il de combinaisons dont la somme est égale à 6 ? égale à 10 ?
c. En déduire la probabilité d'apparition de chaque somme lors de ce jeu.
d. Quelle stratégie semble permettre de gagner le plus souvent possible à ce jeu ?

cours

1 Caractéristiques d'une série statistique

OBJECTIF 1

A Caractéristiques de position

DÉFINITION La **moyenne** d'une série de données est égale à la somme des données de la série divisée par l'effectif total de la série.

Exemple : Léon a conservé les prix de ses repas : 12,50 € ; 14,00 € ; 11,80 ; 15,50 € ; 13,00 €.

Le prix moyen du repas est : $\dfrac{(12{,}50 + 14{,}00 + 11{,}80 + 15{,}50 + 13{,}00)}{5} = \mathbf{13{,}36}$ **€**.

DÉFINITION Une **médiane** d'une série de données est une valeur telle qu'il y a :
– au moins la moitié des valeurs inférieures ou égales à cette médiane ;
– au moins la moitié des valeurs supérieures ou égales à cette médiane.

Exemple : La valeur médiane de la série : 12,50 € ; 14,00 € ; 11,80 € ; 15,50 € ; 13,00 € est **13,00 €**, car il y a trois prix inférieurs ou égaux à 13,00 € et trois prix supérieurs ou égaux à 13,00 €.

B Caractéristique de dispersion

DÉFINITION L'**étendue** d'une série de données est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de cette série.

Exemple : L'étendue de la série précédente est égale à 15,50 – 11,80 = 3,70 €.

2 Utilisation d'une feuille de calcul

OBJECTIF 2

A Formules et fonctions

Dans une feuille de calcul, on peut utiliser des formules. Pour cela, il faut commencer par le signe « = » et saisir le calcul à l'aide de références des cellules.

Exemple

- En **B9** et en **B11** des formules permettent de calculer
  la distance totale et la distance moyenne par jour.

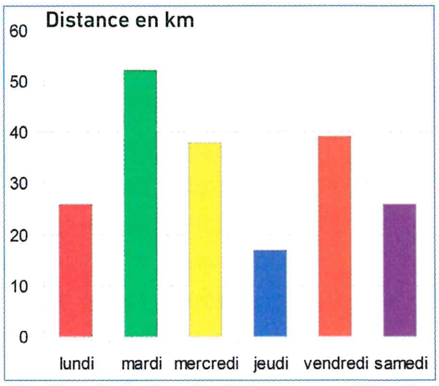
	A	B
1	Jour	Distance parcourue (en km)
2	lundi	26
3	mardi	52
4	mercredi	38
5	jeudi	17
6	vendredi	39
7	samedi	26
9	**Total**	=B2+B3+B4+B5+B6+B7
11	**Moyenne**	=MOYENNE(B2:B7)

B Représentation graphique

Dans une feuille de calcul, on peut aussi construire des diagrammes. On sélectionne les données à représenter graphiquement et on suit les étapes de l'assistant graphique. Tableur 4

Exemple

- Le diagramme ci-contre permet de comparer les distances parcourues par Alexis.



3 Calcul de probabilité dans des situations simples

OBJECTIF 3

A Notion de probabilité

DÉFINITION La probabilité d'un évènement est **un nombre compris entre 0 et 1** qui exprime « la chance qu'a un évènement de se produire ».

Exemple

- Dire que la probabilité d'un évènement est de **0,8** signifie que cet évènement à **8 chances sur 10** ou **80 % de chance** de se produire.

Notation : on désigne souvent par des lettres (A, B, C...) les évènements et on note P(A) la probabilité de l'évènement A.

Exemple

- Lors d'un lancer de pièce, on a **1 chance sur 2** d'obtenir « face ». Si on note F l'évènement « obtenir face », on dit que la **probabilité de l'évènement** F est 1/2 ou 0,5 et on note **p(F) = 0,5**.

DÉFINITION Un évènement dont la probabilité est égale à 0 est un **évènement impossible**.

DÉFINITION Un évènement dont la probabilité est égale à 1 est un **évènement certain**.

B Équiprobabilité

DÉFINITION Lorsque chaque évènement élémentaire a la même chance de se réaliser, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Exemple

- Lors du lancer d'un dé à six faces, par symétrie de l'objet qu'on lance, il y a autant de chance d'obtenir 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. Autrement dit, la probabilité d'obtenir chacune des faces est de 1/6. Il s'agit donc d'une situation d'équiprobabilité.

PROPRIÉTÉ Dans une expérience aléatoire où il y a équiprobabilité, la probabilité d'un évènement est égale au quotient suivant : $\dfrac{\text{Nombre de résultats favorables à l'évènement}}{\text{Nombre de résultats possibles}}$

Exemple

- Sur cette roue, il y a 8 secteurs colorés dont 3 sont jaunes.
  Si on tourne cette roue, chaque secteur à la même probabilité de sortir.
  La probabilité de l'évènement « obtenir jaune » est égale à 3/8.

4 Lien entre la fréquence des issues et la probabilité

OBJECTIF 4

PROPRIÉTÉ Si on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'un évènement est « proche » de la probabilité de cet évènement.

Exemple

- Camille a lancé 1 000 fois une pièce. Elle a obtenu 512 fois « pile ». La fréquence de l'évènement « on obtient pile » est de 51,2 %.
  La fréquence de l'évènement « on obtient pile » est proche de 50 %, qui est la probabilité de cet évènement.

objectif 1 Étudier les caractéristiques

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

On a relevé la taille des élèves d'une classe.

Taille (en cm)	150	155	160	165	170	175
Effectifs	3	1	9	5	4	3

Calculer la moyenne, la médiane et l'étendue de cette série de tailles.

ÉTAPE 1

On détermine le nombre total d'élèves dans cette classe. C'est l'**effectif total**.
$3 + 1 + 9 + 5 + 4 + 3 = 25$. Il y a 25 élèves.

ÉTAPE 2

On effectue les produits des tailles par leur effectif et on les ajoute pour obtenir la somme des tailles de ces 25 élèves :

$$150 \times 3 + 155 \times 1 + 160 \times 9 + 165 \times 5 + 170 \times 4 + 175 \times 3 = 4\,075$$

ÉTAPE 3

On divise cette somme par l'effectif total.

$$\frac{4\,075}{25} = 163$$

La **taille moyenne** d'un élève de cette classe est de **163 cm**.

ÉTAPE 4

Dans cette série de 25 valeurs, on cherche la valeur « centrale ».
Il s'agit de la **13e** valeur qui est 160.
La **taille médiane** est donc de **160 cm**.

ÉTAPE 5

On cherche la différence entre la plus grande taille (175 cm) et la plus petite taille (150 cm).
$175 - 150 = 25$.
L'**étendue** de la série est donc de **25 cm**.

Je m'entraine

CALCULER

1 Activités rapides

Dans chaque série, trouver le nombre manquant sachant que la moyenne est de 10.
- Série A : 7 ; ... ; 15 ; 12.
- Série B : 2 ; 23 ; ... ; 14.
- Série C : 2 ; 11 ; 5 ; ... ; 12.

2 Déterminer la moyenne, la médiane et l'étendue des séries suivantes.
a. 5 ; 8 ; 3 ; 15 ; 2.
b. 11 ; 9 ; 13 ; 29 ; 12.
c. 18 ; 10 ; 12 ; 11 ; 11.

3 Déterminer la moyenne, la médiane et l'étendue des séries suivantes.
a. 50 ; 60 ; 70 ; 100 ; 200 ; 400.
b. 12 ; 14 ; 8 ; 14 ; 20 ; 10.
c. 7 ; 8 ; 12 ; 15 ; 6 ; 140.

4 Tous les midis, Léonie relève la température sur sa terrasse. Cette semaine, elle obtient :
22 °C ; 24 °C ; 17 °C ; 19 °C ; 25 °C ; 19 °C ; 26 °C.
1. Calculer la température moyenne.
2. Quelle est la température médiane ?
3. Quelle est l'étendue de ces températures ?

5 On a demandé à 50 élèves : « Combien de temps travaillez-vous chaque soir ? »
Le tableau ci-dessous présente leur réponse.

Temps (en min)	20	40	60	80
Effectif	6	24	14	6

1. Quel est le temps de travail moyen pour un élève ?
2. Quelle est la valeur médiane de cette série ?
3. Quelle est l'étendue de la série ?

6 Dans son commerce, Nejna vend des tickets de jeu à gratter. 200 personnes ont joué aujourd'hui. Ce tableau donne la répartition des gains.

Gain (en €)	0	5	10	50
Effectif	166	21	9	4

1. Quel est le gain moyen d'un participant au jeu ?
2. Quelle est la valeur médiane de cette série ?
3. Quelle est l'étendue de la série ?

Je résous des problèmes simples

CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER

7 Déterminer une série de six données pour laquelle :
– toutes les données sont différentes ;
– la médiane est 31 ;
– la moyenne est 51.

8 Au stade, les tarifs des trois tribunes sont différents. Le tableau ci-dessous donne le tarif et le nombre de spectateurs pour chaque tribune.

Tribunes	latérale	centrale haute	centrale basse	honneur
Tarifs (en €)	10	15	18	25
Effectifs	4 500	8 000	7 000	3 000

Calculer le prix moyen d'une place dans ce stade.

9 Le taux de fécondité d'un pays est égal au nombre moyen d'enfants nés par rapport au nombre de femmes en âge de procréer. Cet indice permet de savoir si la population d'un pays a tendance à augmenter (indice supérieur à 2) ou à diminuer (indice inférieur à 2).

Le tableau donne les taux de fécondité de la France et de ses pays voisins pour 1990 et 2015.

Pays	Taux de fécondité 1990	Taux de fécondité 2015
France	1,78	2,08
Royaume-Uni	1,83	1,90
Allemagne	1,45	1,42
Belgique	1,62	1,65
Luxembourg	1,60	1,77
Suisse	1,58	1,53
Italie	1,33	1,41
Espagne	1,36	1,48

1. En 1990, quel pays avait le taux de fécondité le plus faible ? le taux le plus fort ?
2. En 1990, quel était le taux de fécondité moyen pour ces 8 pays ?
3. En 2015, quel pays avait le taux de fécondité le plus faible ? le taux le plus fort ?
4. En 2015, quel était le taux de fécondité moyen pour ces 8 pays ?
5. Quels pays ont vu leur taux de fécondité augmenter entre 1990 et 2015 ?

10 **Les maths autour de moi**

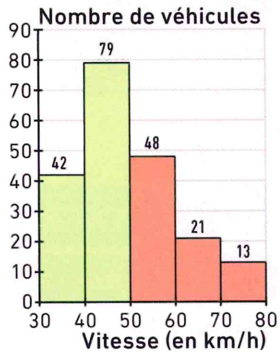
Mélissa a réalisé une enquête sur le temps de sommeil. Elle a interrogé plusieurs personnes et obtenu les réponses suivantes.

Temps de sommeil	Entre 6 et 7 h	Entre 7 et 8 h	Entre 8 et 9 h	Entre 9 et 10 h
Effectifs	18	25	12	7

Calculer le temps moyen de sommeil pour une personne interrogée.

11 **Les maths autour de moi**

Lors d'une action de prévention routière, on a mesuré la vitesse de passage des voitures dans la rue d'un collège (limitation à 50 km/h). On a obtenu les mesures ci-contre.



1. Quelle est la vitesse moyenne d'un véhicule passant dans la rue du collège ?
2. Quel est le pourcentage des véhicules en excès de vitesse ?

12 **TOP Chrono**

Un professeur calcule la moyenne de ses élèves après avoir effectué cinq tests d'évaluation. Mais les notes n'ont pas toutes la même importance, elles sont affectées de coefficients.

	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5
Coefficient	2	1	1	3	3
Liam	12	18	17	10	9
Manon	15	8	9	15	non corrigé

1. Quelle est la moyenne de Liam ?
2. Quelle note Manon doit-elle avoir au test 5 pour obtenir une moyenne de 14 ?

objectif 2 Étudier des données

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

En vacances, Ludo fait le compte de ses dépenses journalières.
Lundi : 35,00 € Mardi : 67,00 € Mercredi : 56,00 € Jeudi : 43,00 € Vendredi : 39,00 €

1. Calculer sur tableur le total des dépenses de Ludo ainsi que ses dépenses moyenne par jour.
2. Représenter à l'aide d'un diagramme en barres les dépenses de la semaine de Ludo.

1. ▶ ÉTAPE 1

On saisit les données dans une feuille de calcul à l'aide d'un tableau à deux colonnes.

	A	B
1	jour	dépenses
2	lundi	35,00 €
3	mardi	67,00 €
4	mercredi	56,00 €
5	jeudi	43,00 €
6	vendredi	39,00 €

▶ ÉTAPE 2

On utilise une formule pour calculer la somme.

E
=B2+B3+B4+B5+B6

ou

D	E
Total	=SOMME(B2:B6)

Le total des dépenses de Ludo est de 240 €.

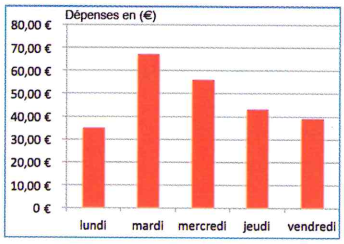
▶ ÉTAPE 3

On utilise une formule pour calculer la moyenne.

=E1/5 ou =MOYENNE(B2:B6

2. On construit un diagramme en barres en suivant plusieurs étapes.

– On sélectionne les données et dans le menu « Insertion », on clique sur « Diagramme » ou « Graphique » (selon le logiciel utilisé).



– Dans l'assistant, on choisit le type de diagramme et on suit les étapes pour obtenir la représentation graphique souhaitée.

Je m'entraine

CALCULER — REPRÉSENTER

13 **Activités rapides**

Vrai ou faux ?

a. La formule « =A1+A2 » permet de calculer la somme des nombres saisis en A1 et en A2.

b. La formule « =A1/2 » permet de calculer le double du nombre saisi en A1.

c. La formule « =A1*A1 » permet de calculer le carré du nombre saisi en A1.

14 Noé a eu 7 notes en mathématiques ce trimestre : 19 ; 15 ; 17 ; 8 ; 6 ; 13 ; 16.

1. Saisir ces notes dans une feuille de calcul.
2. Calculer la moyenne de Noé en mathématiques.

15 Pedro produit des melons. Voici les productions (en tonnes) de ses quatre dernières récoltes :

2013 : 245 2014 : 312 2015 : 298 2016 : 328

1. Dans une feuille de calcul, saisir ces données, puis calculer la moyenne et l'étendue à l'aide d'une formule.
2. Construire, à l'aide du tableur, un diagramme présentant l'évolution de ses productions.

16 Le tableau ci-dessous, construit dans une feuille de calcul, donne la répartition de la population française métropolitaine par âge et par sexe.

	A	B	C
1	classe d'âge	hommes	femmes
2	Moins de 20 ans	8 370 464	8 002 082
3	Entre 20 et 40 ans	8 133 204	8 210 392
4	Entre 40 et 60 ans	8 745 151	9 045 111
5	plus de 60 ans	7 154 170	9 174 625
6	TOTAL		

1. Que signifie le nombre donné en **B5** ?
2. Quels nombres manque-t-il en **B6** et **C6** ?
3. À l'aide du tableau ci-dessus, lire ou calculer les renseignements suivants :
   a. le nombre d'hommes entre 20 et 40 ans ;
   b. le nombre de femmes entre 40 et 60 ans ;
   c. le nombre total de jeunes de moins de 20 ans ;
   d. la population française totale.
4. Quelle partie de ce tableau permet de voir que l'espérance de vie d'une femme française est supérieure à celle d'un homme ?

Je résous des problèmes simples

CALCULER REPRÉSENTER COMMUNIQUER

17 Calcul mental

Que va-t-il s'afficher lorsqu'on va valider ?

a.

	A
1	6+8

b.

	A
1	=6+8

c.

	A
1	=6*8

d.

	A	B	C
1	20	4	=A1/B1

e.

	A	B	C
1	20	4	=A1+2*B1

18 Les maths autour de moi

À la fin d'une séance de sport, le professeur d'EPS demande à 14 élèves de prendre leur pouls. Il obtient les fréquences cardiaques suivantes (en battements par minute).

Pour les garçons : 92 ; 85 ; 102 ; 86 ; 98 ; 78 ; 95 ; 100.

Pour les filles : 110 ; 106 ; 93 ; 90 ; 107 ; 88.

À l'aide d'un tableur, déterminer la fréquence cardiaque moyenne des garçons, celle des filles, puis celle du groupe entier.

19 Lucie vend en ligne des vêtements.
Elle reçoit une commande de plusieurs articles.

	A	B	C	D
1	*Facture pour Madame Maggie Bolle*			
3		Prix unitaire HT	Nombre	Tarif
4	tee-shirt coloré	9,90 €	3	
5	chaussettes (la paire)	2,50 €	4	
6	gilet noir	12,00 €	1	
8			Total (H T)	- €
9			TVA (19,6%)	- €
11			Frais de port	5,00 €
13			Total à payer	- €

1. Reproduire cette facture sur tableur.
2. Compléter cette facture en saisissant les bonnes formules dans les cellules vides.
3. Quel est le montant total de cette commande ?

20 On a demandé aux quatre classes d'un collège de choisir la nouvelle couleur du foyer des élèves. Les votes des élèves ont été rassemblés dans 4 tableaux ; ils ont ensuite été représentés par un graphique construit à l'aide d'un tableur.

tableau des 4^e A

couleur	rouge	jaune	bleu	vert
vote	10	6	3	8

tableau des 4^e B

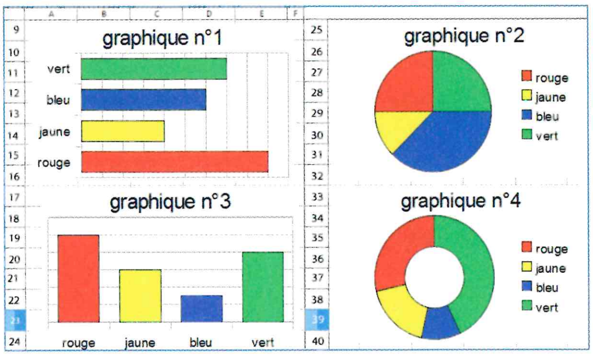
couleur	rouge	jaune	bleu	vert
vote	9	4	6	7

tableau des 4^e C

couleur	rouge	jaune	bleu	vert
vote	8	5	3	12

tableau des 4^e D

couleur	rouge	jaune	bleu	vert
vote	6	3	9	6



Associer à chaque tableau le bon graphique.

21 TOP Chrono 15 min

Le tableau ci-dessous donne des renseignements sur la population des cinq continents en 1981 et 2016.

	A	B	C
1–2	**Continent**	Population en 1981 (en million d'habitants)	Population en 2016 (en million d'habitants)
3	Afrique	450	1 166
4	Amérique	600	991
5	Asie	2 500	4 385
6	Europe	690	743
7	Océanie	24	39

1. Dans une feuille de calcul, reproduire ce tableau de données.
2. Construire, à l'aide du tableur, un diagramme à barres illustrant l'évolution de la population de chaque continent.
3. Que peut-on dire des barres représentant l'Océanie ?
4. En 35 ans, quel continent a connu la plus forte hausse de population ?

objectif 3 Calculer des probabilités

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Un élève fait tourner une roue divisée en dix secteurs identiques numérotés de 1 à 10.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 10 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 8 ?

1. Il y a dix résultats possibles équiprobables. Un seul des dix secteurs porte le numéro 10 donc il n'y a qu'un seul résultat favorable.
La probabilité d'obtenir 10 est donc égale à $1 : 10 = 0{,}1$.

2. On sait qu'il y a 5 nombres pairs entre 1 et 10 : 2, 4, 6, 8 et 10.
Donc il y a 5 résultats favorables.
La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc égale à $5 : 10 = 0{,}5$.

3. On sait qu'il y a 3 nombres supérieurs ou égaux à 8 : 8, 9 et 10.
Il y a donc 3 résultats favorables.
La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc $3 : 10 = 0{,}3$.

Dans chaque cas, on calcule :

$$\frac{\text{Nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Je m'entraine

CALCULER — MODÉLISER

22 **Activités rapides**

Kim lance un dé à 6 faces (numérotées de 1 à 6) non truqué.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir un 1 ?
b. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ?
c. Quelle est la probabilité d'obtenir un 8 ?
d. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre multiple de 3 ?
e. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 10 ?

23 Une urne contient 30 boules numérotées de 1 à 30. On tire une boule au hasard et on regarde son numéro.

1. Quel est le nombre d'issues possibles ?
2. Quelle est la probabilité de tirer :
a. la boule n° 7 ?
b. une boule avec un numéro pair ?
c. une boule avec un nombre multiple de 5 ?
d. une boule avec un nombre multiple de 7 ?

24 Louis joue à « pile ou face » avec une pièce.

1. Il lance la pièce une fois.
a. Quelle est la probabilité d'obtenir « pile » ?
b. Quelle est la probabilité d'obtenir « face » ?

2. Il lance la pièce trois fois consécutivement. Est-il possible qu'il n'obtienne que des « pile » ?

25 1. Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle) et, pour chacune d'elles, il y a 8 cartes différentes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as). Mathilde tire une carte de ce jeu.
a. Quelle est la probabilité de tirer une dame ?
b. Quelle est la probabilité de tirer un 8 ?
c. Quelle est la probabilité de tirer un carreau ?
d. Quelle est la probabilité de tirer une carte noire ?
e. Quelle est la probabilité de tirer le 7 de pique ?

2. Dans un jeu de 52 cartes, il y a toujours 4 couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle) et, pour chacune d'elles, il y a 13 cartes différentes (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as). Yann tire une carte de ce jeu.
Reprendre toutes les questions de la question 1.

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER — CALCULER — COMMUNIQUER

26 Kieran joue à « pile ou face » en lançant trois fois de suite une pièce.
Il affirme que la probabilité d'obtenir au moins une fois pile est de $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.
A-t-il raison ? Justifier.

27 On considère le sac contenant les boules suivantes.
On tire une boule au hasard et on note sa couleur et son numéro.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule orange ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule avec un 2 ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule avec un nombre impair ?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule orange avec un nombre impair ?
6. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue avec un 4 ?

28 **Les maths autour de moi**

Louis propose un jeu à sa sœur Margaux. Il lui tend un sac de cartes et lui dit :
« Dans mon sac, il y a des cartes bleues, rouges, jaunes. J'ai 10 cartes en tout.
Plonge ta main, prend une carte au hasard.
Si c'est une carte jaune, tu as gagné. »
Margaux demande : « Ai-je beaucoup de chance de gagner à ton jeu ? »
Louis : « La probabilité de gagner est de 0,4. »

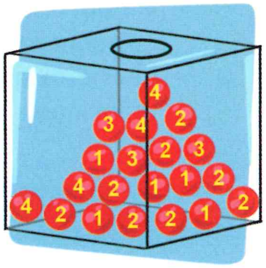
1. Combien y a-t-il de cartes jaunes dans le sac ?
2. Margaux tire une carte bleue.
Louis conclut : « Tu as perdu. »
Margaux décide de rejouer, mais elle ne remet pas la carte bleue dans le sac. Elle tire une nouvelle carte.
Quelle est la probabilité de gagner maintenant ?

29 Le bridge est un jeu de cartes qui se joue par équipe de 2 joueurs. Les joueurs sont nommés par leur disposition sur la table : Ouest avec Est (équipe O/E) et Nord avec Sud (équipe N/S). Chaque joueur a treize cartes. Seules les cartes appelées les « honneurs » (les 4 as, les 4 rois, les 4 dames et les 4 valets) valent des points. Un as vaut 4 points, un roi 3 points, une dame 2 points et un valet 1 point. Seul le jeu de l'équipe O/E est représenté sur le schéma.

Ouest		Est
♠ A-V-9-8		3-2 ♠
♥ A-R-10-9-3		D-8-2 ♥
♦		8-6-5-4-3 ♦
♣ A-10-9-4		R-7-3 ♣

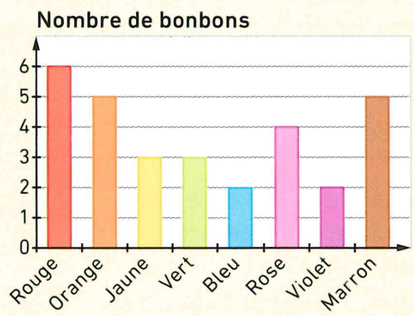
1. Quel est le nombre de points de l'équipe O/E ?
2. Quelle est la probabilité pour que l'équipe N/S ait 20 points ?

30 Dans l'urne ci-contre, il y a 20 boules portant un numéro de 1 à 4.
On en tire une au hasard.
Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 3 ? d'obtenir un nombre pair ?



31 **TOP Chrono** 10 min

Fatou prend un bonbon dans un sachet opaque. Elle ne voit donc pas les bonbons. Le nombre de bonbons de chaque couleur contenus dans le sachet est illustré par le graphique.



Quelle est la probabilité que Fatou prenne un bonbon rouge ?
a. 10 % b. 20 % c. 25 % d. 50 %

Je comprends

VOIR LA VIDEO : www.bordas-myriade.fr

1. Ludivine veut jouer à « pile ou face » avec une pièce de monnaie. Quelle est la probabilité d'obtenir « pile » en jouant à ce jeu ?

2. Ludivine lance sa pièce 10 fois et obtient 7 fois « pile » et 3 fois « face ».
a. Quel est le pourcentage de « pile » obtenu par Ludivine ?
b. Pourquoi est-ce si éloigné de la probabilité calculée en 2.a ?

3. Ludivine propose à 5 amis de jouer avec elle. Chacun effectue 20 lancers et elle note les résultats dans le tableau ci-contre.
Que peut-on remarquer pour le pourcentage de « pile » obtenu sur l'ensemble des jeux ?

	Pile	Face
Tafani	13	7
Louis	6	14
Iliana	9	11
Evan	10	10
Alan	15	5
Bilan	53	47

1. On sait qu'il y a deux issues pour ce jeu de hasard équiprobable : « pile » et « face ». Ludivine a une chance sur deux de faire « pile ». La probabilité de faire « pile » est $\frac{1}{2}$.

2. a. On sait que le nombre de « pile » obtenu par Ludivine est de 7 sur un total de 10. La fréquence est donc de $\frac{7}{10} = 0{,}7$ soit 70 %.
b. Ludivine n'a joué qu'un petit nombre de fois donc la fréquence d'obtention du « pile » peut être assez éloignée de la probabilité théorique.

3. Sur 100 lancers au total, les amis ont obtenu 53 « pile ». Le pourcentage de « pile » est donc de 53 % et devient proche de la probabilité, car le nombre de lancers est plus important.

Je m'entraine

RAISONNER — CALCULER

32 Activités rapides

Max lance un dé à 6 faces 5 fois de suite et affirme avoir obtenu le « 4 » à chaque fois.
Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
a. Max est un menteur, ce n'est pas possible.
b. Le dé de Max est forcément truqué.
c. Si Max lance une 6^e fois le dé, il n'a aucune chance d'obtenir un « 4 ».
d. Si Max lance une 6^e fois le dé, il a une chance sur six de faire un « 4 ».

33 Victoria joue avec un dé équilibré à 6 faces. Elle le lance 20 fois et remarque qu'elle n'a obtenu que 2 fois le 6.
1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 en jouant avec un dé équilibré ?
2. Le résultat obtenu par Victoria est-il possible ?
3. Que se passera-t-il si elle joue un grand nombre de fois ?

34 Coco tient un stand dans une fête foraine. Elle propose aux joueurs de faire tourner une roue qui possède huit secteurs colorés.

Si la couleur obtenue est le vert, le joueur gagne une peluche.
Si la couleur obtenue est le jaune, le joueur gagne un cornet de pop-corn.
Si la couleur obtenue est le rouge, le joueur a perdu.
1. Quelle est la probabilité de gagner quelque chose à ce jeu ?
2. a. Martin a joué deux fois consécutivement et a perdu à chaque fois. Est-ce possible ?
b. Il décide jouer une 3^e fois. Quelle est la probabilité qu'il gagne quelque chose au 3^e lancer ?

Je résous des problèmes simples

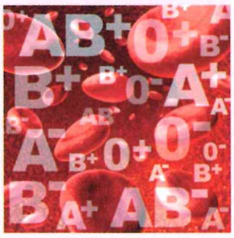
MODÉLISER CALCULER COMMUNIQUER

35 Les maths autour de moi

Le tableau suivant donne la répartition des groupes sanguins dans la population française.

Rhésus	Groupes sanguins			
	O	A	B	AB
Rh +	37 %	39 %	7%	2 %
Rh –	6 %	6 %	2 %	1 %

On choisit une personne dans la population française.



1. Quelle est la probabilité que cette personne soit du groupe sanguin A ?
2. Quelle est la probabilité que cette personne soit du groupe sanguin B ?
3. Quelle est la probabilité que cette personne soit de Rhésus positif (Rh +) ?
4. Quelle est la probabilité que cette personne soit du groupe sanguin O Rhésus négatif (O –) ?

36

L'expérience « on lance une punaise » est une expérience aléatoire avec deux issues possibles :
– la punaise tombe à plat sur le dos ;
– la punaise tombe sur le côté.

1. Peut-on savoir quelle est la probabilité d'obtenir une punaise sur le dos ?
2. Linh lance plusieurs fois un grand nombre de punaises et compte les résultats obtenus. Après une heure de jeu, elle obtient le tableau suivant.

	Nombre de lancers
Punaises sur le dos	1 573
Punaises sur le côté	2 179

a. Quel est le nombre total de punaises lancées ?
b. Quel est le pourcentage de « punaises sur le dos » obtenu ?
c. Que peut-on penser concernant la probabilité d'obtenir une « punaise sur le dos » ?

37

Avant une élection, un institut de sondage réalise une enquête auprès de 1 000 personnes pour connaitre leurs intentions de vote.
Les résultats du sondage sont publiés dans le tableau suivant.

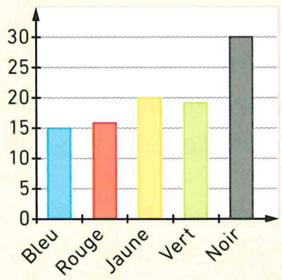
Candidat	Michel Païba	Agathe Crayon	Alan Robé	Nicole Mulot
Intentions de vote (en %)	35,2	12,7	31,3	20,8

1. Quel candidat a bénéficié du plus grand nombre d'intentions de vote ?
2. En prenant au hasard une des personnes ayant répondu au sondage, quelle est la probabilité qu'elle ait prévu de voter pour Nicole Mulot ?
3. Les résultats de l'élection officielle seront-ils exactement ceux présentés dans ce sondage ?

38 TOP Chrono 10 min

Un dé cubique a six faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

1. On jette ce dé 100 fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue.
Le schéma ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces cent lancers.



a. Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune.
b. Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire.

2. On suppose que le dé est équilibré.
Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ? la couleur noire ?
3. Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1. et les probabilités trouvées à la question 2.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

On considère la série suivante : 12 ; 13 ; 11 ; 20 ; 14.

	A	B	C
39 La moyenne de cette série est :	10	13	14
40 La médiane de cette série est :	5	13	14
41 L'étendue de cette série est :	2	5	9
42 Un sac contient 10 boules blanches et 5 boules noires. La probabilité de tirer une boule noire est égale à :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
43 Un paquet contient 9 cartes rouges et 1 carte noire. Chloé tire deux cartes. La probabilité d'obtenir deux cartes noires est de :	0	0,5	1

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1
Étudier les caractéristiques d'une série de données

44 Elouën a eu sept notes en anglais ce trimestre :
13 ; 14 ; 15 ; 8 ; 7 ; 17 ; 11.

1. Calculer sa moyenne trimestrielle.

2. Calculer la note médiane de cette série.

3. Calculer l'étendue de cette série de notes.

45 Mélia utilise beaucoup Twitter. Elle a compté son nombre de tweets postés cette semaine :

- lundi : 7 tweets ;
- mardi : 13 tweets ;
- mercredi : 29 tweets ;
- jeudi : 8 tweets ;
- vendredi : 6 tweets ;
- samedi : 33 tweets ;
- dimanche : 9 tweets.

1. Quel est le nombre total de tweets postés par Mélia cette semaine ?

2. Quel est le nombre moyen de tweets postés chaque jour de la semaine ?

3. Quel est le nombre médian de tweets de cette semaine ?

4. Quelle est l'étendue de cette série ?

46 Luc a vendu une partie de sa bibliothèque.

	A	B	C
1		nombre d'ouvrages	prix unitaire
2	BD	6	5,00 €
3	livre de poche	9	3,00 €
4	beau livre	4	9,00 €
5	livre d'art	2	12,00 €

1. Quelle formule permet de calculer le nombre total d'ouvrages vendus ? Calculer ce nombre.

2. Quelle formule permet de calculer le prix de vente moyen d'un ouvrage ? Calculer ce prix.

objectif 2
Étudier des données à l'aide d'un tableur

47 Léa vend des glaces.

1 boule : 1,50 € 2 boules : 2,50 € 3 boules : 3,50 €

Des jeunes lui passe la commande suivante :
1 boule – 1 boule – 2 boules – 3 boules – 2 boules – 1 boule – 1 boule – 2 boules – 2 boules – 3 boules – 1 boule – 1 boule – 1 boule – 3 boules – 2 boules.

Dans une feuille de calcul, construire un tableau résumant la commande et calculer le montant total de la facture.

48 Le tableau suivant donne le nombre d'habitants de quatre petits villages du sud de la France.

	A	B	C	D	E
1	villages	enfants (- de 12 ans)	jeunes (12 – 20 ans)	adultes (20 – 65 ans)	séniors (+de 65 ans)
2	Pal-sur-Mer	24	32	85	67
3	St-Marrien	59	58	156	134
4	Lontenoux	87	99	213	167
5	Valletry	34	28	78	105

1. Reproduire ce tableau dans une feuille de calcul.

2. À l'aide du tableur, calculer :

a. le nombre d'habitants dans chaque village ;

b. le nombre total d'enfants, de jeunes, d'adultes et de séniors pour l'ensemble des villages.

3. À l'aide du tableur, construire :

a. un diagramme permettant de comparer le nombre d'enfants de chaque village ;

b. un diagramme circulaire illustrant la répartition par tranches d'âge des habitants de chaque village.

Dans un tableur, pour sélectionner des cellules qui ne sont pas côte à côte, on peut utiliser la touche CTRL du clavier.

objectif 3

Calculer des probabilités dans des situations simples

49 Une urne contient 50 boules numérotées de 1 à 50. On tire une boule au hasard et on regarde son numéro.

1. Quel est le nombre d'issues possibles ?

2. Quelle est la probabilité de tirer :

a. la boule n° 1 ?

b. une boule avec un numéro pair ?

c. une boule avec un nombre contenant le chiffre 7 ?

d. une boule avec un nombre multiple de 3 ?

50 **Vu au brevet**

Arthur a le choix pour s'habiller aujourd'hui entre trois chemisettes (une verte, une bleue et une rouge) et deux shorts (un vert et un bleu). Il décide de s'habiller en choisissant au hasard une chemisette puis un short.

Quelle est la probabilité qu'Arthur soit habillé uniquement en vert ?

51 Pauline lance une roue qui possède huit secteurs colorés et regarde sur quel secteur la roue s'arrête.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir le rouge ? le bleu ?

2. Pauline joue quatre fois consécutivement et n'a obtenu le rouge à aucun lancer.

a. Est-ce possible ?

b. Elle décide de jouer une 5^{e} fois. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne le rouge à ce lancer ?

objectif 4

Faire le lien entre la fréquence des issues et la probabilité

52 On lance 3 pièces de monnaie équilibrées et on compte le nombre de « pile » obtenus.

Ce nombre peut donc être égal à 0, 1, 2 ou 3.

Voici les fréquences (en pourcentage) obtenues en répétant 10, 100, puis 1 000 fois l'expérience.

Pour 10 répétitions				
nombre de "pile"	0	1	2	3
fréquence de résultat	10	40	50	0

Pour 100 répétitions				
nombre de "pile"	0	1	2	3
fréquence de résultat	11	40	35	14

Pour 1000 répétitions				
nombre de "pile"	0	1	2	3
fréquence de résultat	13	37	38	12

1. Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

a. En ayant répété 1 000 fois l'expérience, on a obtenu 37 fois « un pile ».

b. En ayant répété 1 000 fois l'expérience, on a obtenu 380 fois « deux piles ».

2. Si on répète 10 000 fois l'expérience, peut-on prévoir la fréquence du résultat « trois piles » ?

53 Dans une boite, il y a 10 billes : des bleues, des rouges et des vertes. Lili prend une bille au hasard, note sa couleur et la remet dans la boite. Elle reproduit cette expérience un grand nombre de fois et obtient les résultats suivants.

Nombre de billes bleues	93
Nombre de billes rouges	243
Nombre de billes jaunes	151

Peut-on estimer au mieux le nombre de billes de chaque couleur présentes dans la boite ?

Si oui, combien peut-on penser qu'il y en ait ?

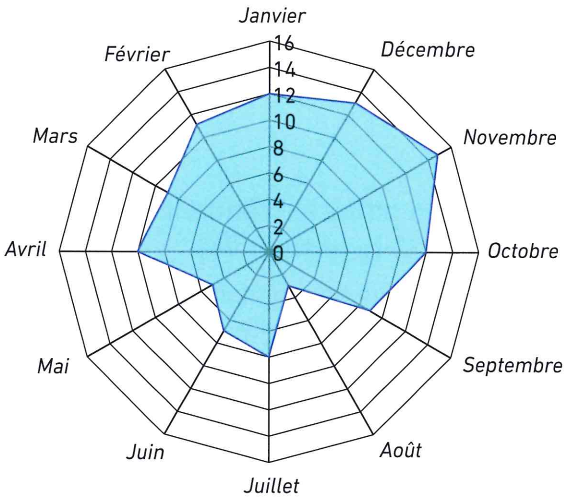
Je résous des problèmes

Objectifs 1 2 3 4

54 Lire et comprendre des graphiques scientifiques

DOMAINE 1 DU SOCLE

Éric habite sur l'ile de Noirmoutier. Pendant l'année 2015, il a compté chaque mois le nombre de jours de pluie. Ses résultats sont présentés dans le graphique ci-dessous.



1. Quel mois a été le plus pluvieux ?

2. Calculer le nombre moyen de jours de pluie par mois sur l'ile de Noirmoutier.

3. Si on choisit un jour de l'année au hasard pour aller à Noirmoutier, quelle est la probabilité qu'il pleuve ?

55 Calculer des probabilités dans un contexte simple

DOMAINE 4 DU SOCLE

Chris et Lulu entrent au rez-de-chaussée d'un immeuble de trois étages.
Ils montent dans l'ascenseur et choisissent chacun au hasard le numéro d'un étage (1, 2 ou 3).
Calculer la probabilité des évènements suivants.

1. Chris et Lulu descendent au même étage.

2. Chris descend un étage en dessous de celui de Lulu.

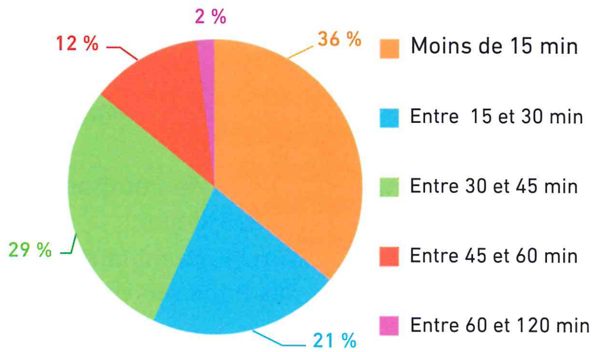
3. Au moins une des deux personnes descend au deuxième étage.

Indice
On pourra chercher à écrire toutes les combinaisons possibles.

56 Utiliser des représentations graphiques

DOMAINE 2 DU SOCLE

Le ministère de la Santé préconise de courir ou de marcher rapidement au moins 30 minutes par jour.
Une enquête a été réalisée auprès des habitants d'une petite ville pour connaitre le temps qu'ils passent quotidiennement à pratiquer un effort physique (sport ou marche rapide).
Le diagramme ci-dessous présente les résultats de cette enquête.



1. Quelle proportion des personnes interrogées pratique quotidiennement moins de 15 minutes d'activité physique ?

2. Quelle proportion des personnes interrogées pratique quotidiennement plus de 30 minutes d'activité physique ?

3. En utilisant le centre de chaque intervalle de réponses, déterminer le temps moyen d'effort physique quotidien pour un habitant de cette ville.

57 Chercher l'erreur

Un professeur donne l'exercice suivant à ses élèves :
« Dans un jeu de Lego, il y a 35 briques jaunes, 25 briques rouges et 15 briques bleues. On prend une brique au hasard. Quelle est la probabilité que cette brique soit bleue ? ».
Voici la réponse donnée par un des élèves :.

Il y a 15 briques bleues.
Il y a 60 briques d'une autre couleur, car 35 + 25 = 60.
15/60 = 0,25 donc la probabilité que la brique soit bleue est de 0,25.

Cette réponse est-elle correcte ? Sinon, trouver la bonne réponse.

58 Représenter de diverses façons les résultats d'une étude DOMAINE 3 DU SOCLE

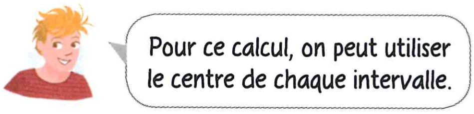
Les élèves du collège Paul Loup ont accepté de répondre à un sondage demandant quelle distance (en km) ils parcouraient chaque matin pour venir au collège. Les réponses obtenues sont les suivantes :

12 ; 15 ; 7 ; 9 ; 5 ; 8 ; 3 ; 4 ; 2 ; 8 ; 13 ; 18 ; 16 ; 9 ; 11 ; 5 ; 6 ; 7 ; 3 ; 2 ; 9 ; 11 ; 10 ; 20 ; 2 ; 9 ; 1 ; 5 ; 3 ; 4 ; 2 ; 8 ; 7 ; 11 ; 14 ; 17 ; 5 ; 3 ; 8 ; 11 ; 19 ; 1 ; 12 ; 8 ; 3 ; 6 ; 7 ; 2 ; 9 ; 11.

1. Recopier et compléter le tableau suivant qui va donner une répartition des réponses par classes d'amplitude 5 km.

Distance d (en km)	Effectif	Fréquence (en %)
$0 < d \leqslant 5$		
$5 < d \leqslant 10$		
$10 < d \leqslant 15$		
$15 < d \leqslant 20$		

2. Quelle est la distance moyenne parcourue par un collégien pour venir au collège ? Détailler la méthode de calcul.



3. Dessiner un histogramme illustrant le nombre d'élèves dans chaque classe du regroupement présenté dans le tableau précédent.

59 Calculer des moyennes complexes

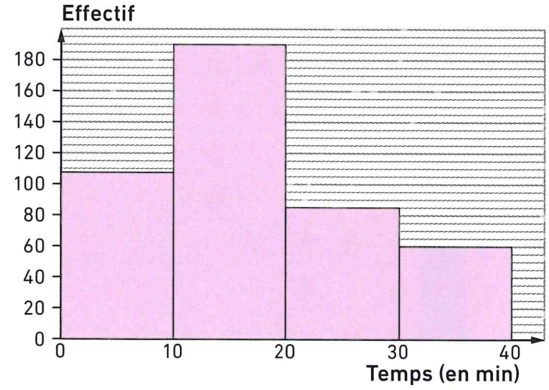
Chloé, Martin et Nassim ont passé un bac scientifique. Voici leurs résultats.

	Coefficient	Chloé	Martin	Nassim
Maths	9	18	12	15
Physique Chimie	6	6	8	9
SVT	6	9	9	18
Français	4	11	11	12
Philosophie	3	12	9	5
Anglais	3	7	12	13
Espagnol	2	7	7	13
Histoire Géographie	3	8	6	12
EPS	1	7	7	17

Qui a obtenu son examen ?

60 Réfléchir à un problème ouvert

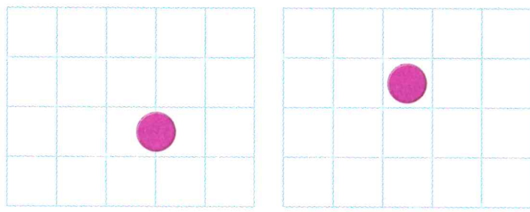
On a demandé aux élèves d'un collège combien de temps ils mettaient pour venir le matin. L'histogramme ci-dessous montre la répartition de leurs réponses.



Trouver une estimation du temps moyen que met un élève pour venir au collège le matin.

61 Le franc-carreau

Le jeu du franc-carreau consiste à prendre une pièce, et à la lancer sur un carrelage dont les carreaux sont des carrés. On fait « franc-carreau » quand la pièce tombe sur une seule case, dont elle peut toucher les bords, mais sans empiéter sur une autre case. Dans ce cas, on gagne une pièce ; sinon, on perd une pièce.



Ici on a un « franc-carreau »

1. On prend une pièce de 1 cm de rayon et on joue sur un carrelage dont les carreaux font 10 cm de côté.

a. Quelle est l'aire d'un carreau de ce carrelage ?

b. Dans quelle partie du carré doit se situer le centre de la pièce pour que le joueur réalise un « franc-carreau » ?

c. Quelle est l'aire de cette partie ?

d. En déduire la probabilité de gagner à ce jeu.

e. Est-ce « rentable » de jouer à ce jeu ?

2. Répondre aux questions précédentes avec un carrelage dont les carreaux font 8 cm de côté et une pièce de 1,5 cm de rayon.

Dans les autres matières

62 Les groupes sanguins

Le tableau suivant donne la compatibilité des groupes sanguins.

Receveurs \ Donneurs	O-	O+	B-	B+	A-	A+	AB-	AB+
AB+	🩸	🩸	🩸	🩸	🩸	🩸	🩸	🩸
AB-	🩸		🩸		🩸		🩸	
A+	🩸	🩸			🩸	🩸		
A-	🩸				🩸			
B+	🩸	🩸	🩸	🩸				
B-	🩸		🩸					
O+	🩸	🩸						
O-	🩸							

1. Ilia est du groupe sanguin B-. À quel groupe peut-elle donner son sang ?
2. Quel groupe sanguin permet de recevoir le sang de tout le monde ?
3. Quel groupe sanguin est « donneur universel » ?

63 Probability

John is playing with a deck of 32 cards.
He draws two cards: the Ace of hearts and the Seven of diamonds.
If he takes a third card, what is the probability that it will be the same colour or the same value as one of the first two cards?

64 Les nouvelles régions

Voici des informations sur trois régions.

Nouvelle région	Superficie en km^2	Nombre d'habitants
Alsace-Champagne-Ardenne-Lorraine	57 433	5 545 000
Aquitaine-Limousin-Poitou-Charentes	84 061	5 773 000
Auvergne-Rhône-Alpes	69 711	7 634 000

Quelle est la région la plus densément peuplée ?

Aide
La densité se calcule en h/km^2 en divisant le nombre d'habitants par la superficie.

EPI

Enseignement Pratique Interdisciplinaire

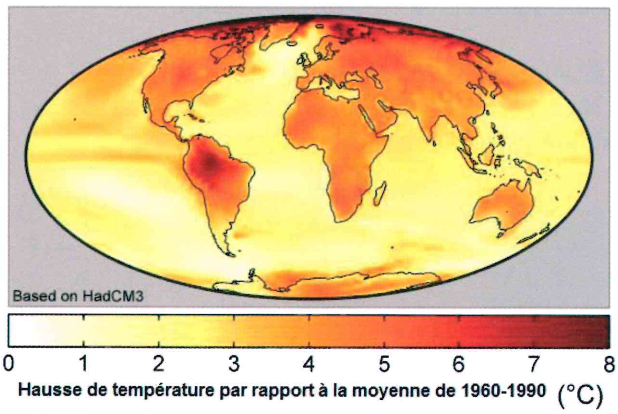
Transition écologique et développement durable

Mathématiques & Sciences physiques
SVT & Histoire-Géographie

Les phénomènes météorologiques et climatiques

Le réchauffement climatique est un enjeu majeur du XXIe siècle. L'étude mathématique de certaines grandeurs géographiques permet de mettre en évidence ce phénomène :
– évolution de la surface de glace au pôle Nord,
– évolution de la température moyenne d'une région donnée depuis 40 ans.
Les scientifiques utilisent ces données pour prévoir les évolutions, les conséquences éventuelles et faire des propositions pour améliorer la situation.

Prévisions des hausses de température pour 2070-2100



Projet

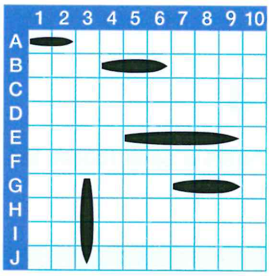
- Travailler sur les cartes de l'Arctique pour mesurer des surfaces de glace et étudier statistiquement leur évolution au cours des 30 dernières années.
- Utiliser des sites de météorologie pour trouver des données concernant l'évolution des températures dans une région du monde et illustrer à l'aide de graphique le réchauffement climatique.

Notions mathématiques : Utilisation d'échelles • Analyse de données • Représentation graphique

Jeux mathématiques

65 Bataille navale

Le jeu de la bataille navale se déroule sur une grille de 100 cases où l'on doit placer cinq bateaux (un de cinq cases de long, deux de trois cases, un de quatre cases et un de deux cases) que l'adversaire doit couler.



1. Marion place ses bateaux sur une grille. Victor débute la partie en annonçant une case.

a. Quelle est la probabilité que le coup de Victor touche un bateau ?

b. Quelle est la probabilité que le coup de Victor tombe à l'eau ?

c. Quelle est la probabilité que le coup de Victor touche le plus grand bateau ?

2. Victor a également placé ses bateaux sur une grille, mais aucun d'eux ne touche le bord de la grille (il n'y a rien dans les colonnes 1 et 10 ni dans les lignes A et J) et l'annonce à Marion.
Marion annonce une case en tenant compte de ces informations.

a. Quelle est la probabilité que le coup de Marion touche un bateau ?

b. Quelle est la probabilité que le coup de Marion tombe à l'eau ?

c. Quelle est la probabilité que le coup de Marion touche le plus grand bateau ?

66 Défi !

Trois cartes, faces cachées, sont alignées sur une table.

- À gauche de la reine, il y a le valet.
- À gauche du pique, il y a le carreau
- À gauche du cœur, il y a le valet.
- À droite du roi, il y a le pique.

Es-tu capable de trouver où est chaque carte avec une probabilité égale à 1 ?

67 Énigme

Combien existe-t-il de nombres à 3 chiffres dans lesquels le chiffre des unités est la moyenne du chiffre des dizaines et de celui des centaines ?

devoirs à la maison

68 L'Amérique du Sud

Cet exercice est réalisable sur papier (avec une calculatrice) ou avec un tableur.

1. a. Chercher sur Internet des renseignements sur la superficie et la population des pays d'Amérique du Sud.

b. Construire un tableau en mettant les noms des pays dans la colonne A, leur superficie dans la colonne B et leur population dans la colonne C.

2. Étude de population et de superficie

a. Calculer la superficie totale et la population totale du continent.

b. Quels sont les trois pays les plus étendus de ce continent ?

c. Quels sont les trois pays les plus peuplés de ce continent ?

3. Étude de la densité : la densité d'un pays se calcule en divisant son nombre d'habitants par sa superficie.

a. Déterminer la densité des pays du continent étudié dans la colonne D du tableau.

b. Quels sont les trois pays les plus denses de ce continent ?

c. En divisant la population totale du continent par sa superficie totale, on obtient la densité moyenne du continent. Cette densité est-elle égale à la moyenne des densités de tous les pays ?

69 Les fléchettes

Luccio a lancé 10 fléchettes sur une cible.

Leurs impacts sont présentés ci-contre.

Quel est le nombre moyen de points marqués par Luccio par lancer ?

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Moyenne trimestrielle

Utiliser le tableur pour calculer des moyennes.

30′

Difficulté mathématique   Difficulté technique

Le professeur de mathématiques de la classe d'Anaïs a saisi toutes les notes du trimestre dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	*Notes de mathématiques du 1er trimestre*								
2									
3		Test n°1	Test n°2	Test n°3	DM n°1	DM n°2	devoir bilan		Moyenne
4	Anaïs	12	14	9	15	16	13		
5	Blazic	8	11	7	15	6	14		
6	Charlotte	14	17	12	9	16	11		
7	David	9	5	5	8	11	13		

1 Télécharger le fichier de notes complet sur le site www.bordas-myriade.fr ou reproduire le tableau ci-dessus donnant les notes de quatre élèves de la classe.
Le professeur hésite entre 3 méthodes pour calculer la moyenne trimestrielle de ces élèves.

2 Première méthode : moyenne simple
Le professeur peut décider d'effectuer un calcul de moyenne simple, sans coefficient.
a. À l'aide d'une formule, calculer la moyenne trimestrielle d'Anaïs.
b. Recopier cette formule dans toute la colonne **I** pour obtenir la moyenne de chaque élève.

3 Deuxième méthode : moyenne avec coefficient
Le professeur peut attribuer des coefficients à chaque devoir : 2 pour les « Tests » faits en classe, 1 pour les « DM » (Devoirs maison), et 3 pour le « devoir bilan ».
a. Dans la cellule **J4**, calculer à l'aide d'une formule, la moyenne trimestrielle d'Anaïs en tenant compte de ces coefficients.
b. Recopier cette formule dans toute la colonne **J** pour obtenir la nouvelle moyenne de chaque élève.

4 Troisième méthode : moyenne avec une note bonus
Le professeur peut décider de calculer des moyennes sans coefficient, mais en comptant le devoir bilan comme une note « bonus » : ce dernier devoir ne comptera dans la moyenne que si la note augmente la moyenne de l'élève ; dans le cas contraire, on ne tient compte que des 5 premières notes.
a. Dans la cellule **K4**, calculer à l'aide d'une formule, la moyenne trimestrielle d'Anaïs en tenant compte de la règle de la note « bonus ».
b. Recopier cette formule dans toute la colonne **K** pour obtenir la nouvelle moyenne de chaque élève.

On pourra pour cela utiliser la fonction « MAX() » ou la fonction « SI() ».

2 Comparatif des voitures

Utiliser le tableur pour comparer des voitures selon plusieurs critères.

20'

Difficulté mathématique | Difficulté technique

La revue automobile « *Auto Mag Plus 3000* » classe les voitures suivant quatre critères : Écologique (E) – Confort (C) – Sécurité (S) – Prix (P). Elle attribue, pour chaque critère, une note entre 1 et 5.

	A	B	C	D	E	F
1	Voiture	Écologie (E)	Confort (C)	Sécurité (S)	Prix (P)	Note finale
2	Runno XS	3	1	1	3	
3	Citrono 5	2	5	1	4	
4	Forddy Ky	4	2	4	2	
5	Kika alpha	3	1	3	2	
6	BMZ W8	1	3	5	2	

Pour calculer la note finale de chaque voiture, les journalistes utilisent la formule suivante :

$$\text{Note finale} = 2 \times E + C + 3 \times S + P$$

1. Télécharger le fichier de notes complet sur le site www.bordas-myriade.fr ou reproduire le tableau ci-dessus donnant les notes de 5 voitures.
2. À l'aide d'une formule, déterminer la note finale obtenue pour chaque voiture. Tableur 1 et 2
3. Trier les voitures dans l'ordre (de la meilleure note finale à la moins bonne). Tableur 5
4. Proposer une formule qui permettrait à la voiture Citrono 5 de finir en tête du classement.

3 Deviner le nombre ALGO

Utiliser Scratch pour faire deviner un nombre aléatoire entre 1 et 100.

20'

Difficulté mathématique | Difficulté technique

Dans le logiciel Scratch

1. Créer les variables « nombre » et « test ».
2. Affecter à la variable « nombre » un nombre aléatoire compris entre 1 et 100.
3. Affecter la valeur 0 à la variable « test ».
4. Répéter jusqu'à ce que le « test » soit égal au « nombre » dans les différentes actions suivantes.
   a. Demander à l'utilisateur de proposer un nombre entre 1 et 100 et attendre la réponse pour l'affecter à la variable « test ».
   b. Tester si « test » est égal à « nombre » et, dans ce cas, dire « Bravo » pendant 5 secondes.
   c. Si ce n'est pas le cas, tester si « test » est inférieur à « nombre ». Dans ce cas, dire « Votre nombre est trop petit » pendant 2 secondes ou sinon dire « Votre nombre est trop grand » pendant 2 secondes.
5. Améliorer le programme en ajoutant une variable « compteur » qui comptabilise le nombre de propositions et faire afficher à la fin du jeu le nombre d'essais utilisés.

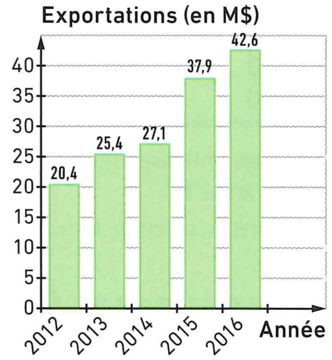
tâches complexes

1 Le prix du riz

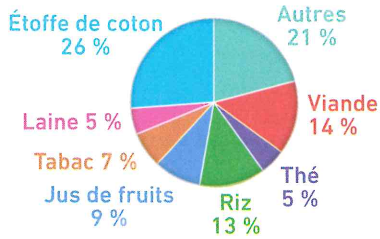
Lucas étudie l'économie et cherche des renseignements sur les ventes de riz d'un pays. Il a trouvé les trois graphiques suivants.

▶ **À l'aide des documents, déterminer la masse de riz exportée par ce pays en 2015.**

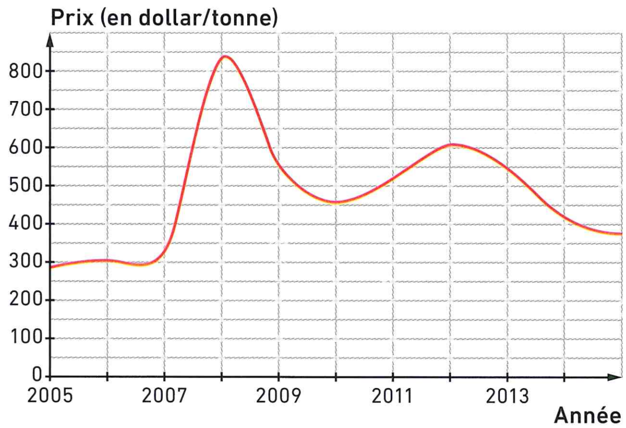
DOC 1 Total des exportations annuelles en million de dollars de 2012 à 2016



DOC 2 Répartition des exportations pour l'année 2015

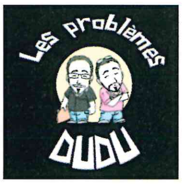


DOC 3 Évolution du cours du riz

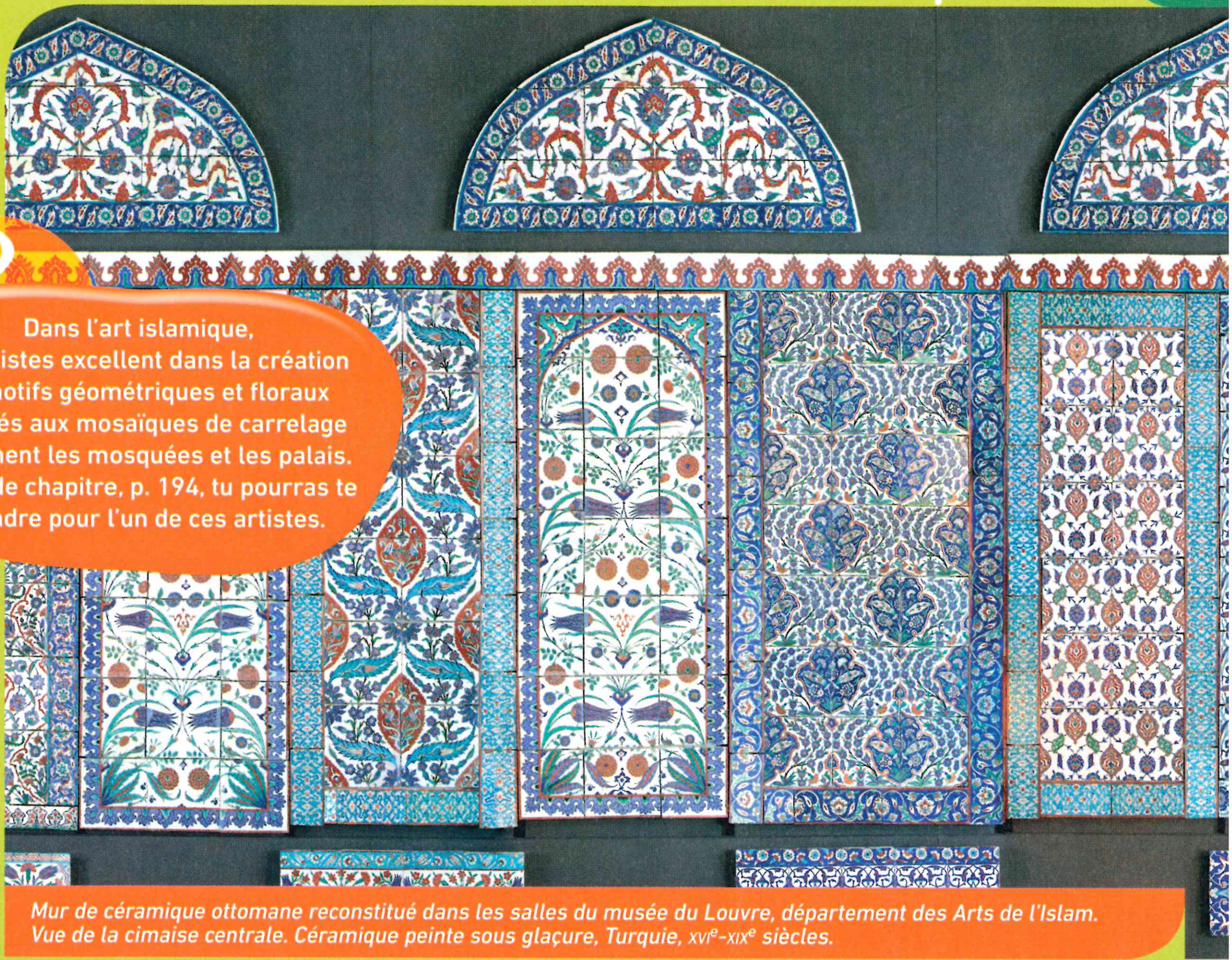


2 Les problèmes DUDU

Dans cette vidéo, les DUDU se disputent pour savoir lequel était le meilleur en mathématiques. Peux-tu les aider ?



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr



Dans l'art islamique, les artistes excellent dans la création de motifs géométriques et floraux intégrés aux mosaïques de carrelage qui ornent les mosquées et les palais. En fin de chapitre, p. 194, tu pourras te prendre pour l'un de ces artistes.

Mur de céramique ottomane reconstitué dans les salles du musée du Louvre, département des Arts de l'Islam. Vue de la cimaise centrale. Céramique peinte sous glaçure, Turquie, XVI^e-XIX^e siècles.

Les transformations du plan : translation et rotation

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace
- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Transformer un point ou une figure par translation
2. Transformer un point ou une figure par rotation

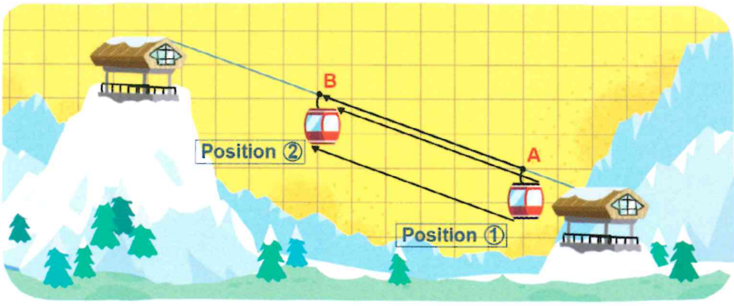
cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Établir le lien entre un glissement et une translation

OBJECTIF 1

Voici un téléphérique en pleine ascension :



Il va « glisser » du point A au point B (de la position 1 à la position 2) en se déplaçant :
– dans la direction du câble qui le soutient ;
– dans le sens de la montée ;
– sur la distance séparant les deux points A et B.

Vocabulaire
« Dans la direction du câble » signifie « parallèlement à ce câble ».

On dit que le point B est l'image du point A après un certain temps.

1 Représenter sur un quadrillage les points A et B.

2 Répondre aux questions suivantes.
a. Quelle droite donne la direction du glissement entre A et B ?
b. Dans quel sens ce glissement est-il effectué ?
c. Quelle est la distance couverte par le téléphérique lors de ce glissement ?

3 Placer le point C (position 3) qui représente l'arrivée du téléphérique au sommet de la montagne. Ensuite, tracer une flèche qui fait glisser le point B en C.

4 Placer le point D (position 4) qui représente l'arrivée du téléphérique en bas de la montagne. Ensuite, tracer une flèche qui fait glisser le point C en D.

5 *Le dessin en position 2 est l'image du dessin en position 1 par la* ***translation*** *qui transforme A en B.*
Décrire de la même façon le lien entre les positions 3 et 4.

Activité 2 — Utiliser un logiciel de géométrie pour construire et étudier l'image d'un triangle par translation

OBJECTIF 1

A. Constructions

1 Construire deux points distincts A et B, puis tracer un triangle quelconque CDE. GeoGebra 7

2 Construire C'D'E', l'image du triangle CDE par la translation qui transforme A en B. GeoGebra 31

B. Observations et conjecture

3 **a.** Afficher les longueurs des trois côtés des triangles CDE et C'D'E'. Que constate-t-on ?
b. Afficher les mesures des trois angles des triangles CDE et C'D'E'. Que constate-t-on ?
c. Déplacer les points A, B, C, D et E. Que peut-on conjecturer ?

4 Quelles conjectures peut-on formuler entre une figure et son image par une translation ?

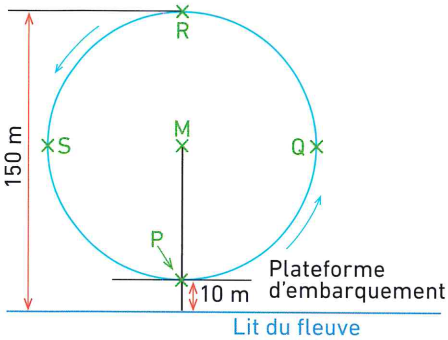
C. Pour aller plus loin

5 Peut-on avoir un, deux, trois sommets communs entre le triangle CDE et son image C'D'E' par la translation transformant A en B ?
Si oui, préciser comment placer les points A et B pour que ce soit possible.

Activité 3 — Transformer un point par rotation

OBJECTIF 2

Une grande roue est installée sur les rives d'un fleuve. Elle tourne à une vitesse constante dans le sens indiqué par les flèches et effectue un tour complet en 40 minutes exactement. Patrick commence son tour sur la grande roue au point d'embarquement P.



1 a. Où se trouvera Patrick au bout de 20 minutes ? De combien de degrés aura-t-il tourné ?

b. Recopier et compléter la phrase : La rotation de centre M et d'angle ..... transforme le point P en ..... .

Autrement dit, quel est l'angle formé par le point de départ P, le centre de la roue M et le point d'arrivée 20 minutes plus tard ?

c. Quelle autre transformation permet de passer du point P au point R ?

2 Patrick a commencé son tour depuis une demi-heure.

a. Où se trouve-t-il maintenant ? De combien de degrés a-t-il tourné ?

b. Recopier et compléter la phrase : La rotation de centre M et d'angle ..... transforme le point P en ..... .

3 Quelle rotation transforme le point P en point Q ?

D'après PISA.

Activité 4 — Utiliser un logiciel de géométrie pour expérimenter et conjecturer

OBJECTIF 2

A. Constructions

1 Construire un curseur angle α variant de 0° à 360°. GeoGebra 27

2 Placer un point O quelconque, puis construire un triangle ABC. GeoGebra 7

3 Construire l'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle α. GeoGebra 32

B. Manipulations, observations et conjecture

4 Pour quelles valeurs de α le triangle ABC et son image sont-ils superposables ?

5 Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elles semblent vraies ou fausses.

a. La rotation conserve les formes géométriques.

b. La rotation conserve les angles.

c. La rotation conserve les distances.

cours

1 Transformer un point ou une figure par translation

OBJECTIF 1

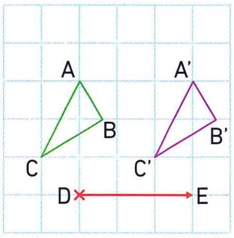
A Définition

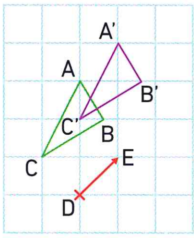
Transformer un point ou une figure par **translation**, c'est faire glisser ce point ou cette figure selon une direction, un sens et une longueur donnés.

Remarque
Un tel glissement n'entraine ni déformation de la forme, ni changement d'orientation.

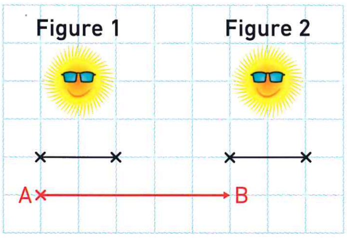
Exemples

- Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la translation qui transforme le point D en E.





- La Figure 2 est l'image de la Figure 1 par la translation qui transforme A en B.

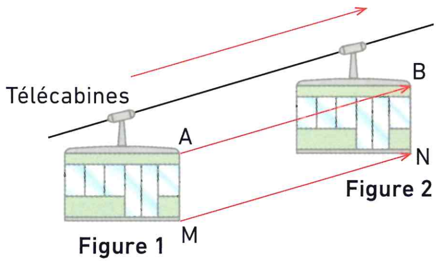


B Notation

La translation est symbolisée par une **flèche** qui donne la direction, le sens et la longueur de ce déplacement.

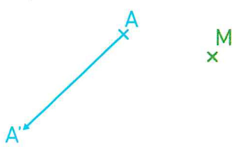
Exemple

- La Figure 2 est l'image de la Figure 1 par la translation qui transforme A en B, mais aussi M en N.



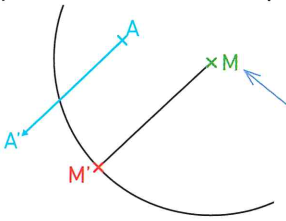
C Construction

Pour construire M', l'image du point M par la translation qui transforme A en A' :



❶ on trace la droite parallèle à (AA') passant par M ;

❷ avec un compas, on reporte la distance AA' dans le sens de A vers A' à partir du point M. On obtient le point M'.

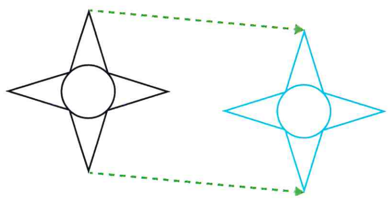


D Propriétés

Une translation conserve l'alignement, les longueurs, les angles et les aires.

Exemple

- La figure bleue est l'image de la figure noire par translation. Les deux figures sont superposables.



2 Transformer un point ou une figure par rotation

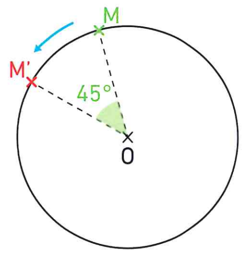
OBJECTIF 2

A Définition

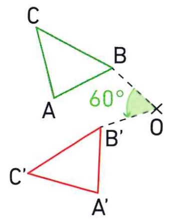
Transformer un point ou une figure par **rotation**, c'est faire tourner ce point ou cette figure par rapport à un centre de rotation et un angle.

Exemples

- Le point M' est l'image du point M par la rotation de centre O et d'angle 45° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



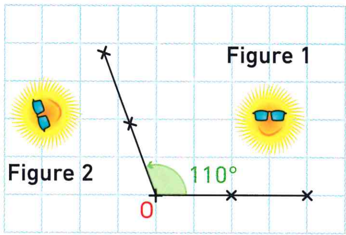
- Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



B Notation

Exemple

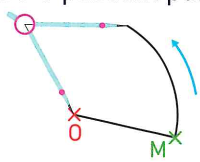
- La Figure 2 est l'image de la Figure 1 par la rotation de centre O et d'angle 110° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



C Construction

Pour construire M', l'image du point M par une rotation de centre O et d'angle α, dans le sens de la flèche :

❶ avec un compas, on trace un arc de cercle de centre O passant par M ;

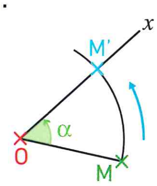


❷ avec un rapporteur et une règle non graduée, on trace une demi-droite $[Ox)$ telle que $\widehat{MOx} = \alpha$ dans le sens de la flèche ;

❸ on appelle M', l'intersection de l'arc de cercle $\overset{\frown}{MM'}$ et de la demi-droite $[Ox)$.

Le point M' est l'image du point M par la rotation de centre O et d'angle α avec les deux conditions réunies :

$\widehat{MOM'} = \alpha$ et $OM = OM'$.

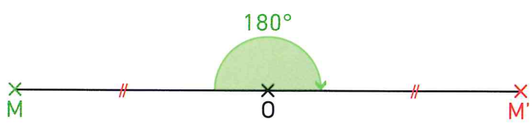


D Propriétés

– L'image de O par une rotation de centre O est le point O : on dit que O est **invariant**.
– La rotation de centre O et d'angle 180° est la **symétrie** de centre O.

Exemple

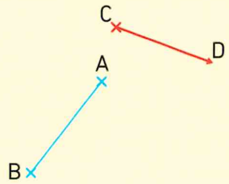
- Le point M' est l'image du point M :
  – par la rotation de centre O et d'angle 180° ;
  – par la symétrie centrale de centre O.



Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Construire l'image du segment [AB] par la translation qui transforme le point C en D.

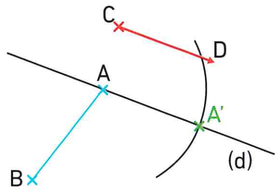


▶ ÉTAPE 1

On trace (d) la parallèle à la droite (CD) passant par le point A.

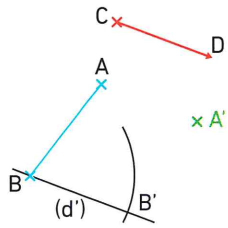
▶ ÉTAPE 2

On reporte à l'aide d'un compas la longueur CD pour avoir AA' = CD en conservant le sens de déplacement de C vers D.



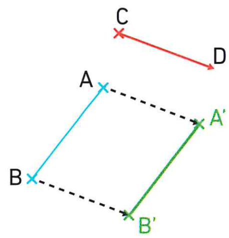
▶ ÉTAPE 3

De la même manière, on construit le point B', image du point B par cette translation.



▶ ÉTAPE 4

On trace le segment [A'B'], image du segment [AB] par la translation qui transforme le point C en D.



Je m'entraine

REPRÉSENTER RAISONNER

1 **Activités rapides**

Vrai ou faux ?

Soit quatre points A, B, C et D tels que C soit l'image de B par la translation qui transforme A en D.

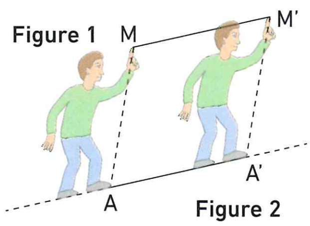
a. ABDC est un parallélogramme.

b. AD = BC.

c. A est l'image de D par la translation qui transforme C en B.

d. [AC] et [BD] ont le même milieu.

2 Décrire le schéma suivant par deux phrases différentes en utilisant le mot *translation*.

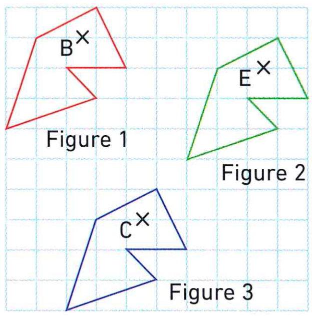


3 Déterminer la translation qui permet de passer :

a. de la Figure 1 à la Figure 2 ;

b. de la Figure 2 à la Figure 3 ;

c. de la Figure 1 à la Figure 3.

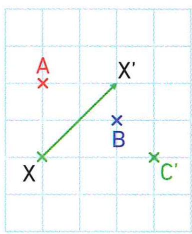


4 1. Reproduire cette figure.

2. Par la translation qui transforme X en X', construire :

a. le point A', image du point A ;

b. le point B', image du point B.

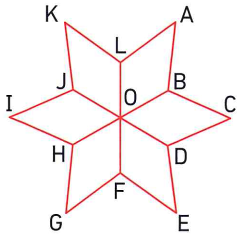


3. Construire le point C qui a pour image C' par la translation qui transforme X en X'.

Je résous des problèmes simples

CHERCHER MODÉLISER REPRÉSENTER

5 Cette figure est constituée de six losanges superposables.



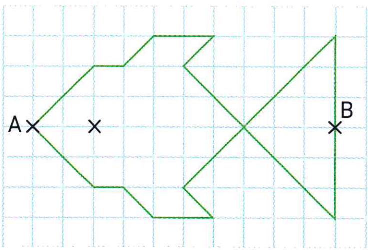
Recopier et compléter chacune des phrases.

a. Par la translation qui transforme A en O, l'image du losange ALOB est le losange ….

b. Par la translation qui transforme C en O, l'image du losange CBOD est le losange ….

c. Par la translation qui transforme E en O, l'image du losange EDOF est le losange ….

6 1. Reproduire le poisson vert ci-dessous dans un logiciel de géométrie dynamique.



2. Construire en bleu l'image du poisson vert par la translation qui transforme le point A en B.

3. Construire en orange l'image du poisson vert par la translation qui transforme le point B en A.

4. Préciser la position des poissons bleu et orange.

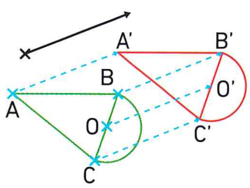
5. Peut-on trouver une translation qui permettrait de passer du poisson bleu au poisson orange en fonction des points A et B ?

7 **Vrai ou faux ?**

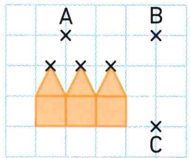
a. B' est l'image de B par la translation qui transforme A' en A.

b. B' est l'image de B par la translation qui transforme C en C'.

c. $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.



8 1. Reproduire sur un quadrillage la couronne et les points A, B et C.



2. Construire une couronne bleue, image de la couronne jaune par la translation qui transforme A en B.

3. Construire une couronne verte, image de la couronne jaune par la translation qui transforme B en C.

9 **Les maths autour de moi**

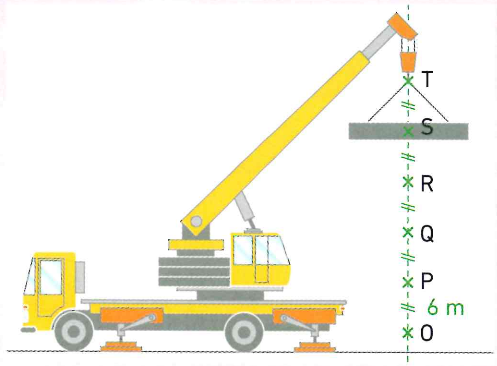
Un camion-grue soulève une poutre du sol. Toutes les 10 secondes, la poutre monte de 6 mètres.

1. Au bout de 20 secondes, la poutre effectue une translation qui transforme O en P. Où se situe alors la poutre ?

2. Au point R, la poutre effectue une translation qui transforme le point S en T. À quel point est-elle arrivée ?

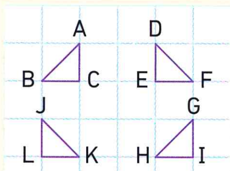
3. a. Indiquer comment obtenir le point T à partir du point O par une translation.

b. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la poutre et en combien de temps est-elle atteinte ?



10 **TOP Chrono** 5 min

On considère ces quatre triangles rectangles.



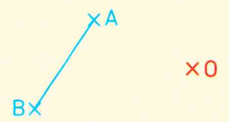
1. Quel triangle peut être l'image du triangle DEF par une translation ?

2. Citer deux autres triangles dont l'un est l'image de l'autre par une translation.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

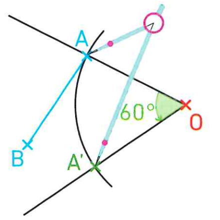
Construire l'image du segment [AB] par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



▶ ÉTAPE 1

On trace l'image A' du point A.

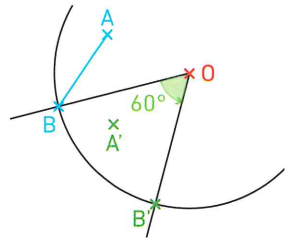
- On trace la demi-droite [OA). Puis on trace un angle de 60° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, de côté [OA).
- On place ensuite le point A' sur le deuxième côté de l'angle tel que OA = OA'.



▶ ÉTAPE 2

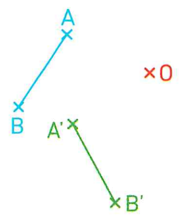
On trace l'image B' du point B.

- On trace la demi-droite [OB).
- On place le point B' tel que $\widehat{BOB'} = 60°$ et BO = OB'.



▶ ÉTAPE 3

On trace le segment [A'B'], image de [AB] par la rotation de centre O et d'angle 60°.



Je m'entraine

REPRÉSENTER RAISONNER

11 **Activités rapides**

Vrai ou faux ?

a. Effectuer un quart de tour, c'est tourner de 75°.

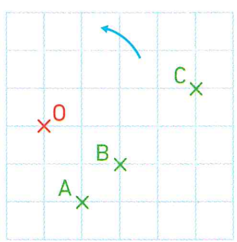
b. Effectuer un demi-tour, c'est tourner de 180°.

c. Dans une rotation d'angle 60°, le centre, un point quelconque et son image sont les sommets d'un triangle équilatéral.

d. Une symétrie centrale est une rotation particulière.

12 1. Construire l'image de trois points alignés A, B et C par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens indiqué par la flèche.

2. Que constate-t-on?



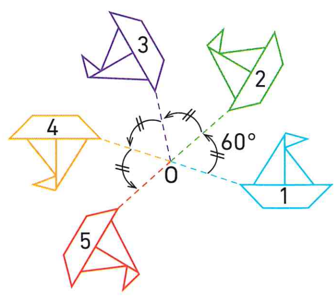
13 Recopier et compléter les phrases suivantes en précisant les caractéristiques des rotations appliquées.

a. Le bateau **2** est l'image du bateau **1** par la rotation ....

b. Le bateau **3** est l'image du bateau **1** par la rotation ....

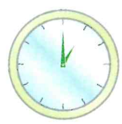
c. Le bateau **5** est l'image du bateau **4** par la rotation ....

d. Le bateau **5** est l'image du bateau **1** par la rotation ....



14 **Vrai ou faux ?**

Il est 1h00 sur l'horloge ci-contre.
Six heures plus tard, la petite aiguille aura effectué une rotation d'un demi-tour.



Je résous des problèmes simples

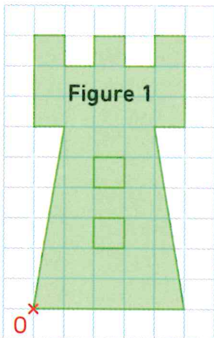
MODÉLISER

15 1. Placer deux points O et A tels que OA = 5 cm.

2. Construire B, C et D les images de A par la rotation de centre O et d'angles respectifs (dans le sens contraire des aiguilles d'une montre) :

a. $\alpha = 45°$ b. $\alpha = 90°$ c. $\alpha = 120°$

16 1. Reproduire la tour de garde et le point O. Nommer la figure obtenue « Figure 1 ».

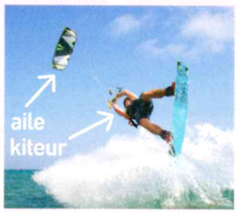


2. Construire l'image de la Figure 1 par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. La nommer « Figure 2 ».

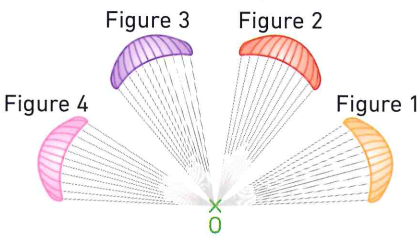
3. Où sera située l'image de la Figure 1 par la rotation de centre O et d'angle 180° ?

17 **Les maths autour de moi**

Le principe du kitesurf est d'unir un surfeur à un cerf-volant pour lui permettre de glisser sur l'eau et de décoller dans les airs.



La figure ci-dessous représente l'aile d'un kitesurf dans différentes positions. L'aile se déplace autour du kiteur (point O).



Associer chaque action à son résultat.

Effectuer une rotation de la Figure 1 de centre O, d'angle 100°, dans le sens ↺ •	• Figure 2
Effectuer une rotation de la Figure 1 de centre O, d'angle 45°, dans le sens ↺ •	• Figure 3
Effectuer une rotation de la Figure 1 de centre O, d'angle 150°, dans le sens ↺ •	• Figure 4

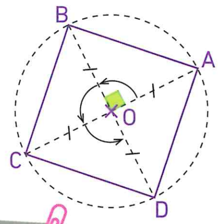
18 **Vrai ou faux ?**

Si l'on construit l'image de cet ambigramme par la rotation de centre le centre du disque noir et d'angle 180°, on obtient la même image.

Vocabulaire

Un **ambigramme** est la figure graphique d'un mot qui, vu sous une certaine symétrie ou avec une certaine rotation, donne soit le même mot, soit un autre mot.

19 1. a. Que se passe-t-il si l'on construit l'image du carré ABCD par la rotation de centre O et d'angle 90° ?



b. Même question avec un angle de 180°.

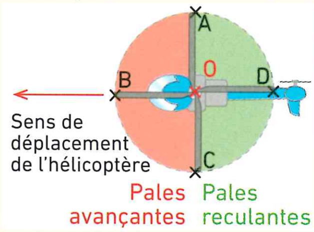
Remarque

On dit que le carré est invariant par ces rotations.

2. Trouver une rotation qui rend invariant un triangle équilatéral.

20 **TOP Chrono** 5 min

Voici la vue de dessus des hélices d'un hélicoptère :



La partie rouge correspond aux pales dites « avançantes » car elles se déplacent dans le même sens que l'hélicoptère. La partie verte correspond aux pales dites « reculantes » car elles vont dans le sens inverse de l'hélicoptère.

Dire si les images des points suivants sont dans la partie rouge ou la partie verte :

a. l'image de A par la rotation de centre O et d'angle 110° dans le sens ↺ ;

b. l'image de B par la rotation de centre O et d'angle 80° dans le sens ↺ ;

c. l'image de C par la rotation de centre O et d'angle 50° dans le sens ↺ ;

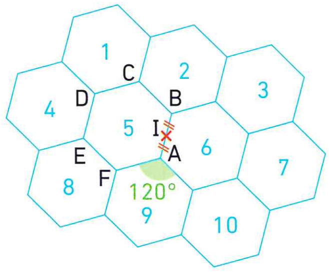
d. l'image de D par la rotation de centre O et d'angle 120° dans le sens ↺.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

La figure ci-contre est constituée de dix hexagones réguliers numérotés de 1 à 10.
L'hexagone 5 est noté ABCDEF. Le point I est le milieu du segment [AB].



	A	B	C
21 Quelle est l'image de l'hexagone 3 par la translation qui transforme C en E ?	L'hexagone 5	L'hexagone 6	L'hexagone 9
22 Quelle est l'image de l'hexagone 6 par la translation qui transforme C en A ?	L'hexagone 7	L'hexagone 9	L'hexagone 10
23 Quelle est l'image de l'hexagone 5 par la translation qui transforme F en D ?	L'hexagone 1	L'hexagone 2	L'hexagone 4
24 Quelle est l'image de l'hexagone 2 par la rotation de centre I et d'angle 180° ?	L'hexagone 5	L'hexagone 6	L'hexagone 9
25 Quelle est l'image de l'hexagone 4 par la rotation de centre E et d'angle 120° ?	L'hexagone 1	L'hexagone 5	L'hexagone 8

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

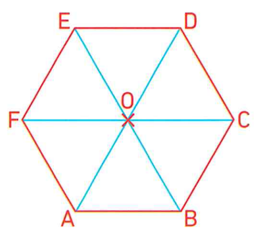
Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

objectif 1

Transformer un point ou une figure par translation

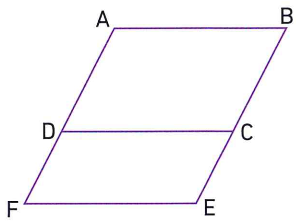
26 On a construit un hexagone régulier ABCDEF de centre O.



1. On considère la translation qui transforme le point B en A. Quelle est l'image du point O par cette translation ?

2. On considère la translation qui transforme le point O en C. Quelle est l'image du point E par cette translation ?

27 ABCD et DCEF sont des parallélogrammes. Recopier et compléter les phrases suivantes.



a. L'image de D par la translation qui transforme A en B est ….

b. C est l'image de … par la translation qui transforme A en D.

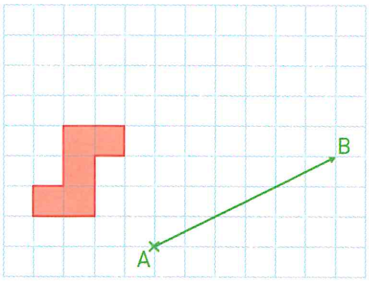
c. L'image de C par la translation qui transforme D en F est ….

d. A est l'image de F par la translation qui transforme E en ….

e. Par la translation qui transforme A en B, E est l'image de ….

Accompagnement personnalisé

28 **1.** Reproduire sur un quadrillage la figure ci-dessous :



2. Construire l'image de la figure rouge par la translation qui transforme le point A en B.

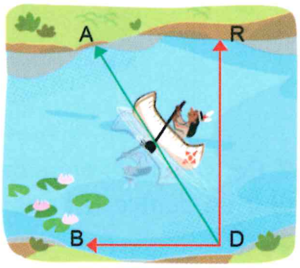
29 **1.** Placer trois points A, B et C.

2. Construire le point D, image de C par la translation qui transforme A en B.

3. Que peut-on dire du quadrilatère ABDC ?

4. Préciser la position que doivent avoir les points A, B et C pour que ABDC soit un carré.

30 Un Indien veut traverser en canoé une rivière dont les deux berges sont parallèles. Le canoé est soumis à deux forces : la force du courant qui transporte le canoé de D en B et la force exercée par le rameur qui le transporte de D en R. Le canoé se déplace ainsi de D (point de départ) en A (point d'arrivée).



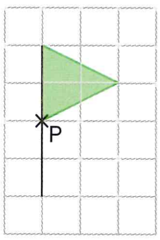
1. Décrire par une translation le mouvement du canoé.

2. La largeur de la rivière est de 15 mètres et la distance de A à R est de 9 mètres. Calculer la longueur parcourue par le canoé.
On arrondira au centimètre.

objectif 2

Transformer un point ou une figure par rotation

31 **1.** Reproduire la figure ci-contre sur un quadrillage.



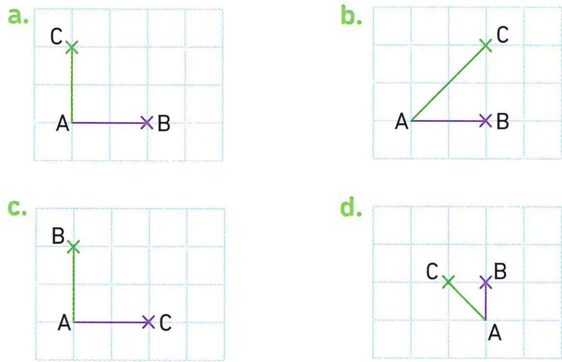
2. Construire l'image de la figure par la rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre de centre P et d'angle :
a. 90° **b.** 180°

32 **Vrai ou faux ?**

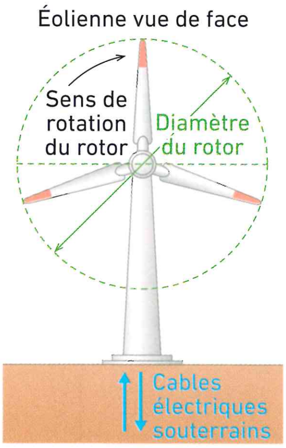
Si M est l'image de N par la rotation de centre A et d'angle 40° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, alors MA = MN et $\widehat{AMN} = 40°$.

Justifier.

33 Parmi les figures suivantes, indiquer celles pour lesquelles le point C est l'image du point B dans une rotation de centre A. Donner alors l'angle et le sens de cette rotation.



34 Vincent s'occupe de la maintenance de l'éolienne d'Iffendic en Bretagne. Il observe que les trois pales de l'éolienne font un tour en 16 secondes.



1. a. Faire un schéma des trois pales en noir. Le diamètre du rotor est de 82 mètres.
1 cm sur le dessin représentera 10 m en réalité.

b. Combien de tours ont parcouru les pales en 4 secondes ? Les représenter en vert.

c. Combien de tours ont parcouru les pales en 8 secondes ? Les représenter en rouge.

2. Quelle rotation permet de passer des pales noires aux pales vertes ?

3. Quelle rotation permet de passer des pales noires aux pales rouges ?

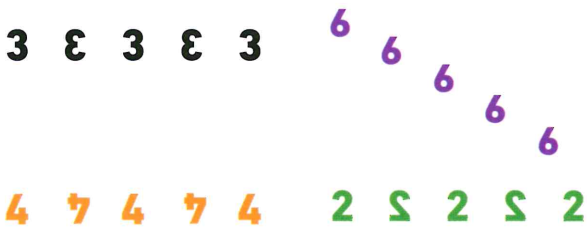
4. Quelle serait la rotation des pales noires au bout de 32 secondes ?

Je résous des problèmes

Objectifs 1 2

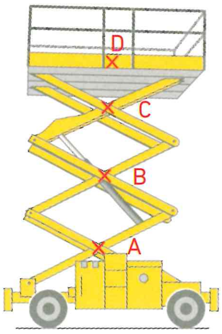
35 Raisonner

Quel chiffre répété quatre fois a-t-on construit par translation du premier nombre ?



36 Comprendre l'effet d'une translation DOMAINE 4 DU SOCLE

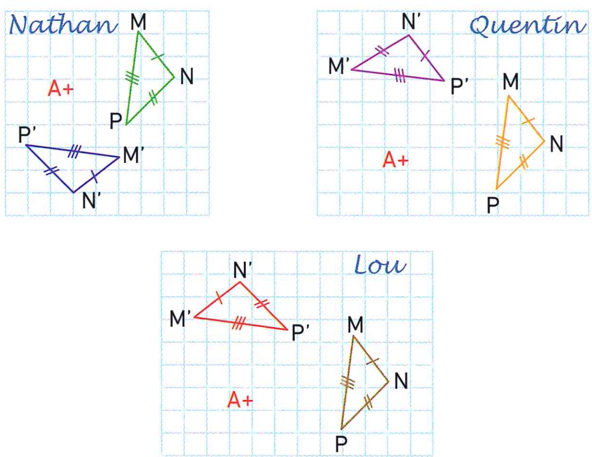
La nacelle élévatrice effectue un mouvement de translation rectiligne.



1. Citer deux translations qui permettent de passer du point A au point B.
2. Citer deux translations qui permettent de passer du point C au point D.

37 Rechercher la validité d'une réponse DOMAINE 3 DU SOCLE

Trois élèves ont tracé l'image du triangle MNP par la rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



1. Un seul des trois élèves a réalisé une construction correcte. Lequel ?
2. Pour les deux autres élèves, préciser les erreurs de construction.

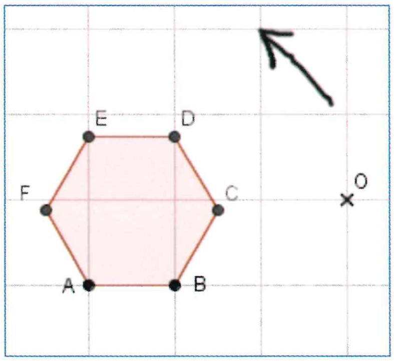
38 Représenter une figure

On considère un parallélogramme ABCD de centre O. Soit I, J, K, L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. Soit *T* la translation qui transforme A en I.

1. Construire une figure représentant la situation décrite.
2. Déterminer les images par *T* des points I, D, K, L et O.

39 Observer l'effet d'une rotation DOMAINE 2 DU SOCLE

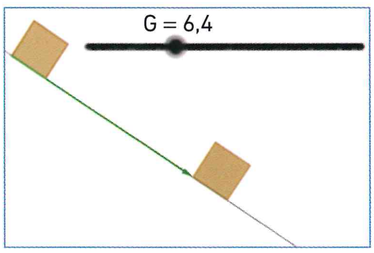
1. Construire un hexagone (polygone régulier à six côtés) et un point O.



2. Construire l'image de l'hexagone par la rotation de centre O dans le sens de la flèche et d'angle :
   a. 80°   b. 160°
3. Afficher l'aire des trois hexagones.
4. Quelle conjecture peut-on faire sur l'aire d'une figure et celle de son image par une rotation ?

40 Utiliser un logiciel DOMAINE 5 DU SOCLE

Représenter, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, un carton qui effectue un mouvement rectiligne sur un tapis roulant.



Tu peux créer une droite, un carré, puis animer un curseur (longueur de la translation) pour faire descendre le carton le long de la droite.

RAISONNER · REPRÉSENTER · COMMUNIQUER · CALCULER · CHERCHER · MODÉLISER

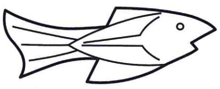
41 Construire des pavages

On dispose des motifs suivants :

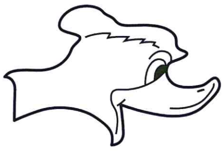
- **Perroquet (4 couleurs)**

- **Visage (4 couleurs)**

- **Poisson (2 couleurs)**



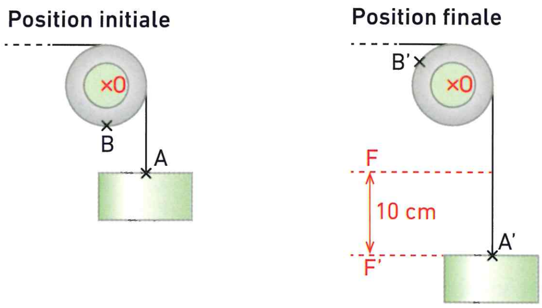
- **Canard (2 couleurs)**



1. Choisir un motif qui servira de base au pavage.
2. Décalquer et reproduire plusieurs fois le motif et les assembler sur un support cartonné pour réaliser le pavage. Les fixer avec de la colle.
3. Colorier de la même couleur les formes qui sont placées de la même manière. Comme les formes ne sont pas toutes dans le même sens, il faudra utiliser plusieurs couleurs.
Le nombre de couleurs à utiliser est indiqué au-dessus du motif.

42 Décrire une translation et une rotation

DOMAINE 4 DU SOCLE

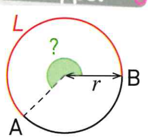


Un solide est suspendu à un fil qui s'appuie sans glisser sur une poulie. La poulie a 5 cm de rayon. Pendant que A subit un mouvement de translation verticale de 10 cm vers le bas, le point B subit un mouvement de rotation. Définir le point A' par une translation, puis le point B' par une rotation (centre, sens de rotation, angle).

Rappel

Tableau de proportionnalité entre la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ et l'angle :

Longueur	$2\pi r$	L
Angle	360°	?



43 Simuler un mouvement géométrique

DOMAINE 5 DU SOCLE

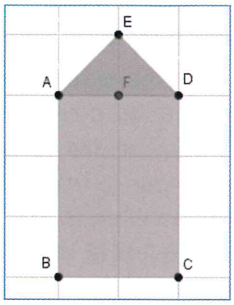
Ouvrir une fenêtre d'un logiciel de géométrie dynamique munie d'une grille.

1. Construction du moulin

a. Construire un rectangle ABCD.

b. Construire un triangle ADE.

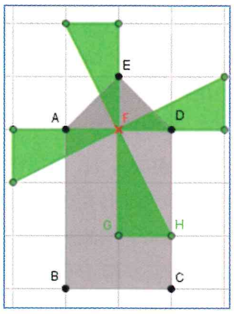
c. Placer F, milieu de [AD] représentant le point d'attache des ailes.



2. Construction des ailes

a. Construire le triangle FGH.

b. Construire les images de FGH par les rotations de centre F et d'angles 90°, 180° et 270°.



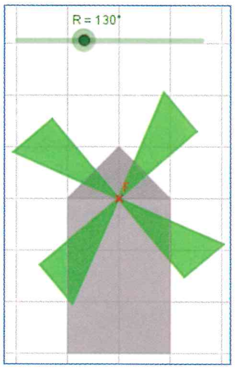
3. Rotation des ailes

a. Créer un curseur R : angle allant de 0° à 360° et régler la vitesse d'animation à 1.

b. Construire les images de chaque aile par la rotation de centre F et d'angle R.

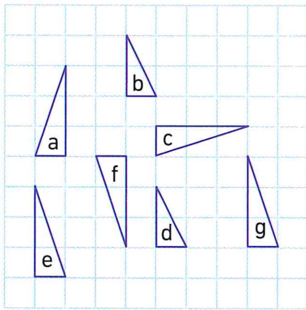
c. Cacher les quatre ailes de départ.

d. Animer le curseur R : les ailes vont tournoyer !



44 Comprendre l'effet d'une translation et d'une rotation

Pour répondre aux questions, on utilisera cette figure :



1. Citer un triangle et son image par translation, puis faire un schéma de ces deux triangles et du glissement.
2. Citer un triangle et son image par rotation, puis faire un schéma de ces deux triangles, du centre de la rotation, de son angle et de son sens.

Dans les autres matières

45 La rentrée des classes à Poudlard

C'est la rentrée : Mary Potter doit se rendre à Poudlard, sa nouvelle école de sorcellerie !

1. a. Reproduire sur du papier-calque les points W, H, B, E, P et S.

b. Construire le point L, image de B par la translation qui transforme W en B.
Quelle est la ville représentée par le point L ?

2. Suivre les indications précisées sur le parchemin de Mary et effectuer les constructions de toutes les étapes :

a. *Depuis ta maison à Watford, rends-toi à Harefield.*

b. *Puis, rends-toi au point X, image de H par la translation qui transforme W en B.*

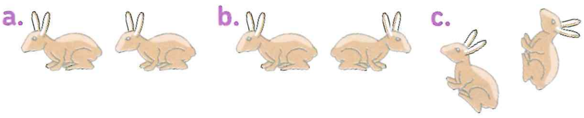
c. *Ensuite, rends-toi au point Y, image de X par la translation qui transforme W en E.*

d. *Enfin, rends-toi à l'école au point Z, image de Y par la translation qui transforme W en P.*

3. Mary se réjouit : « Je serai au bord de la Tamise ! » A-t-elle raison ? Quelle sera la grande ville la plus proche de son école ?

46 The rabbits

An isometry is a transformation which preserves lengths, angles and figures.
Look at the three cases below and find the isometry which transforms both rabbits.



EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Sciences, technologie et société

Mathématiques & Sciences et vie de la Terre

Des abeilles géomètres !

On parle de pavage lorsqu'une surface est recouverte d'un motif qui se répète, sans qu'apparaisse le moindre trou, en lui faisant subir des transformations géométriques simples (symétries, translations, rotations).
Prenons l'exemple des ruches : les abeilles y fabriquent des alvéoles, en forme d'hexagones réguliers, conçues pour abriter la transformation des larves en abeilles, mais aussi pour stocker le miel et le pollen.

Projet

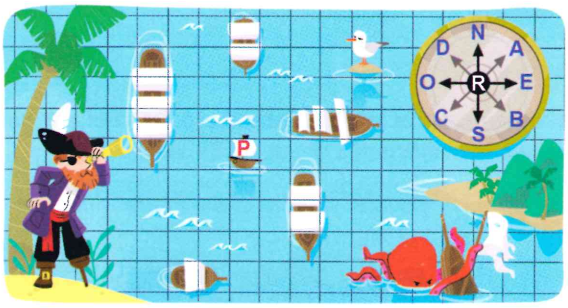
La population des abeilles peut être étudiée en SVT : on parle de reproduction sexuée pour les abeilles mais seul l'accouplement lui donne un caractère sexué. Génétiquement le mâle n'intervient pas. En mathématiques, on pourra étudier le pavage d'alvéoles en forme d'hexagones réguliers dans les ruches.

Notion mathématique : Étude et réalisation d'un pavage

Jeux mathématiques

47 À l'attaque !

Un pirate sur son bateau de pêche, représenté par le point P, souhaite prendre d'assaut un navire.



1. Plan n° 1 : il effectue des translations qui transforment R en N, puis R en D, ensuite R en C et enfin R en O. Sera-t-il sur une embarcation ?

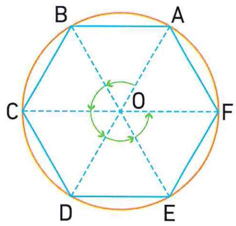
2. Plan n° 2 : il effectue des translations qui transforment R en C, puis R en S, ensuite R en B, puis de nouveau R en S. Sera-t-il sur une embarcation ?

3.

À ton tour, donne une succession de translations permettant d'atteindre une embarcation.

48 Défi !

ABCDEF est un hexagone régulier :



Retrouve l'angle de la rotation qui transforme A en B, B en C, C en D, …

49 Énigme

La Terre effectue un tour complet sur elle-même en 24 heures, en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (c'est la raison pour laquelle le soleil se lève à l'Est).
Quel est l'angle de rotation effectuée :

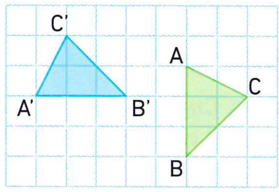
a. en une heure ?

b. en un an lorsque la Terre aura fait un tour autour du Soleil ?

devoirs à la maison

50 Un centre bien caché !

Une figure bleue est l'image d'une figure verte par une rotation dont on cherche le centre O :



1. Construire le triangle vert ABC et le triangle bleu A'B'C' tels que AB = A'B', BC = B'C' et AC = A'C'.

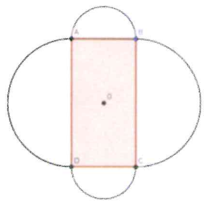
2. Tracer les médiatrices des segments [AA'], [BB'] et [CC']. Que constate-t-on ?

3. Déterminer l'angle de la rotation.

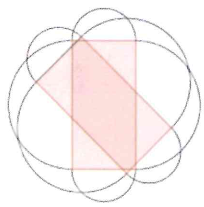
4. Recopier et compléter la phrase : Le triangle bleu est l'image du triangle vert par ....

51 Une rose stylisée !

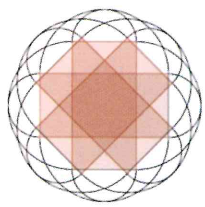
1. a. Dans un logiciel de géométrie dynamique, tracer un rectangle ABCD tel que BC = 14 cm et AB = 7 cm. Soit O l'intersection de ses diagonales.



b. Sur chaque côté, tracer à l'extérieur du rectangle des demi-cercles de diamètres les côtés de ce rectangle.

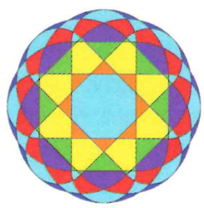


2. Sélectionner l'ensemble et lui appliquer la rotation de centre O et d'angle 45° dans le sens ↺.



3. Sélectionner l'ensemble et lui appliquer la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens ↺.

4. Répéter le **3**.
Il ne reste qu'à colorier !



Une **rosace** peut servir d'ornement pour des voutes, des plafonds, des meubles, des vitraux.

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Une mosaïque d'oiseaux

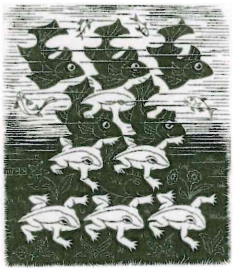
45'

Construire un pavage à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Difficulté mathématique — Difficulté technique

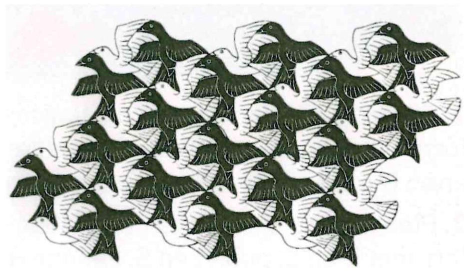
Maurits Cornelis Escher, artiste néerlandais, mélangeait art et mathématiques pour réaliser ses œuvres. Il utilisait les transformations géométriques pour peindre des pavages. En voici trois :

Fish and Frogs



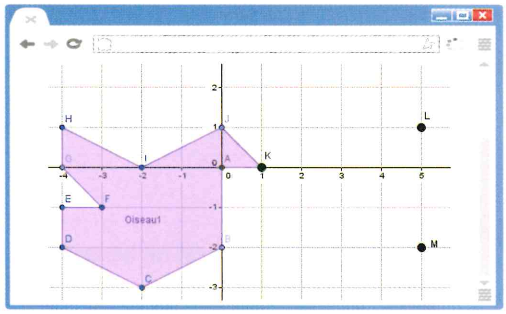
Regular division of the Plane III

Regular division of the Plane with Birds



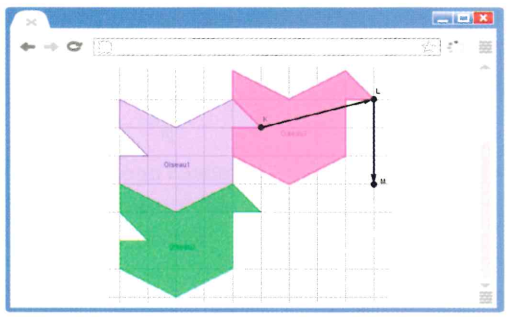
Ouvrir un logiciel de géométrie dynamique.
Faire apparaitre la grille et les axes.

1 Placer les points A à K comme ci-contre pour obtenir le premier oiseau. GeoGebra 2

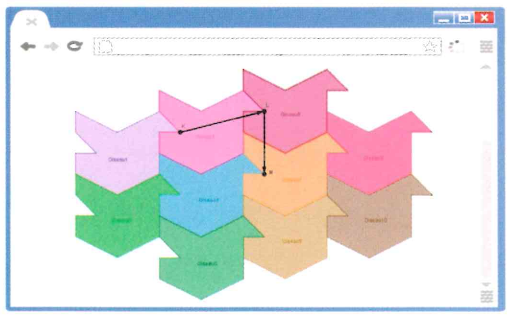


2 **a.** Tracer le polygone de A à K et le renommer « Oiseau1 ».
GeoGebra 7 et 19
b. Construire les points L et M qui serviront aux déplacements des oiseaux.

3 **a.** Construire le polygone « Oiseau2 », image de « Oiseau1 » par la translation qui transforme L en M.
GeoGebra 31
b. Construire « Oiseau3 », image de « Oiseau1 » par la translation qui transforme K en L.



4 En utilisant les deux translations précédentes, construire d'autres oiseaux pour remplir une partie du plan et réaliser ainsi un pavage d'oiseaux !



Pour une meilleure visibilité du pavage sur l'écran : change les oiseaux de couleurs et masque tous les segments et tous les points.

2 Constructions de rosaces

Construire une rosace à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

20'

Difficulté mathématique Difficulté technique

1 Tracer un segment [AB]. GeoGebra 5

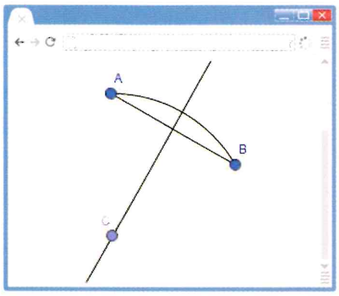
2 Tracer la médiatrice du segment [AB]. GeoGebra 10

3 Placer un point C sur cette médiatrice. GeoGebra 2

4 Tracer l'arc de cercle de centre C passant par B et A. GeoGebra 30

5 Construire le symétrique de cet arc de cercle par la symétrie axiale d'axe (AB). GeoGebra 18

6 Construire l'image de ces deux arcs de cercle par la rotation de centre B et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. GeoGebra 32

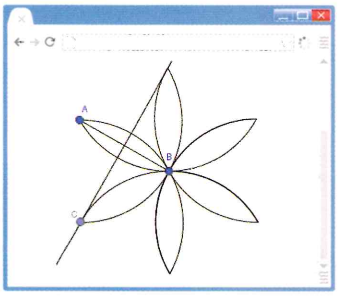


7 Recommencer avec les deux nouveaux arcs de cercle obtenus jusqu'à obtenir la rosace ci-contre.

8 Masquer la médiatrice, le segment [AB] et les points A et B. GeoGebra 21

9 Déplacer le point C pour faire varier la rosace et trouver celle qui est la plus jolie. GeoGebra 1

10 Faire une nouvelle figure en utilisant des rotations d'angle 36°.
Combien de pétales obtient-on ? Aurait-on pu prévoir ce résultat ?



3 Une couronne carrée ALGO

Construire l'image d'un carré par une rotation de centre l'intersection des diagonales d'un carré et d'angle 2°.

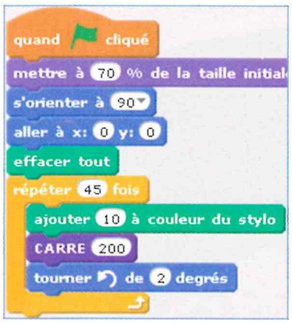
30'

Difficulté mathématique Difficulté technique

1 Télécharger le fichier Scratch « toile_araignee.sb2 ».

2 Une araignée tisse une toile de la manière suivante : elle va à un sommet du carré, elle trace un carré de longueur COTE, puis elle revient au centre.
Repérer ses trois étapes dans le bloc « Carré » du programme.

3 Voici le programme principal :



a. Quelle est la longueur du côté du carré initial ?
b. Combien de rotations de carrés sont effectuées dans le programme ?
c. Quel est l'angle de rotation ?
d. En utilisant les symétries du carré, justifier que 45 rotations d'angle 2° suffisent pour revenir au carré initial.

4 Recopier et éxecuter le programme. Quelle est la forme de la toile tissée par l'araignée ?

5 Modifier à tour de rôle les trois paramètres : la longueur du carré, le nombre de rotations et l'angle de rotation. La toile de l'araignée est-elle différente ?

tâches complexes

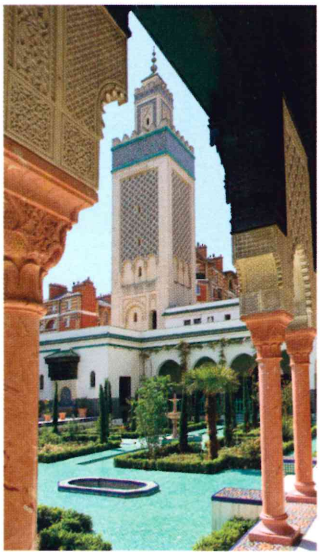
1 Au confluent de l'art et des mathématiques

Les carreleurs utilisent des transformations géométriques simples pour travailler : translations, rotations, réflexions... Le principal d'un collège veut recouvrir la façade principale de son établissement de carreaux de faïence identiques à ceux de la grande mosquée de Paris.

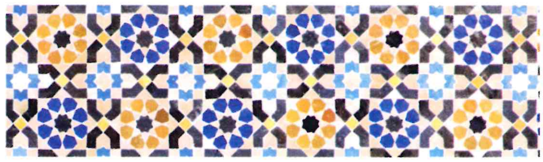
▶ **Au total, combien de carreaux seront nécessaires pour recouvrir toute la façade ? Combien de carreaux seront tronqués ?**

DOC 1 La grande mosquée de Paris

Cette mosquée a été construite au lendemain de la Première guerre Mondiale (1922-1926). De style hispano-mauresque, elle est dominée par son minaret de 33 mètres de hauteur.



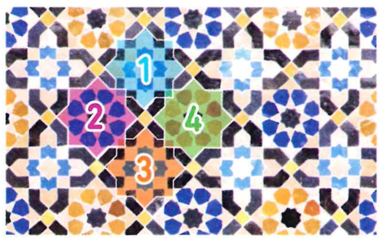
DOC 2 Une faïence très colorée



Le principal désire recouvrir un mur rectangulaire de 20 m par 1 m 50 d'une mosaïque composée de carreaux de faïence identiques mesurant 10 cm par 10 cm.

DOC 3 Règles d'assemblage

Avant de commencer les travaux, le carreleur examine les carreaux de diagonale $10\sqrt{2}$ cm.



Il décide de poser pour commencer un premier carreau (*carreau 1 sur l'image*) et d'effectuer trois rotations de centre O et d'angles 90° (*carreau 2*), 180° (*carreau 3*) et 270° (*carreau 4*).
Puis, à partir d'un carreau déjà collé, il recommence les trois rotations. Et ainsi de suite...

2 Les problèmes DUDU

Dans cette vidéo, les DUDU reçoivent des carreaux pour refaire le sol de leur entrée. Le motif est étrange et ils n'ont pas la notice pour savoir comment utiliser ce genre de carreaux.
Peux-tu les aider ?

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Le téléphérique de l'aiguille du Midi mène au pied du mont Blanc. En fin de chapitre, p. 214, tu pourras étudier le trajet de ce téléphérique.

Théorème de Pythagore

Attendu de fin de cycle

- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore
2. Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle
3. Démontrer qu'un triangle est rectangle ou n'est pas rectangle

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités et les fiches logiciel sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Découvrir l'égalité de Pythagore

OBJECTIF 1

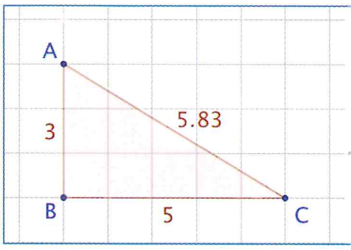
1 a. Construire un triangle quelconque ABC et afficher les longueurs de ses côtés. GeoGebra 7 et 16

b. Ouvrir la fenêtre du tableur GeoGebra. GeoGebra 25

c. Dans la cellule **A1**, écrire « **AB**^{2} = ».

d. Dans la cellule **B1**, saisir une formule affichant le carré de la longueur AB.

e. Compléter les colonnes **A** et **B** du tableur par les carrés des longueurs BC et AC, puis par la somme des carrés des longueurs AB et BC.



	A	B	C
1	$AB^2=$	9	
2	$BC^2=$	25	
3	$AC^2=$	34	
4	$AB^2+BC^2=$	34	
5			
6			
7			

2 a. Déplacer les points A, B ou C de façon à rendre le triangle rectangle en B. On pourra éventuellement s'aider du quadrillage. GeoGebra 1

b. Observer les résultats des calculs affichés pour de nombreux triangles rectangles en B.

c. Quelle conclusion semble se dégager des manipulations précédentes ?

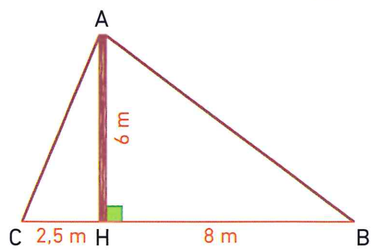
3 Est-il possible d'obtenir la même conclusion dans le cas où le triangle n'est pas rectangle en B ? On pourra déplacer les points A, B ou C pour observer de nombreux triangles.

Activité 2 — Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle

OBJECTIF 2

Charlie le charpentier explique à son apprenti comment on utilise l'égalité de Pythagore pour calculer la longueur des poutres d'une charpente.

« C'est facile ! Considère un triangle rectangle dont tu connais deux longueurs :
– calcule le carré de la longueur d'un côté de l'angle droit ;
– calcule le carré de la longueur de l'autre côté de l'angle droit ;
– additionne les deux résultats précédents ;
– la troisième longueur est le nombre positif dont le carré est égal au résultat précédent. »



1 a. Appliquer la méthode de Charlie dans le triangle ABH pour prouver que la longueur AB est égale à 10 m.

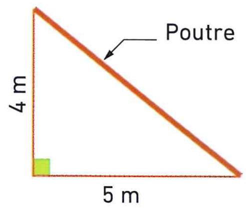
b. Quel théorème permet de justifier cette méthode ?

2 a. Utiliser la méthode de Charlie pour calculer AC^2.

b. Chercher un nombre positif dont le carré est égal à cette valeur et en déduire la longueur AC.

3 Le jeune apprenti se trouve confronté à un autre problème avec le toit d'un cabanon.

a. Appliquer la méthode de Charlie pour calculer la longueur exacte de la poutre. Quel est le problème ?



b. Les mathématiciens ont défini de nouveaux nombres pour résoudre ce problème :

Le ***nombre positif*** *dont le carré est égal à a s'appelle la* ***racine carrée*** *de a et se note* $\sqrt{a}$.

Par exemple : $\sqrt{36} = 6$ car 36 est le carré de 6.

Mais le nombre $\sqrt{41}$ n'a pas d'écriture décimale.

En déduire la longueur de la poutre au cm près.

On peut trouver une valeur approchée de ce nombre avec la calculatrice en utilisant la touche $\sqrt{\ }$ Calculatrice 12

Activité 3 — Démontrer qu'un triangle est rectangle

OBJECTIF 3

Soit un triangle ABC tel que AB = 14,8 cm, AC = 4,8 cm et BC = 14 cm.

1 Construire le triangle ABC.

2 Quel est le côté le plus long de ce triangle ?

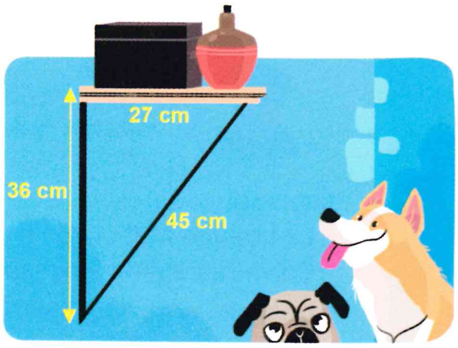
3 Écrire l'égalité de Pythagore que doivent vérifier les côtés du triangle pour qu'il soit rectangle.

4 **a.** Calculer AB^2, AC^2 et BC^2.

b. Vérifier si l'égalité de Pythagore énoncée à la question **3.** est vraie dans ce triangle.

5 Conclure sur la nature du triangle ABC.

6 **Application** : Samira a installé une étagère dans sa chambre. Comment peut-elle vérifier que l'étagère est bien perpendiculaire au mur ?



Activité 4 — Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

OBJECTIF 3

Soit un triangle DEF tel que DE = 6,5 cm, DF = 5,8 cm et EF = 8,2 cm.

1 Construire le triangle DEF. Quelle semble être sa nature ?

2 Quel est le côté le plus long dans ce triangle ?

3 Écrire l'égalité de Pythagore que doivent vérifier les côtés du triangle pour qu'il soit rectangle.

4 **a.** Calculer DE^2, DF^2 et EF^2.

b. En déduire que l'égalité de Pythagore énoncée à la question **3.** n'est pas vraie dans ce triangle.

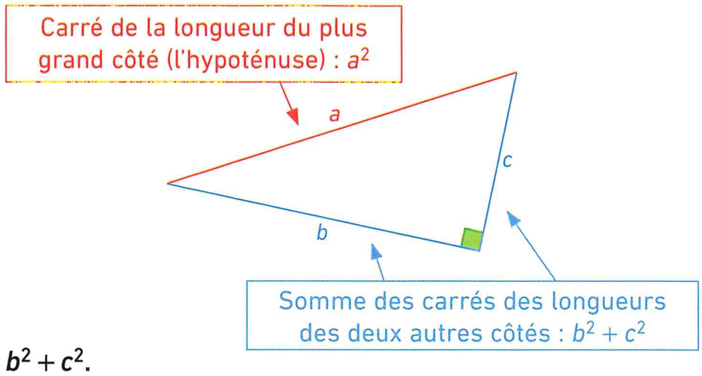
5 Conclure sur la nature du triangle DEF.

cours

1 L'égalité de Pythagore

OBJECTIF 1

PROPRIÉTÉ Un triangle rectangle est un triangle dont le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



Vocabulaire
Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. C'est le plus grand côté du triangle.

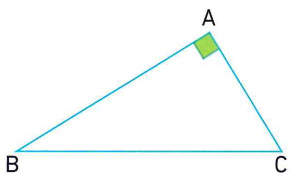
Ici, $a^2 = b^2 + c^2$.

2 Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle

OBJECTIF 2

PROPRIÉTÉ Théorème de Pythagore
Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si le triangle ABC est rectangle en A, …

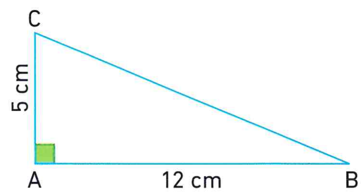


… alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Exemple

- Le triangle ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 12 cm et AC = 5 cm.
  On va calculer la longueur du troisième côté [BC].

  On peut écrire l'égalité de Pythagore pour ce triangle :
  $BC^2 = AB^2 + AC^2$
  $BC^2 = 12^2 + 5^2$
  $BC^2 = 144 + 25$
  $BC^2 = 169$

  Pour connaitre BC, il faut donc chercher un nombre positif dont le carré est égal à 169.
  Ce nombre est 13. En effet $13^2 = 169$.
  Le troisième côté [BC] mesure donc 13 cm.

DÉFINITION Soit a un nombre positif. On appelle « racine carrée de a » le nombre positif dont le carré est égal à a. On le note $\sqrt{a}$.

Exemples

- Dans l'exemple précédent, $BC^2 = 169$ donc $BC = \sqrt{169}$ qui est égal à 13.
- **Carrés parfaits entre 1 et 144**

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{121} = 11$	$\sqrt{144} = 12$

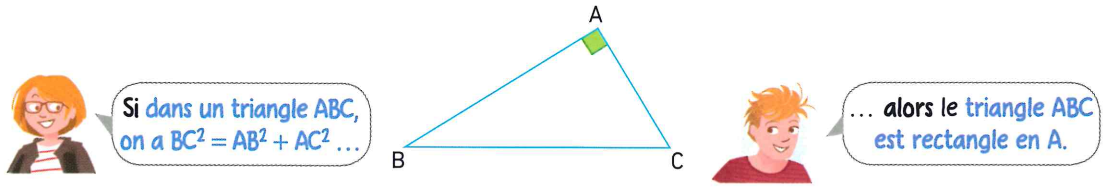
3 Démontrer qu'un triangle est rectangle ou non

OBJECTIF 3

A Prouver qu'un triangle est rectangle

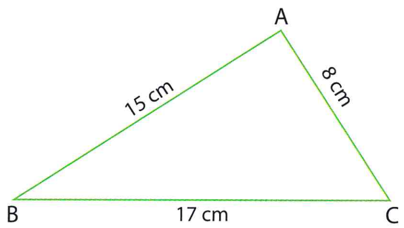
PROPRIÉTÉ Réciproque du théorème de Pythagore

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle.



Exemple

- Soit le triangle ABC tel que BC = 17 cm, AB = 15 cm et AC = 8 cm.



On veut vérifier si ce triangle est rectangle.

D'une part :

$BC^2 = 17^2$
$= 289$

D'autre part :

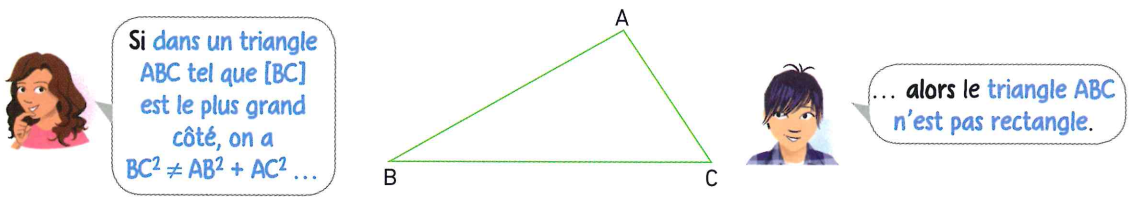
$AB^2 + AC^2 = 15^2 + 8^2$
$= 225 + 64$
$= 289$

Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle ABC est rectangle en A.

B Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

PROPRIÉTÉ **Si** le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, **alors** ce triangle n'est pas rectangle.



Exemple

- Soit le triangle ABC tel que BC = 6 cm, AB = 5 cm et AC = 3 cm.

On veut vérifier si ce triangle est rectangle.

D'une part :

$BC^2 = 6^2$
$= 36$

D'autre part :

$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2$
$= 25 + 9$
$= 34$

Donc $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$.

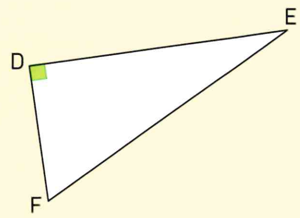
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

On considère le triangle DEF rectangle en D.

1. Nommer l'hypoténuse du triangle.
2. Écrire l'égalité de Pythagore dans le triangle DEF.



1. L'hypoténuse du triangle DEF est le côté [EF] car c'est le côté opposé à l'angle droit.

On sait également que l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus grand côté du triangle.

2. Dans la formule, on commence par écrire le carré de l'hypoténuse...

$EF^2 = DF^2 + DE^2$

... qui est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Je m'entraine

CALCULER

1 **Activités rapides**

Calculer les nombres suivants.

a. 3^2 **b.** 10^2 **c.** 9^2

d. $4^2 + 5^2$ **e.** $7^2 + 3^2$ **f.** $9^2 + 6^2$

2 **Calcul mental**

Calculer les nombres suivants.

a. 4^2 **b.** 8^2 **c.** $3^2 + 9^2$

3 À l'aide de la calculatrice, calculer les nombres suivants.

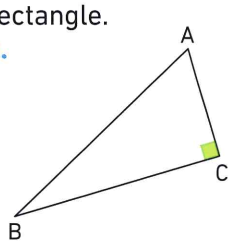
$A = 19^2 + 4{,}7^2$ $B = 6{,}9^2 + 11{,}01^2$

$C = 4{,}75^2 - 3{,}1^2$ $D = 60^2 - 30^2$

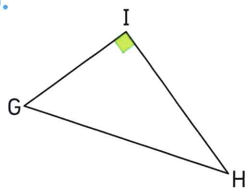
Pour saisir 19^2 sur ta calculatrice, tu tapes : 1 9 x^2

4 Nommer l'hypoténuse de chaque triangle rectangle.

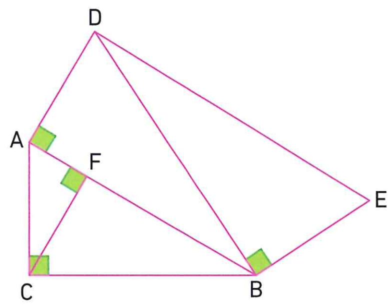
a.



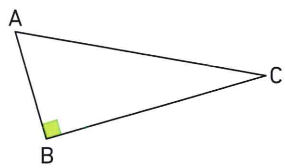
b.



5 Trouver tous les triangles rectangles dans la figure ci-dessous. Pour chacun d'eux, nommer son hypoténuse.



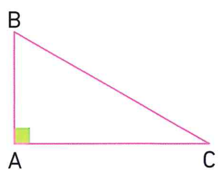
6 **1.** Quelle est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC : [AB], [AC] ou [BC] ?



2. Recopier et compléter l'égalité de Pythagore à l'aide des longueurs AB et AC : $...^2 = BC^2 + ...^2$.

7 Recopier et compléter l'égalité de Pythagore à l'aide des longueurs BC et AC du triangle ci-contre :

$...^2 = ...^2 + AB^2$.



Je résous des problèmes simples

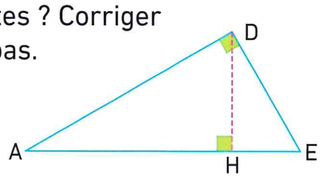
MODÉLISER RAISONNER COMMUNIQUER

8 Sarah a écrit différentes égalités de Pythagore pour la figure ci-dessous.
Lesquelles sont exactes ? Corriger celles qui ne le sont pas.

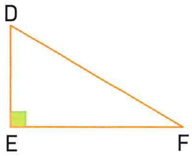
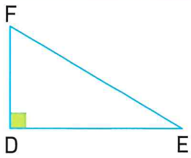
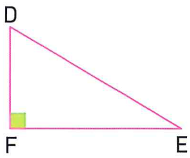
a. $AD^2 = AE^2 + DE^2$

b. $DE^2 = DH^2 + EH^2$

c. $DH^2 = AH^2 + AD^2$

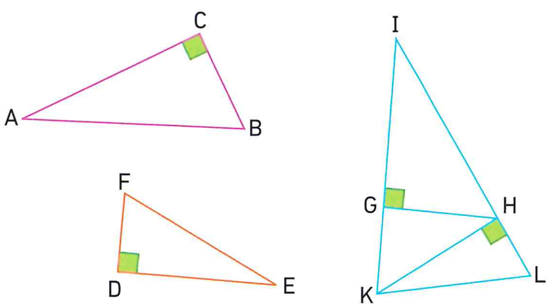


9 Associer à chaque triangle rectangle l'égalité de Pythagore correspondante.

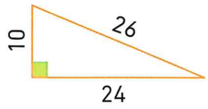
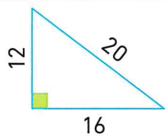
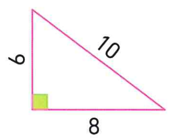
 D E F	$DE^2 = DF^2 + EF^2$
 F D E	$DF^2 = DE^2 + EF^2$
 D F E	$EF^2 = DE^2 + DF^2$

10 Recopier et compléter le tableau suivant en s'aidant de l'exemple du triangle ABC.

Triangle rectangle	ABC	DEF	GHI	KLH
Hypoténuse	AB			HK
Carré de l'hypoténuse	AB^2			
Somme des carrés des deux autres côtés	$BC^2 + AC^2$			
Égalité de Pythagore	$AB^2 = BC^2 + AC^2$			



11 La copie de Léopold a été tachée d'encre par sa voisine.
Pour chaque triangle rectangle, recopier et compléter l'égalité de Pythagore à l'aide des bonnes valeurs.

 10 26 24	$26^2 = \ldots^2 + \ldots^2$
 12 20 16	$\ldots^2 = 12^2 + \ldots^2$
 6 10 8	$\ldots^2 = \ldots^2 + 8^2$

12 1. Construire un triangle rectangle vérifiant l'égalité de Pythagore suivante :

$$MO^2 = MP^2 + PO^2.$$

2. Même question pour l'égalité $CS^2 = CD^2 + DS^2$.

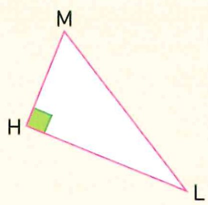
13 **Les maths autour de moi**

Expliquer la démarche du garçon.

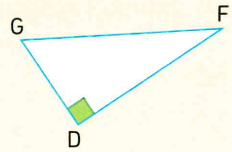
14 **TOP Chrono** 5 min

Pour chacun des triangles rectangles, écrire l'égalité de Pythagore correspondante.

a.



b.



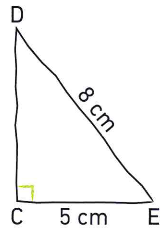
objectif 2 Calculer une longueur

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Le triangle CDE est un triangle rectangle en C tel que CE = 5 cm et ED = 8 cm.
Calculer la longueur CD arrondie au dixième de centimètre près.

ÉTAPE 1
On commence par réaliser une figure à main levée.



ÉTAPE 2
Le triangle CDE est rectangle en C.
On peut donc **appliquer le théorème de Pythagore**.

Son hypoténuse est le côté [ED], donc :

$ED^2 = CE^2 + CD^2$

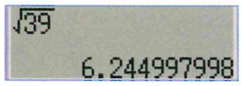
$8^2 = 5^2 + CD^2$

$64 = 25 + CD^2$

$CD^2 = 64 - 25$

$CD^2 = 39$

ÉTAPE 3
On peut obtenir une valeur approchée de CD en utilisant la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice.
Calculatrice 12



On peut donc dire que CD ≈ 6,2 cm.

Je m'entraine

CALCULER — REPRÉSENTER

15 **Activités rapides**

1. Calculer les racines carrées suivantes.
a. $\sqrt{16}$ **b.** $\sqrt{121}$ **c.** $\sqrt{3{,}6}$

2. Dans chaque cas, calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés ont pour mesure les longueurs indiquées.
a. 3 cm et 4 cm **b.** 8 cm et 6 cm
c. 5 cm et 12 cm **d.** 30 cm et 40 cm

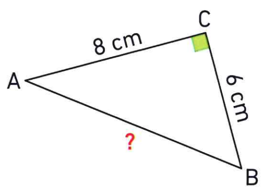
16 Dans chaque cas, trouver le nombre x.
a. $x^2 = 81$ **b.** $x^2 = 9$
c. $x^2 = 6{,}4$ **d.** $x^2 = 4{,}9$

17 Dans chaque cas, donner une valeur arrondie au centième du nombre positif x.
a. $x^2 = 13$ **b.** $x^2 = 45$
c. $x^2 = 65{,}8$ **d.** $x^2 = 6{,}9$

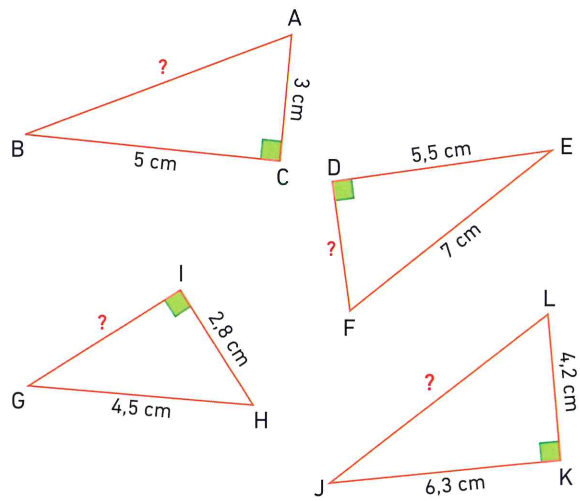
18 Dans chaque cas, donner une valeur arrondie au dixième de la longueur du segment [AB].
a. $AB^2 = 5$ **b.** $AB^2 = 14{,}53$
c. $AB^2 = 85{,}91$ **d.** $AB^2 = 56{,}46$

19 **1.** Construire le triangle MNP rectangle en M tel que MN = 6 cm et MP = 4,5 cm.
2. Calculer la longueur NP.

20 Calculer la longueur du troisième côté de ce triangle rectangle.



21 Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, calculer la longueur du troisième côté en donnant une valeur approchée au dixième de centimètre près.



Je résous des problèmes simples

MODÉLISER CALCULER COMMUNIQUER

22 Calculer la longueur des diagonales d'un carré de côté 8 cm. On donnera une valeur approchée au dixième de centimètre près.

23 1. Construire un triangle PIF isocèle en I tel que PI = 6 cm et PF = 7 cm.

2. Prouver que la hauteur du triangle issue de I coupe [PF] en son milieu.

3. Calculer la longueur de cette hauteur arrondie au millimètre.

4. En déduire une valeur approchée de l'aire du triangle PIF.

24 **Les maths autour de moi**

Le terrain de football du village de Romain est un rectangle de dimensions 110 m sur 80 m. Pour s'échauffer, l'entraineur de Romain demande aux joueurs de faire un sprint sur la diagonale du terrain.
Quelle distance les joueurs parcourent-ils ?

25 **Les maths autour de moi**

L'écran 16/9 de Juliette a une longueur de 48 cm.

Cela signifie que le rapport entre la longueur et la largeur de l'écran est égal à 16/9.

1. Calculer sa largeur.

2. Peut-elle affirmer qu'il s'agit d'un écran 20 pouces (écran dont la diagonale mesure environ 20 pouces) ?

1 pouce = 2,54 cm.

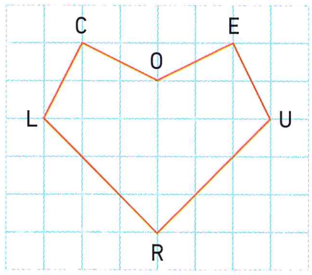
26 **Les maths autour de moi**

Pour l'anniversaire d'Émilie, ses amis vont lui faire une surprise en organisant une fête dans la salle communale.
La salle, de forme rectangulaire, a pour dimensions 12 m sur 7 m. Ses amis prévoient d'accrocher une grande banderole marquée « Joyeux anniversaire Émilie » qui traversera toute la salle d'un coin à l'autre en suivant la diagonale. Quelle longueur doivent-ils prévoir au minimum pour la banderole ?

27 1. Calculer la hauteur d'un triangle équilatéral de côté de longueur 5 cm. On donnera une valeur approchée au dixième de centimètre près par défaut.

2. En déduire une valeur arrondie au dixième de l'aire de ce triangle exprimée en cm^2.

28 En prenant comme unité le côté d'un carreau, calculer le périmètre du polygone LCOEUR.
On donnera un arrondi au dixième du résultat.



29 **TOP Chrono** 15 min

Calculer un arrondi au millimètre de l'hypoténuse d'un triangle dont les côtés de l'angle droit ont pour mesure les longueurs indiquées.

a. 6 cm et 8 cm
b. 15 cm et 20 cm
c. 50 cm et 120 cm
d. 2,5 cm et 6 cm

objectif 3 Démontrer qu'un triangle

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

1. Soit le triangle MNP tel que MN = 3,7 cm, MP = 3,5 cm et NP = 1,2 cm.
Le triangle MNP est-il rectangle ?

2. Soit le triangle RST tel que RS = 7 cm, ST = 15 cm et RT = 12 cm.
Le triangle RST est-il rectangle ?

1. Dans le triangle MNP, [MN] est le plus grand côté, donc si le triangle MNP était rectangle, son hypoténuse serait [MN].

▶ **ÉTAPE 1**
On calcule le carré de la longueur du plus grand côté : $MN^2 = 3{,}7^2 = 13{,}69$.

▶ **ÉTAPE 2**
On calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\begin{aligned} MP^2 + NP^2 &= 3{,}5^2 + 1{,}2^2 \\ &= 12{,}25 + 1{,}44 \\ &= 13{,}69. \end{aligned}$$

▶ **ÉTAPE 3**
On compare les deux résultats :
$MN^2 = MP^2 + NP^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en P.

2. Dans le triangle RST, [ST] est le plus grand côté, donc si le triangle RST était rectangle, son hypoténuse serait [ST].

▶ **ÉTAPE 1**
On calcule le carré de la longueur du plus grand côté : $ST^2 = 15^2 = 225$.

▶ **ÉTAPE 2**
On calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\begin{aligned} RS^2 + RT^2 &= 7^2 + 12^2 \\ &= 49 + 144 \\ &= 193. \end{aligned}$$

▶ **ÉTAPE 3**
On compare les deux résultats :
$ST^2 \neq RS^2 + RT^2$.
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle RST n'est pas rectangle.

Je m'entraine

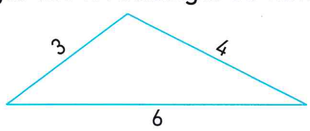
CALCULER — RAISONNER

30 **Activités rapides**

Dans chaque cas, les nombres sont-ils les longueurs des côtés d'un triangle rectangle ?

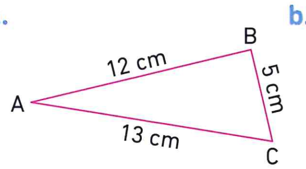
a. 3 ; 5 ; 5 **b.** 12 ; 16 ; 20
c. 8 ; 15 ; 17 **d.** 5 ; 10 ; 11

31 **1.** Calculer 6^2 puis $3^2 + 4^2$.
2. Le triangle est-il rectangle ou non ?

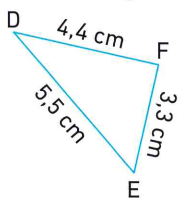


32 Démontrer que ces triangles sont rectangles.

a.

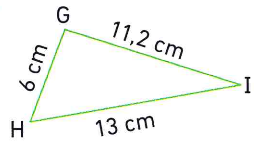


b.

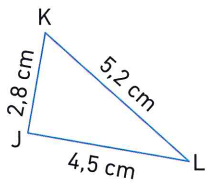


33 Démontrer que ces triangles ne sont pas des triangles rectangles.

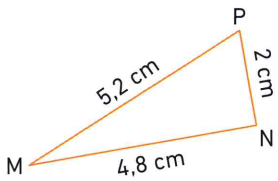
a.



b.



34 Le triangle MNP est-il rectangle ?



35 Soit le triangle RST tel que RS = 6 cm, ST = 9 cm et RT = 5 cm.
Le triangle RST est-il rectangle ?

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER · CALCULER · COMMUNIQUER

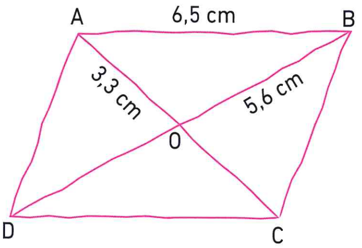
36 1. Construire le triangle IJK tel que IJ = 3,4 cm, JK = 3,7 cm et IK = 1,2 cm.

2. Quelle semble être la nature du triangle IJK ?

3. Peut-on démontrer l'affirmation précédente ?

37 1. On a représenté un parallélogramme ABCD. Démontrer que le triangle AOB est rectangle en O.

2. Le parallélogramme ABCD est-il un losange ? Justifier.

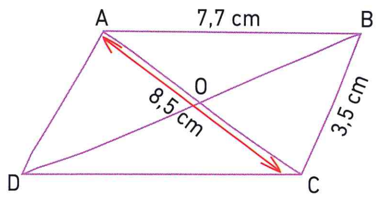


38 1. Construire le triangle RST tel que RS = 6,8 cm, RT = 3,2 cm et ST = 6 cm.

2. Quelle semble être la nature du triangle RST ?

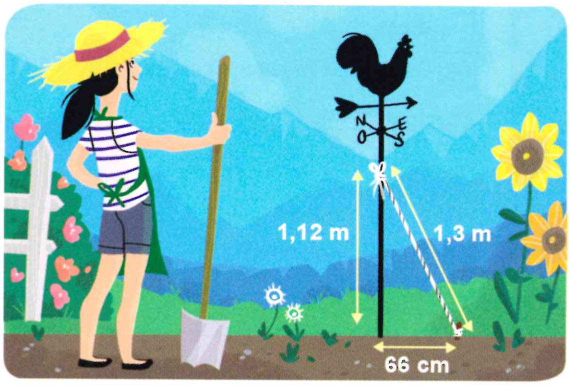
3. Démontrer ce résultat.

39 On a représenté un parallélogramme ABCD.
Ce parallélogramme est-il un rectangle ? Justifier.



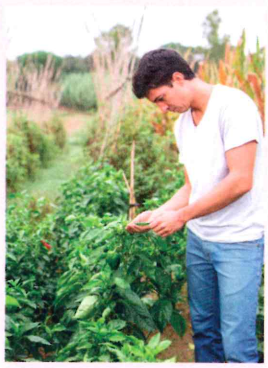
40 Des géomètres font des mesures sur un terrain triangulaire.
Le premier dit au deuxième : « J'ai mesuré 28 m pour mon côté. »
Le deuxième communique au troisième : « J'ai mesuré 45 m pour mon côté. »
Le troisième indique au premier : « Moi, j'ai mesuré 53 m. »
Que peut-on en déduire quant à la nature du terrain ?

41 Une girouette est un instrument qui mesure la direction du vent au sol.
Julie a installé dans son jardin une jolie girouette surmontant un piquet.
Comme elle n'est pas vraiment sure que le piquet soit bien perpendiculaire avec le sol, elle attache une corde, comme schématisé sur le dessin, et effectue des mesures de l'ensemble.
Le piquet surmonté de la girouette est-il perpendiculaire au sol ?



42 **Les maths autour de moi**

Nathan prétend que son potager est de forme rectangulaire. Émilie veut le vérifier. Elle mesure la longueur de deux côtés consécutifs du potager et obtient 3,3 m pour l'un et 5,6 m pour l'autre. La diagonale mesure 6,6 m.
Émilie affirme à Nathan que son potager n'est pas de forme rectangulaire.
En supposant que les mesures d'Émilie sont exactes, expliquer son raisonnement.



43 **TOP Chrono** 15 min

1. Construire le triangle MNO isocèle en O tel que MO = 13,1 cm et MN = 5,1 cm.

2. Le triangle MNO est-il rectangle en O ?

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

	A	B	C
44 Un triangle rectangle est un triangle dont :	le carré de la longueur du plus grand côté est égal aux carrés des longueurs des deux autres côtés	le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés	la longueur du plus grand côté est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés
45 Si un triangle MNP est rectangle en M, alors :	$MN^2 = MP^2 + NP^2$	$MP^2 = NM^2 + PN^2$	$NP^2 = MP^2 + MN^2$
46 Quelle est la racine carrée de 64 ?	32	8	128
47 Si dans un triangle DEF, on a $EF^2 = DE^2 + DF^2$, alors :	le triangle DEF est rectangle en D	le triangle DEF est rectangle en E	le triangle DEF est rectangle en F
48 Si dans un triangle MNP, on a $NP^2 \neq MN^2 + MP^2$, alors :	le triangle MNP n'est pas rectangle	le triangle MNP est rectangle en N	on ne peut rien dire

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

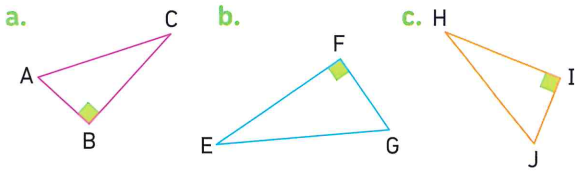
Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

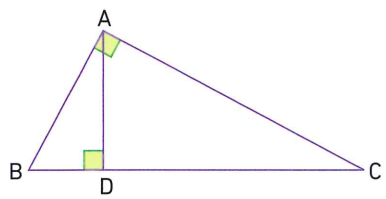
objectif 1

Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore

49 Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, écrire l'égalité de Pythagore correspondante.

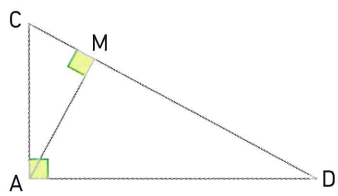


50 **1.** Combien de triangles rectangles la figure ci-dessous contient-elle ?



2. Pour chacun de ces triangles rectangles, écrire l'égalité de Pythagore correspondante.

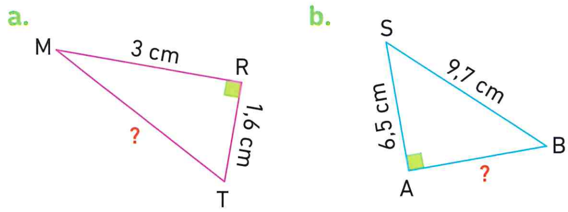
51 Écrire les égalités de Pythagore correspondant à chacun des trois triangles rectangles de la figure.



objectif 2

Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle

52 Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, calculer la longueur du troisième côté.



53 Soit le triangle GHK rectangle en H tel que GH = 4,8 cm et GK = 7,1 cm.
Calculer la longueur HK arrondie au millimètre.

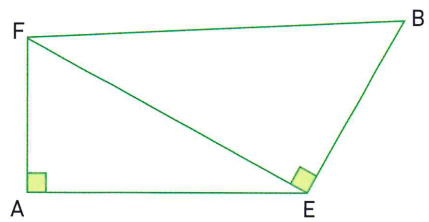
54 **1.** Construire le triangle PIF rectangle en I tel que PI = 5 cm et IF = 4 cm.

2. Calculer la longueur PF arrondie au centième de centimètre.

55 **1.** Construire le triangle BOF rectangle en O tel que BF = 5 cm et BO = 4 cm.

2. Calculer la longueur OF arrondie au centième de centimètre.

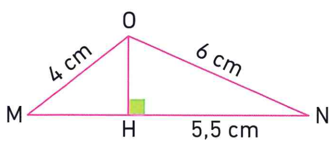
56 Sur la figure ci-dessous, on donne : AE = 4,8 cm, AF = 2,4 cm et FB = 8,7 cm.



1. Calculer FE^2.

2. Calculer la longueur BE arrondie au millimètre.

57 Sur la figure ci-dessous, les points M, H et N sont alignés.

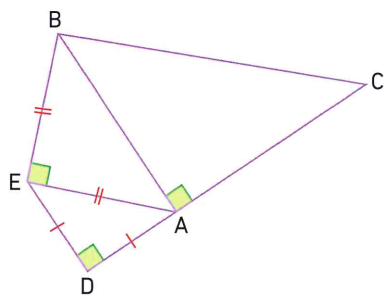


1. Calculer OH arrondie au dixième de centimètre.

2. Calculer une valeur approchée au dixième de centimètre de MH.

3. En déduire une valeur approchée au dixième de centimètre carré de l'aire du triangle MON.

58 Sur la figure ci-dessous, on a AD = 20 m et AC = 42 m. Calculer la valeur exacte de BC.

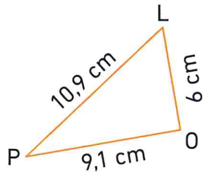


objectif 3

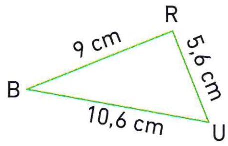
Démontrer qu'un triangle est rectangle ou n'est pas rectangle

59 Démontrer que les triangles ci-dessous sont rectangles. On précisera l'hypoténuse et le sommet de l'angle droit de chacun de ces triangles.

a.

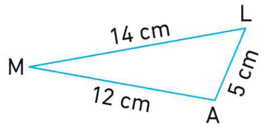


b.

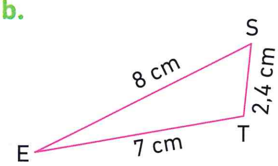


60 Démontrer que les triangles ci-dessous ne sont pas des triangles rectangles.

a.



b.



61 Soit le triangle RST tel que RS = 6,4 cm, ST = 12 cm et RT = 13,6 cm.
Le triangle RST est-il rectangle ?

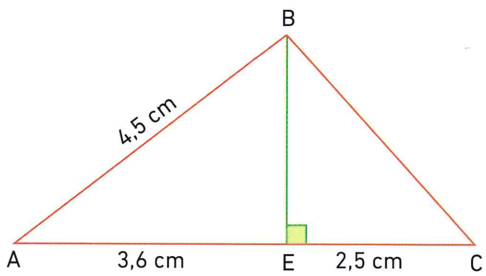
62 **1.** Construire le triangle ABC tel que AB = 5,2 cm, AC = 2 cm et BC = 4,8 cm.

2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

3. Placer un point O tel que AO = 5 cm et BO = 7,2 cm.

4. Le triangle AOB est-il rectangle ? Justifier.

63 Sur la figure ci-dessous, les points A, E et C sont alignés.



1. Calculer BE.

2. En déduire BC^2.

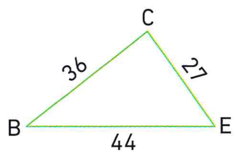
3. Le triangle ABC est-il rectangle ?

Je résous des problèmes

Objectifs 1 2 3

64 Corriger une démonstration DOMAINE 1 DU SOCLE

Le professeur de Joan a demandé de démontrer que le triangle BEC n'est pas rectangle.

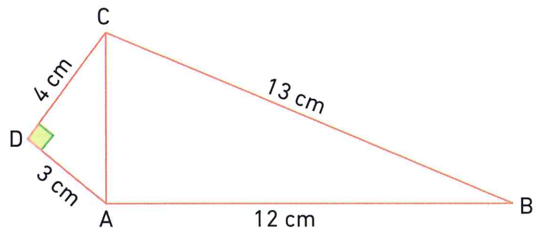


Que peut-on penser de la manière dont Joan rédige la solution ?

On vérifie l'égalité de Pythagore pour le triangle BEC :
$BE^2 = CB^2 + CE^2$
$44^2 = 36^2 + 27^2$
$1\,936 = 1296 + 729$
$1\,936 = 2\,025$
Donc le triangle BEC n'est pas rectangle.

65 Corriger une démonstration DOMAINE 3 DU SOCLE

Dans cet exercice, il est demandé de prouver que le triangle ABC est rectangle.



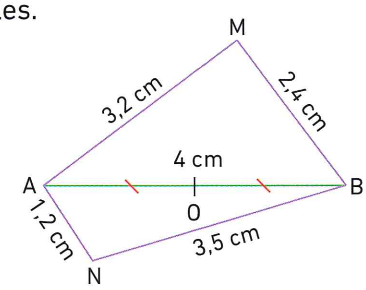
Voici le raisonnement d'Ibrahim.

Appliquons l'égalité de Pythagore dans le triangle ABC :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$13^2 = 12^2 + AC^2$
$169 = 144 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 144 = 25$
$AC = 5$ cm
Or $BC^2 = 13^2 = 169$ *et* $AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$
Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Et donc le triangle ABC est bien rectangle en A.

Que peut-on penser du raisonnement d'Ibrahim ?

66 Conjecturer une propriété

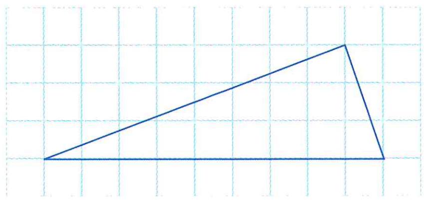
1. Démontrer que les triangles MAB et NAB sont rectangles.



2. Tracer le cercle de centre O et passant par A. Que constate-t-on ?

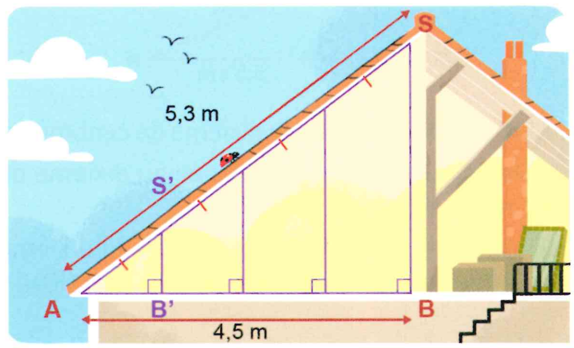
67 Utiliser un quadrillage DOMAINE 2 DU SOCLE

Le triangle est-il rectangle ? Expliquer et effectuer tous les calculs nécessaires.



68 Utiliser la proportionnalité DOMAINE 2 DU SOCLE

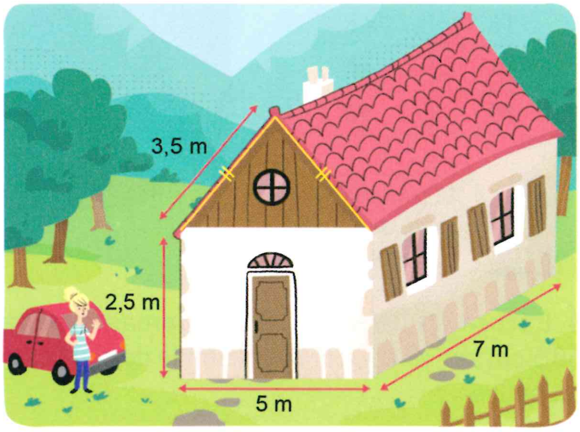
Une petite coccinelle du nom de Mireille monte le long d'un toit toujours à la même vitesse, comme schématisé ci-dessous.
Elle part du bas du toit, en A, pour arriver au sommet S.



1. Calculer la hauteur du toit SB.
2. À quelle hauteur S'B' du bas du toit Mireille se trouve-t-elle lorsqu'elle a parcouru le quart du chemin ?
3. Même question lorsqu'elle a parcouru les trois quarts du chemin.
4. En supposant que Mireille avance à la vitesse de 1,1 cm/s, combien de temps lui faudra-t-elle pour arriver en haut du toit ?

69 Calculer des dimensions réelles DOMAINE 2 DU SOCLE

La petite maison de Cindy est représentée ci-dessous. Elle peut être assimilée à un parallélépipède rectangle surmonté d'un prisme dont la base est un triangle isocèle.

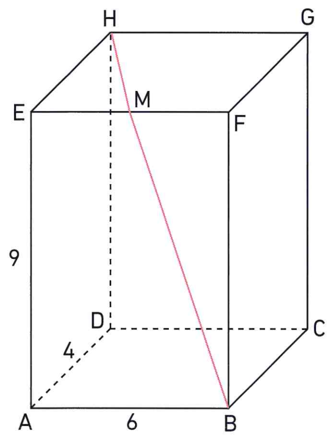


Calculer la hauteur de la maison de Cindy.

70 Déterminer le plus court chemin

Le parallélépipède rectangle représenté est tel que AB = 6 cm, AD = 4 cm et AE = 9 cm.

1. On place un point M sur l'arête [EF] tel que EM = 3 cm.
Calculer le chemin formé des segments [HM] et [MB] représenté en rouge sur le parallélépipède.



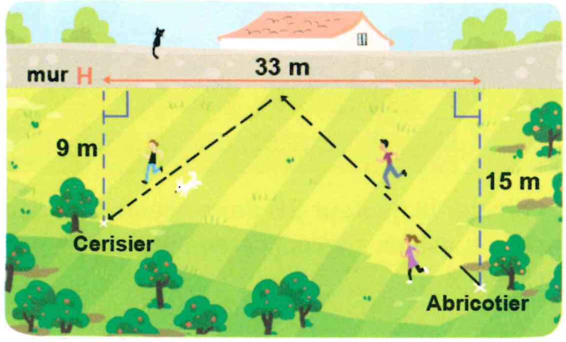
2. Parmi les chemins reliant H et B sur le parallélépipède, peut-on penser que le chemin rouge est le plus court ?

3. Réaliser un patron du parallélépipède permettant de vérifier si la conjecture émise à la question **2.** est juste.

4. Calculer la longueur du chemin le plus court reliant H et B, puis conclure.

71 Raisonner sur des distances DOMAINE 5 DU SOCLE

Antonia, Claudia et Romain courent dans le verger de leur grand-père. Ils s'amusent à rejoindre le plus rapidement possible le cerisier en partant de l'abricotier et en touchant le mur.
Le chemin de la course et les distances sont schématisés sur le dessin ci-dessous.



1. Pour augmenter les chances de gagner, il faut que le chemin de la course soit le moins long possible.
À quelle distance du point H peut-on penser qu'il faut toucher le mur pour que le chemin soit le moins long possible ?
Faire une figure à l'échelle dans ce cas et calculer la longueur du chemin.

2. Romain a une idée géniale : il trace le symétrique du cerisier par rapport au mur.
Expliquer pourquoi le chemin de la course le moins long possible est égal à la distance séparant l'abricotier du symétrique du cerisier.

3. Calculer la longueur séparant l'abricotier du symétrique du cerisier et en déduire la longueur du chemin le plus court possible.

4. Comparer ce résultat à celui conjecturé dans la question **1**.

72 Étudier un alignement

Soit le triangle SUN rectangle en N tel que NU = 8 cm et NS = 6 cm. LYNX est un carré de côté de longueur 3,4 cm tel que X ∈ [NU] et Y ∈ [NS].

1. Réaliser une figure.

2. Que peut-on conjecturer sur les points S, L et U ?

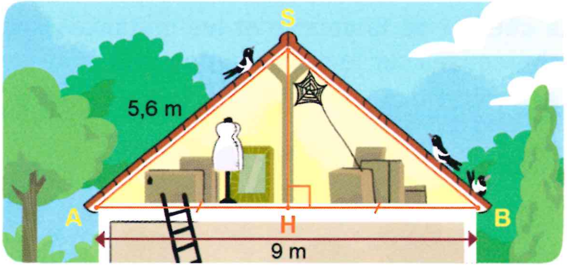
3. Appliquer le théorème de Pythagore dans les triangles respectifs LYS et LUX pour calculer les longueurs SL et LU arrondies au dix-millième de centimètre.

4. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle SUN, calculer la longueur SU. Conclure.

Dans les autres matières

73 Sous les toits

1. Représenter à l'échelle $\frac{1}{100}$ le grenier schématisé ci-dessous.



2. Calculer la hauteur SH de ce grenier. On donnera une valeur approchée au centimètre près par défaut.

74 La taille d'un écran

La taille d'un écran se calcule en mesurant la diagonale de l'écran. Elle est généralement exprimée en pouce.

Le tableau ci-contre donne la correspondance approximative entre pouce et centimètre.

Pouce	Centimètre
14	36
15	38
16	43
17	48
18	53

1. L'écran de l'ordinateur de Thomas mesure 30,5 cm sur 19 cm. Calculer la taille de son écran en pouce.

2. Un écran de 18 pouces a une longueur à la base de 46 cm. Margaux voudrait placer un écran de ce type sous une étagère. Sachant qu'elle dispose d'une hauteur de 25 cm sous l'étagère, pourra-t-elle y placer cet écran de 18 pouces ?

EPI

Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Langues et cultures de l'Antiquité

Mathématiques & Langues & Histoire

Le savant Pythagore

Pythagore est né à Samos (Grèce) vers 580 avant J.-C. Il était à la fois mathématicien, astronome, savant et philosophe.

Pythagore ne nous a laissé aucun écrit et nous ne savons donc pas grand-chose de ses travaux ni de sa vie. Certains historiens prétendent même qu'il n'aurait pas existé et que son nom est plutôt associé à une communauté de savants : la Fraternité pythagoricienne.

Les philosophes Platon, Pythagore et l'homme d'État Salon. Détail d'une fresque en l'église Saint-George, XVI^{e} siècle, Suceava, Roumanie.

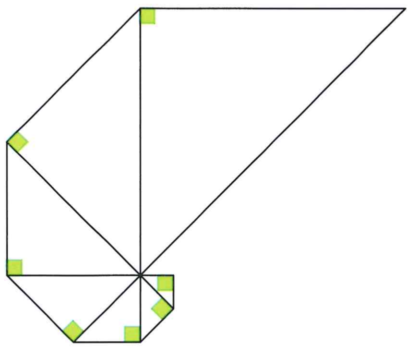
Projet

Faire une recherche sur la vie de Pythagore : époque, lieux de naissance et de mort, activités, voyages... Imprimer une carte de l'Europe et la compléter en y plaçant les lieux importants dans la vie du savant. Pythagore a fait de très nombreuses découvertes en mathématiques : citer ces propriétés, les expliquer et les illustrer par des exemples et des schémas.

Notions mathématiques : Formule de Pythagore • Propriétés géométriques • Constructions géométriques

75 La spirale

1. Reproduire la spirale composée de 7 triangles rectangles et isocèles tels que les côtés de l'angle droit du premier triangle (le plus petit) mesurent 1 cm.



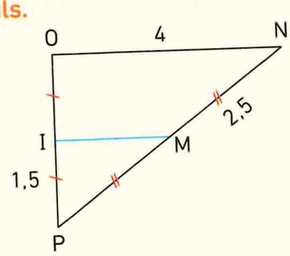
2. Calculer la longueur de l'hypoténuse de chaque triangle rectangle.

3. En admettant qu'on poursuive la spirale, combien de triangles faudrait-il construire pour que le dernier (le plus grand) possède une hypoténuse de longueur supérieure à 1 m ?

76 Défi !

77 Énigme

Le triangle PIM est-il rectangle ? Expliquer et écrire les calculs.



78 Le puzzle de Pythagore

1. a. Construire le triangle PIA rectangle en I tel que AI = 6 cm, PI = 4,5 cm et PA = 7,5 cm.
b. Construire, à l'extérieur de ce triangle, trois carrés PABO, LAID et PIRE.

2. Partager le carré LAID en 4 pièces de la manière suivante :
– tracer la droite parallèle à (PA) passant par I ;
– tracer la droite perpendiculaire à (PA) passant par D.

3. Découper et colorier les 4 pièces obtenues à partir du carré LAID ainsi que le carré PIRE.

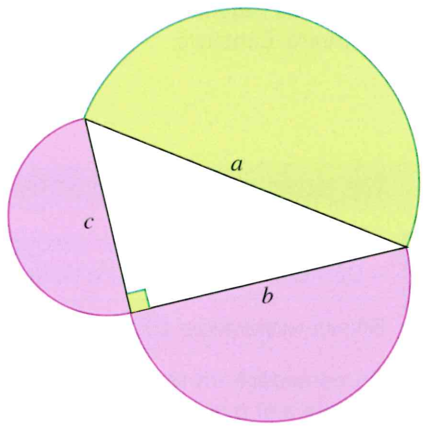
4. À l'aide de ces 5 pièces, reconstituer à la manière d'un puzzle le carré PABO. Coller ainsi ces pièces sur le carré PABO puis coller le tout sur la copie.

5. En déduire une égalité entre les aires des trois carrés PABO, LAID et PIRE.

6. En posant a = AI, b = PI et c = PA, retrouver l'égalité de Pythagore dans le triangle PIA.

79 Demi-cercles

On considère un triangle rectangle de côtés de longueur a, b et c. a est la longueur de l'hypoténuse. Autour de ce triangle, on a construit trois demi-disques de diamètre la longueur des côtés.



1. On pose $a = 17$, $b = 15$ et $c = 8$.
Démontrer que la somme des aires des deux demi-disques de diamètre les côtés de l'angle droit est égale à l'aire du demi-disque de diamètre l'hypoténuse.

2. Facultatif : réaliser la démonstration dans le cas général pour a, b et c quelconques.

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

1 Le déménagement

30'

– Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour résoudre un problème concret.
– Démontrer le résultat à l'aide de l'égalité de Pythagore.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

Nicolas emménage dans son nouvel appartement. Prudent, il se demande si la vieille et lourde armoire de sa grand-mère va pouvoir être installée dans son salon, dont la hauteur est égale à 2,65 m. L'armoire sera transportée couchée, puis devra être levée pour être placée.
La figure schématise la situation au moment où Nicolas lève l'armoire. Les dimensions sont données en mètre.

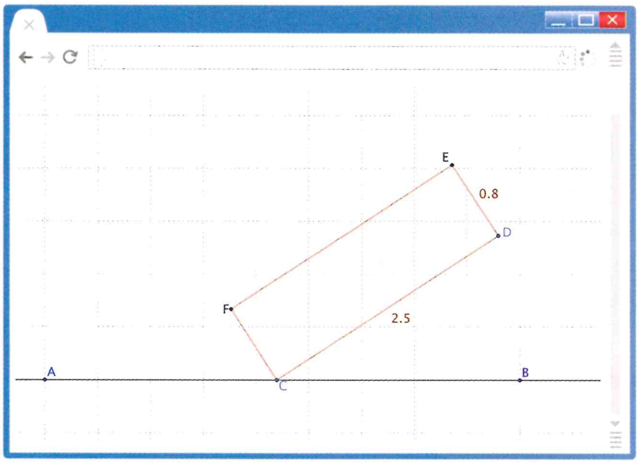
1 À l'aide d'un logiciel de géométrie, réaliser la construction de la figure ci-contre.

a. Tracer une droite (AB).

b. Placer un point C sur cette droite. GeoGebra 5 et 2

c. Construire un segment [CD] de longueur 2,5. GeoGebra 13 et 2

d. Construire le rectangle CDEF tel que DE = 0,8. GeoGebra 8, 13, 3 et 7



2 Afficher la trace des points D et E puis lever l'armoire représentée par le rectangle en déplaçant le point D. GeoGebra 20 et 1

3 Quel est le point de l'armoire (sommet du rectangle) qui se trouvera le plus près du plafond au moment où on lèvera l'armoire ?

4 À l'aide de l'égalité de Pythagore, calculer la hauteur de plafond minimale nécessaire pour pouvoir lever l'armoire. Conclure.

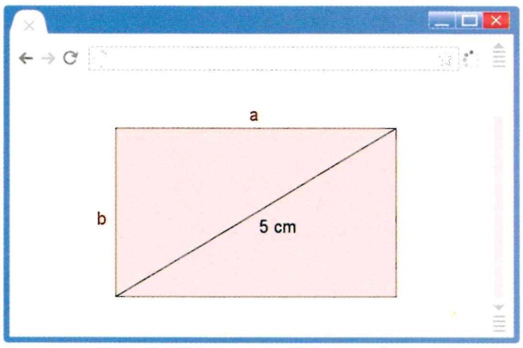
2 Le plus « grand » rectangle

30'

– Utiliser le tableur pour résoudre un problème de périmètre et d'aire maximaux.
– Démontrer le résultat à l'aide du théorème de Pythagore.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

On considère un rectangle de diagonale 5 cm. On appelle a et b les longueurs de ses côtés. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a et de b pour que le périmètre et l'aire du rectangle soient maximaux.



1 Prouver que $b^2 = 25 - a^2$.

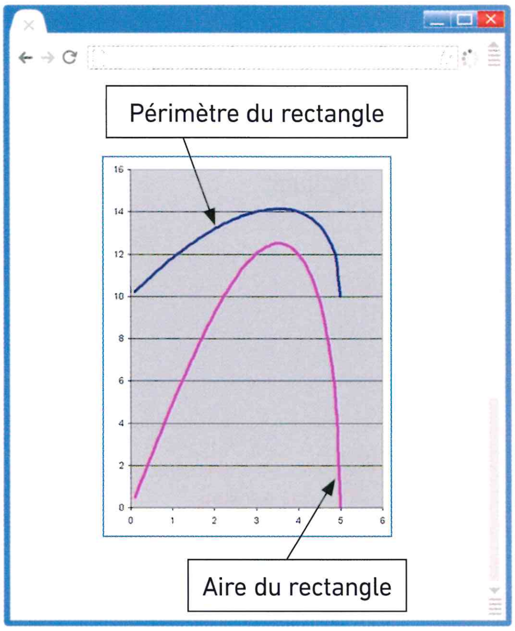
2 Calculer b lorsque $a = 3$.

3 À l'aide d'un tableur, réaliser une feuille de calcul permettant de calculer successivement a^2, $25 - a^2$, puis b pour des valeurs de a comprises entre 0 et 5 avec un pas de 0,1. Tableur 1 et 2

	A	B	C	D
1	a	a²	25 - a²	b
2	0			
3	0,1			
4	0,2			
5	0,3			
6	0,4			

4 Compléter le tableau de la feuille de calcul par deux nouvelles colonnes affichant le périmètre et l'aire du rectangle en fonction de a.

5 Pour quelles valeurs de a et b du tableau, le périmètre et l'aire du rectangle sont maximaux ?
On pourra afficher deux courbes : l'une représentant le périmètre en fonction de a et l'autre l'aire en fonction de a. Tableur 4



6 On admet que le périmètre et l'aire sont maximaux dans le cas où le rectangle est carré. Calculer dans ce cas une valeur approchée de a. Retrouve-t-on un résultat proche de celui établi à l'aide du tableur ?

3 Pythascratch ALGO

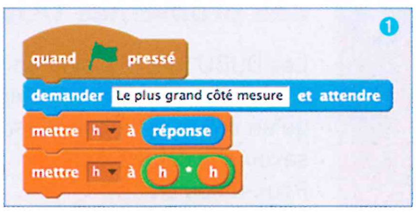
Écrire un programme permettant de vérifier si un triangle est rectangle.

20'

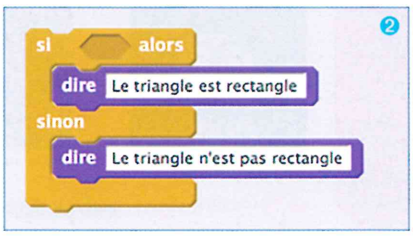
Difficulté mathématique   Difficulté technique

Dans le logiciel Scratch

1 Que permet de calculer le morceau de programme ❶ ci-contre ?



2 Compléter ce programme afin qu'il demande les longueurs des deux autres côtés et qu'il teste si le triangle donné est rectangle ou non.
On pourra utiliser l'instruction ❷ à compléter ci-dessous.



3 Améliorer le programme pour qu'il demande au départ les longueurs des trois côtés et qu'il détermine tout seul quel est le plus grand des côtés avant de préciser si le triangle en question est rectangle ou non.

4 Améliorer encore le programme en testant au départ si les trois nombres donnés peuvent bien être les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.

tâches complexes

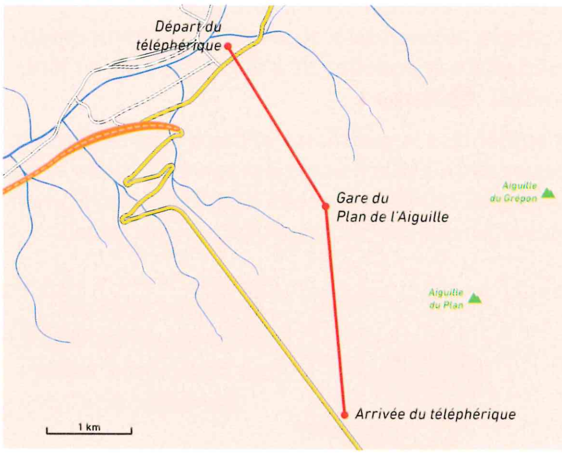
1 Le téléphérique

Depuis le centre de Chamonix, le téléphérique de l'aiguille du Midi transporte les personnes en 20 minutes au pied du mont Blanc.

▶ **Calculer la longueur totale du trajet du téléphérique.**

DOC 1 Le voyage

- Le premier tronçon conduit jusqu'au Plan de l'Aiguille.
- Le second tronçon survole le glacier des Pèlerins et mène au pied du mont Blanc, à 3 842 m d'altitude.



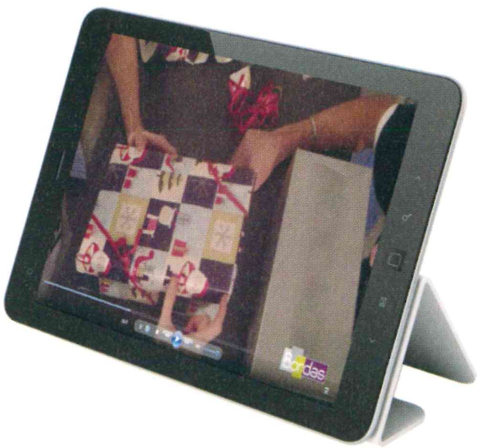
DOC 2 Altitudes

- Chamonix : 1 035 m
- Plan de l'Aiguille : 2 300 m
- Glacier des Pèlerins : de 2 400 m à 3 250 m
- Arrivée du téléphérique : 3 842 m
- Sommet du mont Blanc : 4 810 m

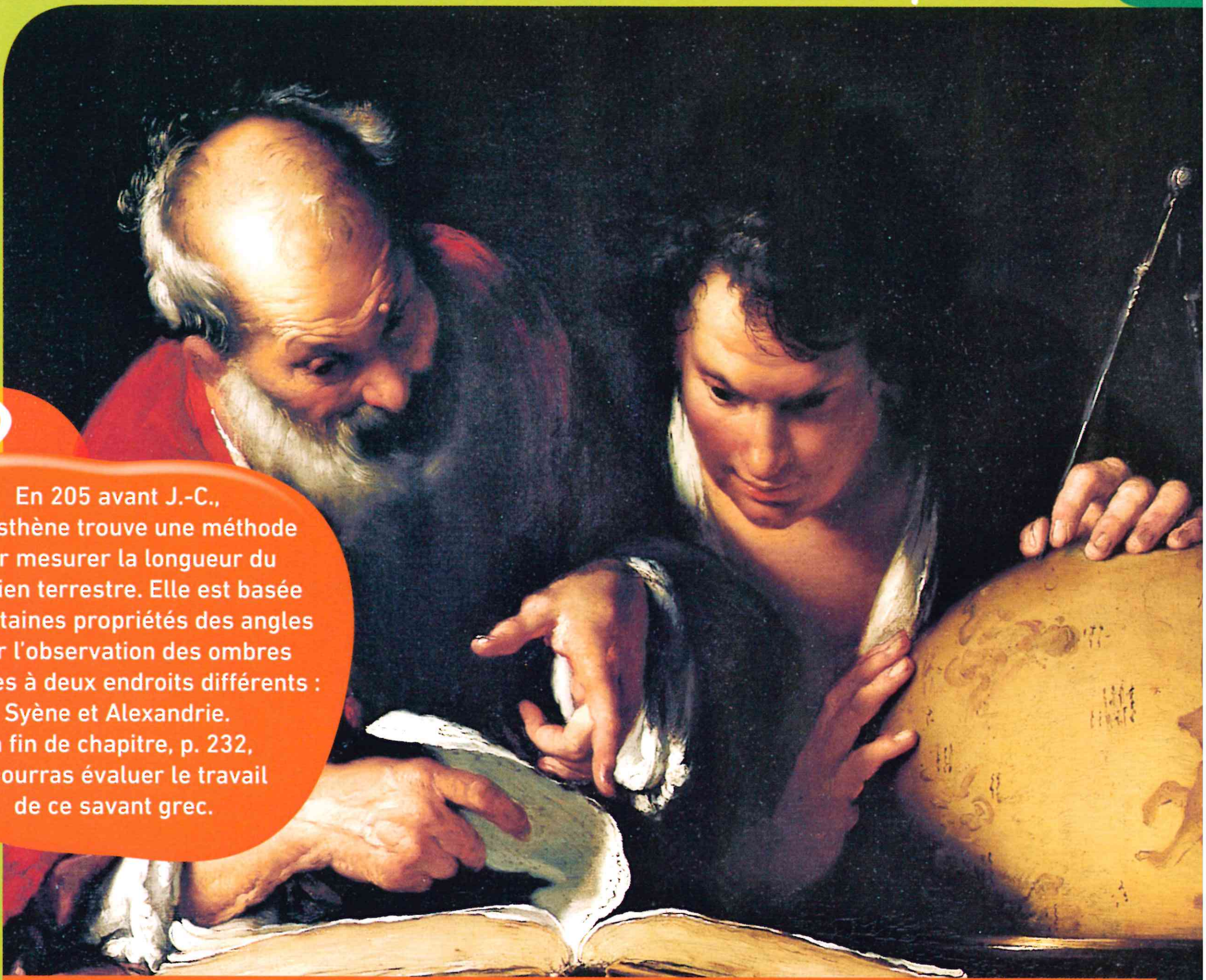
DOC 3 L'aiguille du Midi

2 Les problèmes DUDU

Les DUDU font des paquets cadeaux. Le ruban est mis d'une certaine manière. Il ne reste qu'un mètre de ruban. Ils se disputent pour savoir si c'est assez.
Peux-tu les aider ?



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr



En 205 avant J.-C., Ératosthène trouve une méthode pour mesurer la longueur du méridien terrestre. Elle est basée sur certaines propriétés des angles et sur l'observation des ombres projetées à deux endroits différents : Syène et Alexandrie.
En fin de chapitre, p. 232, tu pourras évaluer le travail de ce savant grec.

Bernardo Strozzi, Ératosthène enseignant à Alexandrie *(détail), vers 1635, Coll. Musée des beaux-arts de Montréal*

Angles et parallélisme – Triangles semblables

Attendu de fin de cycle

- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

1. Caractériser le parallélisme avec les angles
2. Cas d'égalité des triangles – Triangles semblables

cherchons ensemble

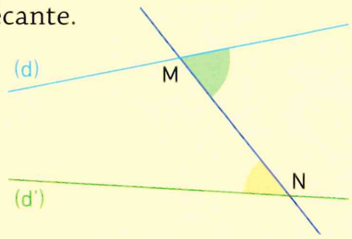
Tous les fichiers texte modifiables de ces activités et les fiches logiciel sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Reconnaitre des angles alternes-internes

OBJECTIF 1

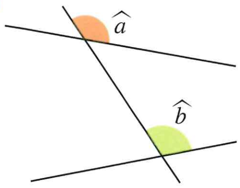
Voici la définition de deux angles **alternes-internes**.

DÉFINITION Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante.
Dire que deux angles formés par ces trois droites sont **alternes-internes** signifie que ces angles :
- n'ont pas le même sommet ;
- sont de part et d'autre de la sécante ;
- sont à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d').

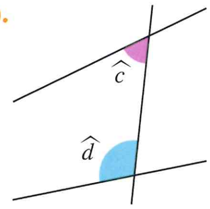


1 Dans chacune des six figures suivantes, préciser si les angles marqués sont alternes-internes.

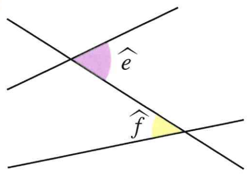
a.



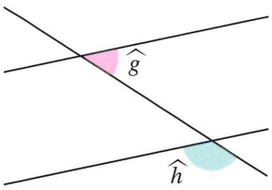
b.



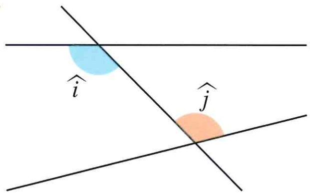
c.



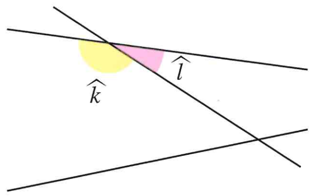
d.



e.



f.

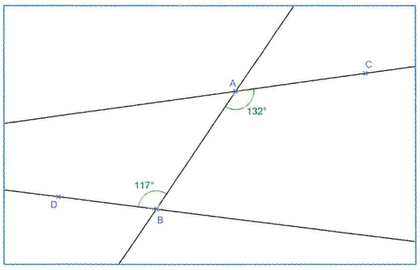


2 Tracer deux droites coupées par une troisième et marquer en rouge deux angles alternes-internes.

Activité 2 — Représenter des angles formés par deux parallèles et une sécante

OBJECTIF 1

1 Dans un logiciel de géométrie dynamique :
a. construire une droite (AB), puis deux droites (AC) et (BD) comme dans la figure ci-contre ; GeoGebra 5
b. marquer les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABD}$. GeoGebra 14



2 Que peut-on dire de ces deux angles ?

3 **a.** Comment déplacer les points A, B, C ou D pour que ces deux angles soient égaux ? GeoGebra 1
b. Quelle conjecture peut-on faire ?

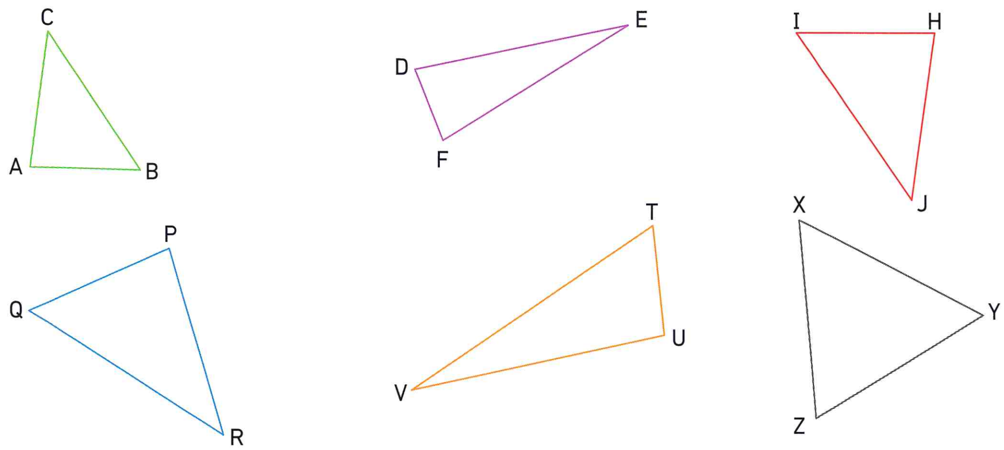
4 **a.** Construire deux droites et une sécante vérifiant les conditions de la conjecture précédente. Les angles alternes-internes ainsi formés semblent-ils toujours égaux ?
b. Démontrer cette conjecture.

Cherche un centre de symétrie !

Activité 3 — Conjecturer la définition de deux triangles semblables en manipulant

OBJECTIF 2

1 Décalquer, puis découper le triangle ABC ci-dessous :



2 Répartir les triangles en deux familles : les triangles semblables au triangle ABC et les triangles qui ne sont pas semblables au triangle ABC.

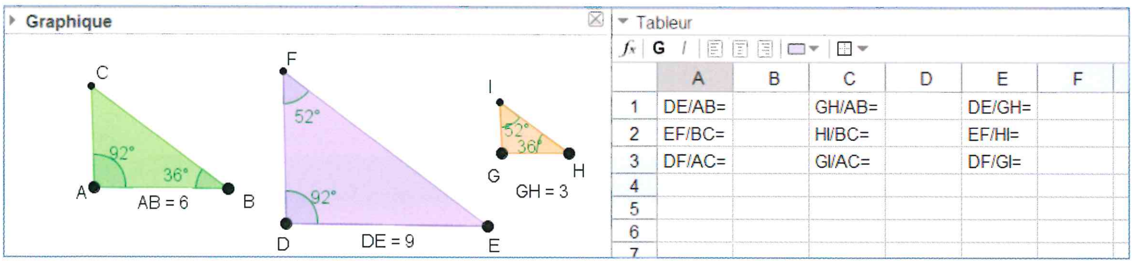
3 En observant la première famille, proposer une définition de deux triangles semblables.

Activité 4 — Construire et effectuer des mesures sur des triangles à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

OBJECTIF 2

1 a. Dans la partie Graphique de GeoGebra, construire les trois triangles ci-dessous.
GeoGebra 6 et 15

b Dans la partie Tableur, reproduire les colonnes **A**, **C** et **E**. GeoGebra 25



2 a. Afficher les rapports de longueurs dans les colonnes **B**, **D** et **F**.
b. Que peut-on conjecturer concernant les longueurs des côtés des trois triangles?

3 Afficher les mesures des angles des trois triangles. Que constate-t-on ? GeoGebra 14

4 Comment pourrait-on qualifier tous ces triangles ?

cours

1 Angles et parallélisme

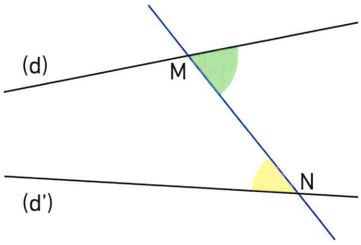
OBJECTIF 1

A Angles alternes-internes

DÉFINITION Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante.
Dire que deux angles formés par ces trois droites sont alternes-internes signifie :
– qu'ils n'ont pas le même sommet ;
– qu'ils sont de part et d'autre de la sécante ;
– qu'ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d').

Exemple

- Les angles vert et jaune formés par les droites (d) et (d') coupées par la sécante (MN) sont **alternes-internes**.

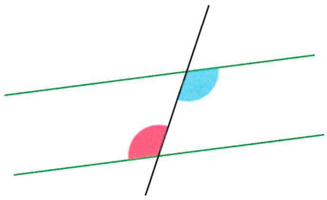


B Angles alternes-internes et droites parallèles

PROPRIÉTÉ **Si** deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, **alors** ces deux angles sont égaux.

Exemple

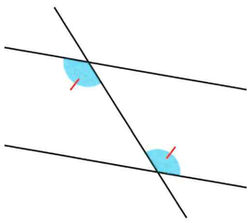
- Les deux droites vertes sont parallèles donc les deux angles alternes-internes (bleu et rouge) sont égaux.



PROPRIÉTÉ **Si** deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes égaux, **alors** ces droites sont parallèles.

Exemple

- Les deux angles alternes-internes sont égaux donc les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



2 Triangles semblables

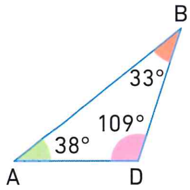
OBJECTIF 2

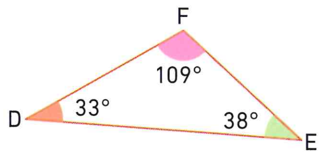
A Triangles semblables

DÉFINITION Dire que deux triangles sont semblables signifie que leurs angles sont égaux deux à deux.
On dit aussi que ces triangles sont de même forme.

Exemple

- Les triangles ABC et DEF sont semblables : $\hat{A} = \hat{E}$, $\hat{C} = \hat{D}$ et $\hat{B} = \hat{F}$.





PROPRIÉTÉ **Si** deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un autre triangle, **alors** ces deux triangles sont semblables.

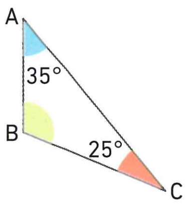
Le fait que la somme des angles d'un triangle est égale à 180° permet de **prouver** cette propriété.

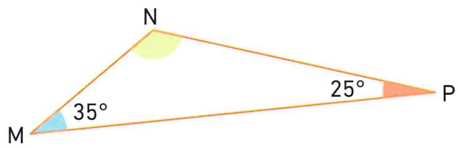
Exemple

- $\widehat{ABC} = 180 - (\widehat{BAC} + \widehat{ACB}) = 180 - (35 + 25) = 120°$;

  $\widehat{MNP} = 180 - (\widehat{NMP} + \widehat{NPM}) = 180 - (35 + 25) = 120°$.

  On en déduit que $\widehat{BAC} = \widehat{NMP}$; $\widehat{ACB} = \widehat{NPM}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{MNP}$, donc que les triangles ABC et MNP sont semblables.





B Caractérisation des triangles semblables

PROPRIÉTÉ **Si** deux triangles sont de même forme, **alors** les côtés opposés aux angles égaux ont leurs longueurs proportionnelles.

Exemple

- Dans l'exemple ci-dessus, ABC et MNP sont deux triangles semblables avec :

  – [AB] et [MN], [BC] et [NP], [AC] et [MP] les côtés homologues ;

  – $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{MP}{AC} = \dfrac{NP}{BC} = k$.

Vocabulaire
Dans deux triangles semblables, les côtés opposés à des angles égaux sont appelés « côtés homologues ».

Vocabulaire
Le rapport k est appelé coefficient d'agrandissement ou de réduction.

La réciproque de cette propriété est aussi vraie.

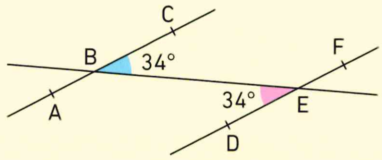
PROPRIÉTÉ **Si** deux triangles ont les longueurs de leurs côtés proportionnelles, **alors** ils sont de même forme.

objectif 1 Caractériser

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Prouver que les droites (AC) et (DF) sont parallèles.



Les angles $\widehat{CBE}$ et $\widehat{BED}$ sont alternes-internes et égaux.
On peut donc utiliser la propriété : **Si** deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes égaux, **alors** ces droites sont parallèles.
Les droites (AC) et (DF) sont parallèles.

Je m'entraine

CALCULER

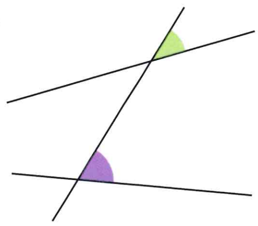
1 **Activités rapides**

a. Dans un triangle rectangle, si un des angles mesure 27°, combien mesure le troisième angle ?

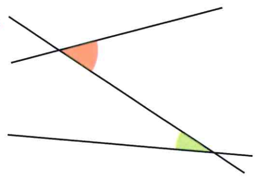
b. Est-il possible que deux angles alternes-internes soient tous les deux égaux et mesurent plus de 100° ? Dans ce cas, que peut-on dire des droites qui les forment ?

2 Dans chaque cas, préciser si les angles marqués sont alternes-internes.

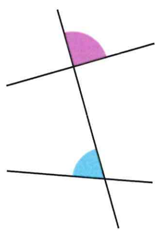
a.



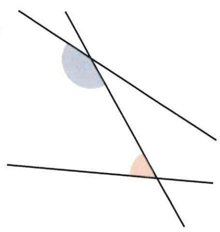
b.



c.



d.



3 **1.** Tracer deux droites coupées par une sécante.

2. Marquer sur ce dessin :

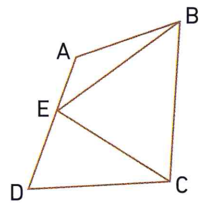
a. deux angles alternes-internes en vert ;

b. deux angles qui ne sont pas alternes-internes en rouge.

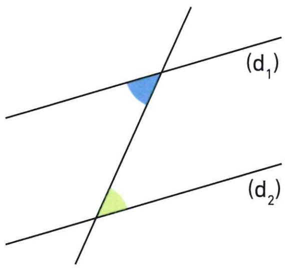
4 Dans la figure ci-contre, citer :

a. deux angles alternes-internes et les droites qui les forment ;

b. deux angles qui ne sont pas alternes-internes.

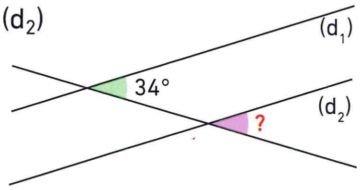


5 Si les droites (d_1) et (d_2) ci-contre sont parallèles, que peut-on dire des deux angles colorés ? Expliquer la réponse.

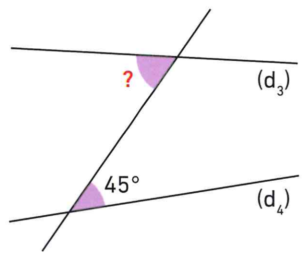


6 Dans chaque cas, donner, si cela est possible, la mesure de l'angle violet en expliquant la réponse.

a. (d_1) // (d_2)



b.

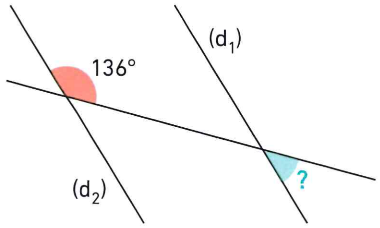


le parallélisme avec les angles

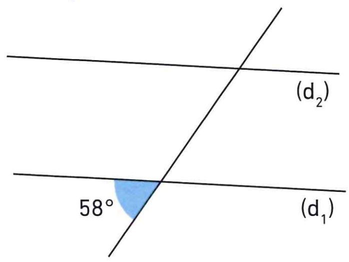
Je résous des problèmes simples

MODÉLISER CALCULER COMMUNIQUER

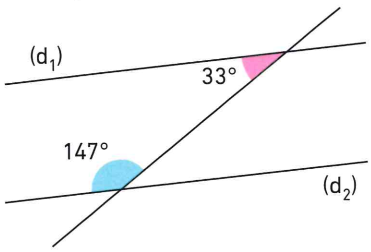
7 Donner la mesure de l'angle bleu en expliquant la réponse donnée sachant que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles :



8 Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Reproduire à main levée la figure ci-dessous et donner toutes les mesures d'angles que l'on peut trouver en justifiant les réponses.

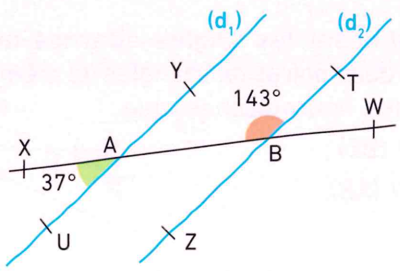


9 Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ? Expliquer la réponse.

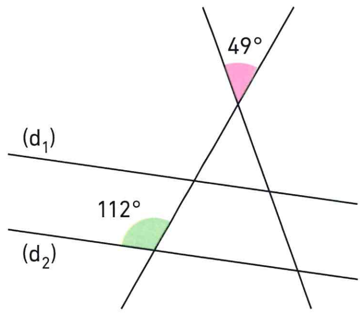


10 **Les maths autour de moi**

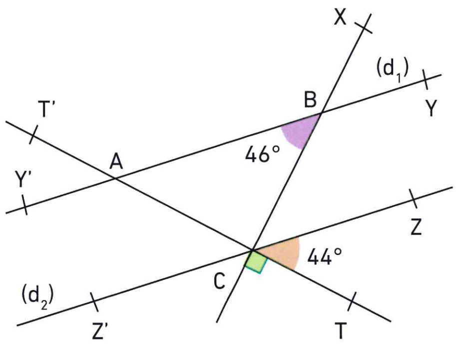
Voici les mesures relevées sur une pièce métallique d'une voiture. Expliquer pourquoi les deux tiges bleues sont parallèles.



11 Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Reproduire à main levée la figure donnée et marquer la mesure de tous les angles.

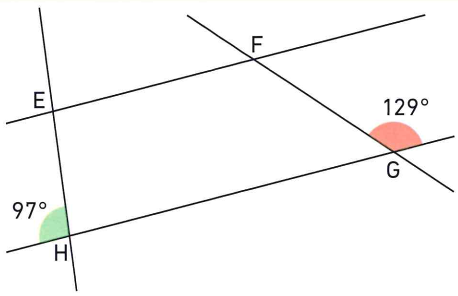


12 Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ? Expliquer la réponse.



13 **TOP Chrono** 10 min

EFGH est un trapèze de bases [EF] et [HG]. Reproduire à main levée la figure et donner toutes les mesures d'angles que l'on peut trouver en justifiant les réponses.



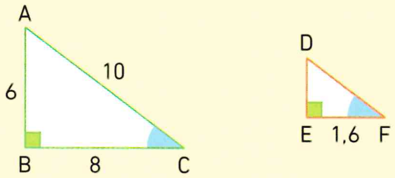
Aide

Un trapèze est un quadrilatère possédant deux côtés opposés parallèles (les bases).

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

1. Montrer que les triangles ABC et EDF sont semblables :



2. Quelles égalités de longueurs peut-on écrire ?

3. Calculer DE et DF.

1. On sait que $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 90°$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$.
Or, d'après la propriété : « Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un autre triangle, alors ces deux triangles sont semblables. »
On en déduit que les triangles ABC et DEF sont semblables.

2. Les triangles ABC et DEF étant semblables, on a les égalités :

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}.$$

En remplaçant les longueurs par leurs valeurs, on obtient :

$$\frac{6}{DE} = \frac{10}{DF} = \frac{8}{1{,}6}.$$

3. $\frac{6}{DE} = \frac{8}{1{,}6}$, donc $DE = \frac{6 \times 1{,}6}{8} = 1{,}2$ cm et $\frac{10}{DF} = \frac{8}{1{,}6}$, donc $DF = \frac{10 \times 1{,}6}{8} = 2$ cm.

Je m'entraine

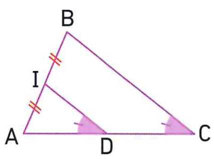
CALCULER — COMMUNIQUER

14 **Activités rapides**

Vrai ou faux ?

a. Deux triangles équilatéraux ABC et EFG sont des triangles semblables.
b. Si de plus, I est le milieu de [BC] et K le milieu de [FG], alors les triangles ABI et EFK sont de même forme.
c. Tous les triangles isocèles sont semblables.
d. Tous les triangles rectangles isocèles sont semblables.

15 Dans le triangle ABC, AB = 28 mm, BC = 39 mm et AC = 42 mm.

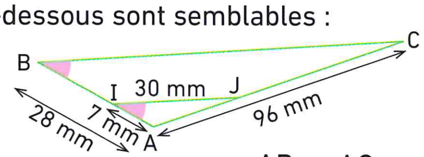


1. Montrer que les triangles AID et ABC sont semblables.

2. Recopier et compléter : $\frac{\dots}{AB} = \frac{\dots}{AC} = \frac{\dots}{BC}$

3. En déduire AD et ID.

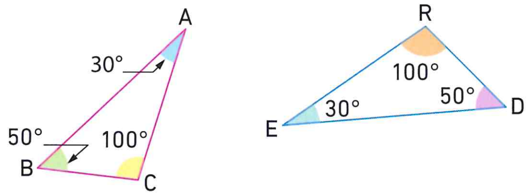
16 **1.** Montrer en justifiant que les triangles ABC et AIJ ci-dessous sont semblables :



2. Recopier et compléter : $\frac{AB}{\dots} = \frac{AC}{\dots} = \frac{\dots}{IJ}$

3. Calculer AJ, puis BC.

17 Les triangles ABC et EDR sont de même forme.

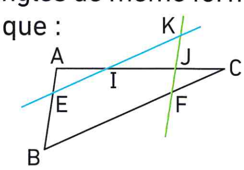


Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommets homologues	Côtés homologues	Angles homologues

Aide
Les côtés opposés aux angles égaux sont appelés « côtés homologues ».

18 **1.** En utilisant les angles alternes-internes, trouver deux paires de triangles de même forme dans cette figure sachant que :
– (IK) // (BC) ;
– (JK) // (AB).



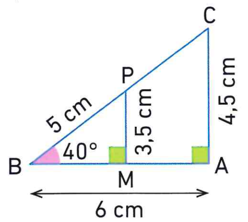
2. Dans les deux paires, établir les égalités de rapports des longueurs.

Triangles semblables

Je résous des problèmes simples

MODÉLISER · CALCULER · REPRÉSENTER

19 Dans cette figure, la perpendiculaire à (AC) passant par M coupe (BC) en P.



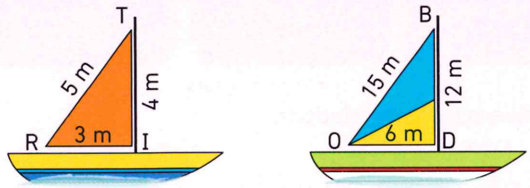
1. Montrer que les triangles ABC et BMP sont des triangles semblables.

2. Quelles égalités de longueurs peut-on écrire ?

3. Calculer PC et AM.

On arrondira au mm.

20 **Les maths autour de moi**



Les voiles de ces deux bateaux représentent-elles deux triangles semblables ? Expliquer.

21 ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABC} = 62°$ et AB = 5 cm.

La bissectrice de l'angle $\hat{A}$ coupe [BC] en D.

Rappel
La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par son sommet et qui le partage en deux angles de même mesure.

1. Faire une figure.

2. Démontrer que les triangles ADC et ADB sont semblables.

3. a. Recopier, puis compléter les égalités :

$$\frac{AC}{\dots} = \frac{AD}{\dots} = \frac{DC}{\dots} = k.$$

b. Calculer le rapport k.

Deux triangles sont **isométriques** si leurs côtés sont deux à deux égaux (cas où $k = 1$).

22 Soit ABC un triangle tel que $\hat{B} = 80°$ et $\hat{A} = 45°$ avec R le milieu de [AB] et S le milieu de [AC].

On admet que les triangles ARS et ABC sont semblables.

1. Calculer la mesure de l'angle $\hat{C}$.

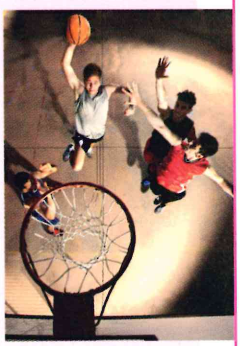
2. Faire un schéma à main levée.

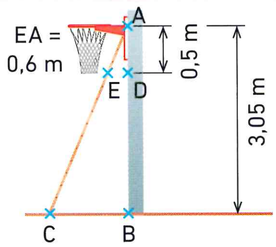
3. Préciser la mesure des angles $\widehat{ARS}$ et $\widehat{ASR}$. Justifier.

4. Quel est le rapport de réduction entre les deux triangles ? Écrire les égalités de rapport de longueurs.

23 **Les maths autour de moi**

Mattéo veut installer chez lui un panier de basket. Il doit le fixer à 3,05 m du sol. Le panier de basket mesure 50 cm de hauteur (représentée ci-dessous par AD).





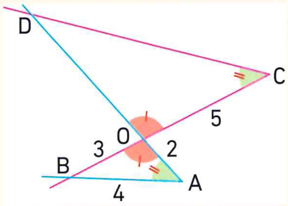
1. Justifier que les triangles ADE et ABC sont semblables.

2. Quelles égalités de longueurs peut-on en déduire ?

3. Quelle est donc la longueur AC de l'échelle ?

24 **TOP Chrono** 10 min

1. Nommer les deux triangles semblables de cette figure. Justifier la réponse.



2. Écrire des rapports de longueurs égaux.

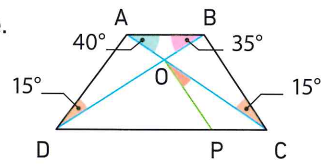
3. En déduire les longueurs OD et DC.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

Dans la figure ci-contre, ABCD est un trapèze.



	A	B	C
25 L'angle $\widehat{BDC}$ mesure :	40°	15°	35°
26 L'angle $\widehat{ACD}$ mesure :	40°	15°	35°
27 L'angle $\widehat{AOC}$ étant un angle plat, l'angle $\widehat{BOC}$ mesure :	105°	75°	90°
28 Les droites (OP) et (BC) sont parallèles car :	$\widehat{COP} = \widehat{ODA}$	$\widehat{COP} = \widehat{OCB}$	$\widehat{OCB} = \widehat{ODA}$
29 Quels sont les triangles semblables ?	ADO et OPC	AOB et DOC	BAD et ABC

Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

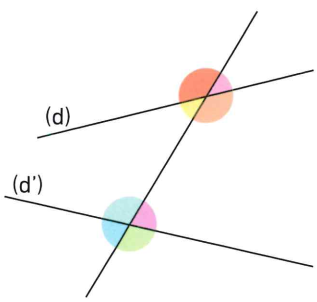
Je fais le point sur mes objectifs

Corrigés page 265

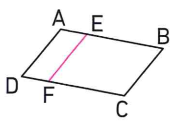
objectif 1

Caractériser le parallélisme avec les angles

30 Dans la figure ci-dessous, citer, en utilisant leurs couleurs, toutes les paires d'angles alternes-internes présents :

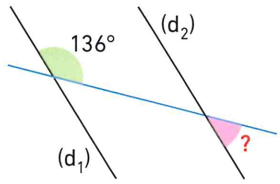


31 Dans la figure ci-contre, citer deux angles alternes-internes et deux angles qui ne le sont pas.

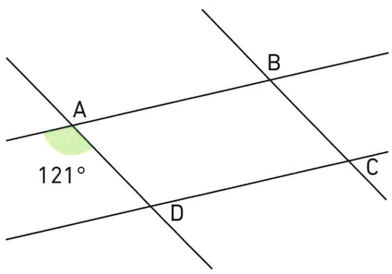


32 Donner, si cela est possible, la mesure de l'angle rose en expliquant la réponse :

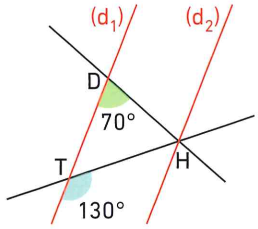
(d_1) // (d_2)



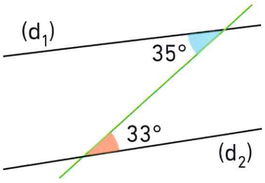
33 Reproduire à main levée la figure ci-dessous et donner toutes les mesures d'angles que l'on peut trouver en justifiant les réponses, sachant qu'ABCD est un parallélogramme.



34 Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
Reproduire à main levée la figure donnée et marquer la mesure de tous les angles.



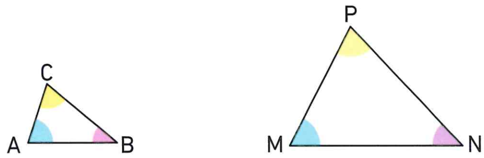
35 Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_2) dans la figure ci-dessous ?



objectif 2

Cas d'égalité des triangles – Triangles semblables

36 **1.** Dire, en justifiant, pourquoi les triangles ABC et MNP sont semblables :



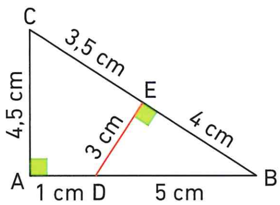
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommets homologues	Côtés homologues

3. Recopier et compléter ces égalités de longueurs :

$$\frac{AB}{\dots} = \frac{AC}{\dots} = \frac{\dots}{PN}$$

37 Montrer que le triangle ABC est semblable au triangle DEB :



38 Soit deux triangles ABC et MNP.
On donne BC = 10,8 cm, $\widehat{A} = 72°$, $\widehat{B} = 63°$, $\widehat{M} = 45°$ et $\widehat{N} = 72°$.

1. Montrer que les triangles ABC et MNP sont semblables.

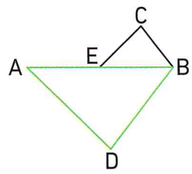
2. Calculer NP sachant que AB = 8 cm et MP = 6,48 cm.

39 Dans le parc naturel des volcans d'Auvergne, Christian effectue des vols avec les oiseaux à bord d'un ULM pendulaire visible ci-dessous :

1. Citer deux triangles semblables dans cet ULM.

2. Sachant que LV = 80 cm, LU = 2,20 m et UM = 8,8 m, calculer la longueur de la barre VO.

40 Dans la figure ci-contre, AB = 10 m, CE = 4 m, CB = 3,5 m, DA = 8 m et DB = 7 m.
De plus, E est le milieu du segment [AB].



1. Reproduire la figure en vraie grandeur.

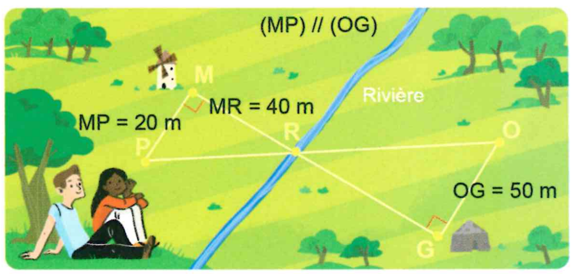
2. Montrer que les triangles ABD et BCE sont semblables.

3.

A-t-il raison ? Justifier.

4. Que peut-on dire de la demi-droite [BA) par rapport à l'angle $\widehat{CBD}$?

41 Étienne dit que la gariotte (cabane en pierres dans le Sud) est plus éloignée de la rivière que le moulin. A-t-il raison ?



On suppose que les triangles MRP et ROG sont semblables.

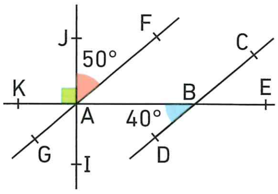
Je résous des problèmes

Objectifs 1 2

42 Modéliser les connaissances nécessaires

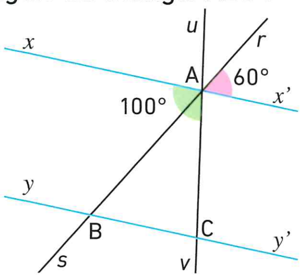
DOMAINE 4 DU SOCLE

En utilisant les mesures et les informations notées sur la figure, prouver que les droites (FG) et (CD) sont parallèles :
- K, A, B et E sont alignés ;
- G, A et F sont alignés ;
- D, B et C sont alignés ;
- J, A et I sont alignés.



43 Calculer en utilisant des propriétés

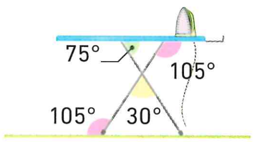
Calculer, en justifiant les réponses, les mesures des trois angles du triangle ABC :



44 Résoudre un problème

DOMAINE 1 DU SOCLE

M. Calor a réparé sa table à repasser. Voici la table qu'il a obtenue :



La table est-elle stable ? Justifier la réponse.

45 Traduire en langage mathématique une situation

DOMAINE 5 DU SOCLE

Annah se rend chez le garagiste pour faire réparer sa moto. Elle se demande si sa moto ne risque pas de tomber de la table élévatrice.

Expliquer à Annah pourquoi elle ne doit pas s'inquiéter.

46 Utiliser des propriétés du cours

Dans un parallélogramme ABCD, N est un point du segment [DC] distinct de D et C, et la droite (AN) coupe (BC) en M.

1. Démontrer que les triangles ADN et ABM sont des triangles semblables.

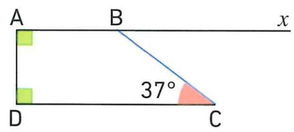
2. En déduire que DN × BM = AB × AD.

3. Sachant que AB = 4 cm, AD = 2,5 cm et DN = 3,8 cm, calculer BM.
On arrondira à 0,01 près.

47 Expliquer à l'écrit un raisonnement

DOMAINE 1 DU SOCLE

Le professeur de Raphaël trace au tableau un trapèze rectangle ABCD et une demi-droite [Ax) :

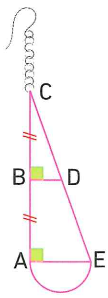


Il lui demande de calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Quelle réponse Raphaël peut-il rédiger au tableau ?

48 TRAVAIL EN GROUPE Communiquer à l'oral un raisonnement

DOMAINE 4 DU SOCLE

Thomas souhaite acheter à sa sœur une boucle d'oreille. Le prix initial du bijou est de 25 €. Il aimerait recouvrir le fil extérieur de la boucle d'argent rhodié (métal précieux).



1. a. Justifier que les triangles CBD et CAE sont semblables.

b. Préciser le rapport des longueurs de deux côtés homologues.

2. Sachant que BD = 2 cm, CB = 1,5 cm et que le prix d'achat de l'argent rhodié est de 0,78 €/cm, calculer le prix final du bijou de Thomas.
On arrondira au centime près.

3. Rédiger et présenter la démarche suivie.

49 Mobiliser des connaissances

ABCD est un carré de centre O et de côté 10 cm. La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe la diagonale [BD] en K et le côté [BC] en L.

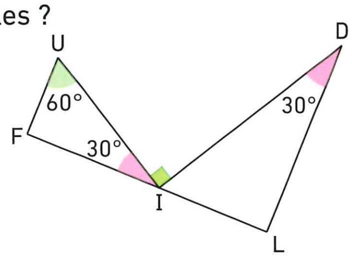
La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui le partage en deux angles égaux.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que les triangles AOK et ABL sont semblables.
3. Calculer le coefficient de réduction entre les deux triangles.

Aide
La diagonale d'un carré de côté a mesure $a\sqrt{2}$.

50 Analyser une figure — DOMAINE 2 DU SOCLE

1. Les triangles FUI et DIL ci-dessous sont-ils semblables ?

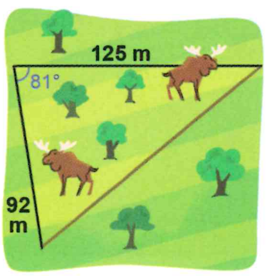


2. Prouver que les droites (FU) et (DL) sont parallèles.

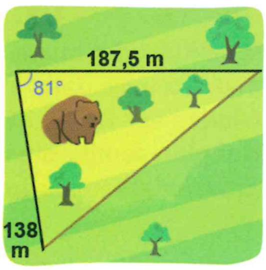
51 Traduire en langage mathématique un problème ouvert — DOMAINE 5 DU SOCLE

Dans un parc animalier, les élans, les ours bruns et les loups sont dans des enclos triangulaires. Ces enclos sont-ils de même forme ?

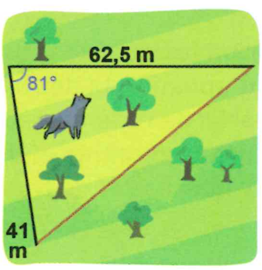
• Enclos des élans



• Enclos des ours bruns

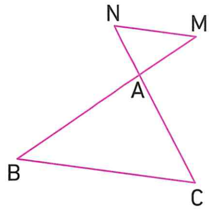


• Enclos des loups



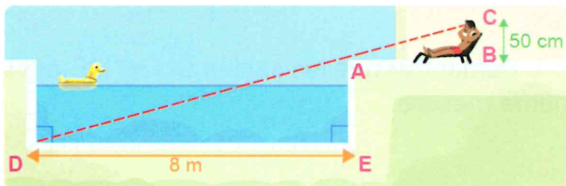
52 Utiliser un raisonnement logique — DOMAINE 2 DU SOCLE

Dans la figure ci-dessous, les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Montrer que les triangles ANM et ABC sont semblables.



53 Résoudre un problème concret — DOMAINE 1 DU SOCLE

Couché sur un transat de 50 cm de haut à 1 m du bord de sa piscine rectangulaire, Corentin peut en voir le fond.

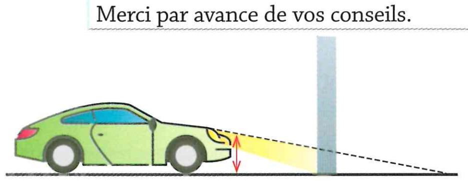


1. Dans la figure ci-dessus, quels sont les triangles semblables ? Justifier.
2. Écrire les rapports des longueurs homologues.
3. Quelle est la profondeur de la piscine si sa longueur est de 6 m ?

54 Représenter et analyser une situation — DOMAINE 3 DU SOCLE

Sur un forum, on peut lire la question de Luc :

Luc
Bonsoir,
quelqu'un pourrait-il me dire si, d'après les mesures que j'ai faites, les feux de croisement de ma voiture sont bien réglés ? Mon phare est à une hauteur du sol de 0,8 m. Lorsque ma voiture est à 13 m du mur, les phares éclairent le mur à une hauteur de 44 cm.
Merci par avance de vos conseils.



Et la réponse de Claire :

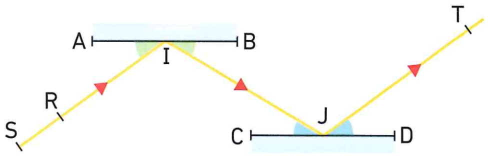
Claire
D'après le Code de la route, une voiture doit être équipée à l'avant de deux feux de croisement éclairant à 30 m au moins sans éblouir. Les feux de votre voiture sont donc bien réglés.

La réponse de Claire semble-t-elle correcte ? Expliquer.

Dans les autres matières

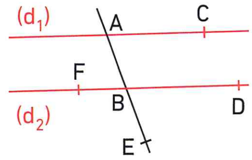
55 Déplacement d'un rayon lumineux

Les segments [AB] et [CD] de la figure ci-dessous représentent deux miroirs parallèles.
Un rayon lumineux issu d'une source S est représenté par la demi-droite [SR). Ce rayon, appelé « rayon lumineux incident », se réfléchit sur le miroir [AB] au point I. Il atteint ensuite le miroir [CD] au point J et se réfléchit de nouveau. Ce dernier « rayon réfléchi » est représenté par la demi-droite [JT).



1. a. Démontrer que les angles $\widehat{BIJ}$ et $\widehat{IJC}$ ont la même mesure.
b. Quels sont tous les angles égaux à $\widehat{BIJ}$?
2. a. Quel angle a la même mesure que $\widehat{RIJ}$? Justifier.
b. En déduire que le « rayon lumineux incident » [SI) est parallèle au « rayon réfléchi » [JT).

56 On the figure, assume that the lines (d_1) and (d_2) are parallel and that $\widehat{BAC} = 70°$.



1. Calculate the size of the angle $\widehat{ABF}$. Justify the answer.
2. Calculate the size of the angle $\widehat{EBD}$. Justify the answer.

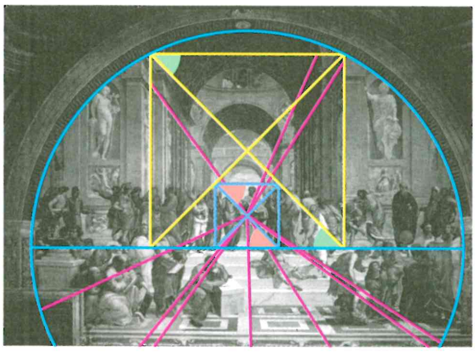
EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

Culture et créations artistiques

Mathématiques & Histoire des arts

Des fresques géométriquement pensées !

L'École d'Athènes est une fresque du peintre italien Raphaël, exposée au Vatican. Cette fresque présente les figures majeures de la pensée antique, Aristote et Platon y occupent la position centrale, Pythagore tient un livre en bas à gauche et Euclide, en bas à droite, est entouré d'étudiants.



Cette fresque peut être étudiée géométriquement. On voit que le milieu de la base du carré jaune est aussi celui de la base du carré bleu. Ce point est le centre d'un cercle qui encadre la fresque.

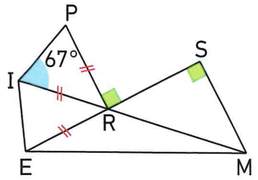
Projet

En histoire des arts, cette fresque permettra d'utiliser un lexique, de l'étude des différents plans de la scène à la représentation des 58 personnages, pour aboutir à la description de l'œuvre dans sa globalité. En mathématiques, les élèves pourront, à partir de repères géométriques sur la fresque, visualiser des angles alternes-internes, complémentaires, adjacents et des triangles semblables.
Notions mathématiques : Recherche d'angles alternes-internes et de triangles semblables sur une figure complexe

Jeux mathématiques

57 Le mot mystère

1. À partir de la figure ci-dessous, recopier et compléter les égalités suivantes :

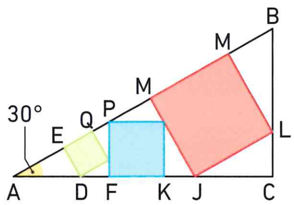


- $\widehat{\text{R...I}} = 67°$
- $\widehat{\text{E...M}} = 90°$
- $\widehat{\text{P...I}} = 46°$
- $\widehat{\text{R...S}} = 46°$
- $\widehat{\text{ER...}} = 44°$
- $\widehat{\text{I...R}} = 68°$

2. Remettre les lettres trouvées dans l'ordre pour écrire le mot mystère !

58 Défi !

Dans cette figure, combien y a-t-il de triangles semblables au triangle ADE sachant que les trois carrés sont inscrits dans le triangle ABC rectangle en C ?



59 Énigme

1. Après avoir recherché les distances entre Miami, les Bermudes et Puerto Rico, construire sur une feuille un triangle semblable au triangle des Bermudes en précisant le coefficient de réduction.

2. Quel phénomène retient l'attention dans la région du triangle des Bermudes ?

– *Réponse A* : le *Titanic* a coulé dans cette zone.

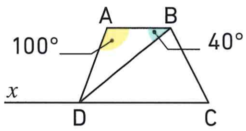
– *Réponse B* : de nombreux navires et avions ont disparu dans cette région.

– *Réponse C* : des plongeurs y ont retrouvé le trésor de Barbe-Bleue.

devoirs à la maison

60 Un château remarquable

La cour intérieure du château de Gourdon (département des Alpes-Maritimes) forme un trapèze remarquable. Dans la figure ci-dessous, ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. Le point D est sur la demi-droite [Cx] :



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$, justifier.

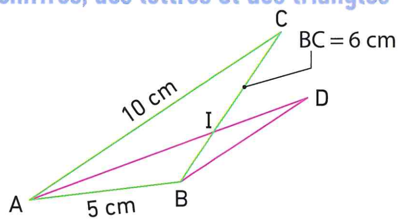
2. a. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$, justifier.

b. Que représente la demi-droite [DB) pour l'angle $\widehat{ADC}$?

3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ADx}$.

4. Construire le trapèze ABCD en prenant AB = 5 cm et CD = 7 cm.

61 Des chiffres, des lettres et des triangles



La bissectrice de $\widehat{BAC}$ coupe (BC) en I. La parallèle à (AC) passant par B coupe (AI) en D.

1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. a. Démontrer que les angles $\widehat{IAC}$ et $\widehat{IDB}$ sont égaux.

b. En déduire que le triangle ABD est isocèle.

3. Démontrer que les angles $\widehat{ICA}$ et $\widehat{IBD}$ sont égaux. En déduire que les triangles IAC et IDB sont semblables.

4. a. Recopier et compléter les égalités :

$$\frac{IB}{\dots} = \frac{ID}{\dots} = \frac{\dots}{AC}$$

b. Calculer ce rapport.

c. Sachant que AI = 6,5 cm, calculer ID.

5. Écrire une relation entre l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle IAC et l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle IBD.

avec un logiciel

Pour faire ces activités, télécharge les fiches logiciel GeoGebra et Tableur sur le site www.bordas-myriade.fr.

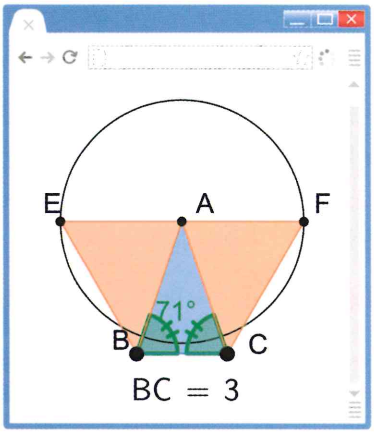
1 Un bouclier géométrique

Suivre un programme de construction pour reproduire un bouclier.

30'

Difficulté mathématique | Difficulté technique

Cette activité mélange des propriétés géométriques à différents objets mathématiques, le tout permettant d'obtenir un outil défensif très ancien...



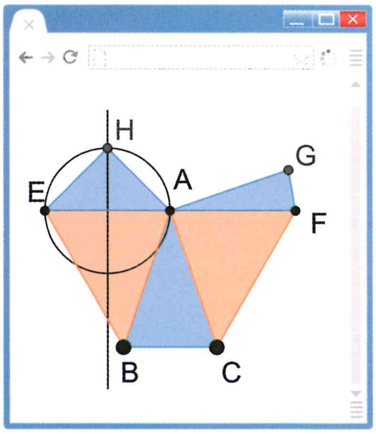
1 Tracer un triangle ABC isocèle en A tel que BC = 3 cm et $\widehat{ABC} = 71°$. Le colorier en bleu. GeoGebra 6, 7 et 15

Trace le segment [BC] de 3 cm, puis les demi-droites [Bx) et [Cy) telles que $\widehat{CBx} = \widehat{BCy} = 71°$.

2 Construire la droite passant par A et parallèle à (BC). GeoGebra 9

3 **a.** Tracer le cercle de centre A et de rayon 4 cm.
b. Placer un point E tel que $\widehat{CBA}$ et $\widehat{BAE}$ soient alternes-internes. Appeler F l'autre point d'intersection. GeoGebra 13

4 Tracer les triangles EAB et FAC, puis les colorier en orange.

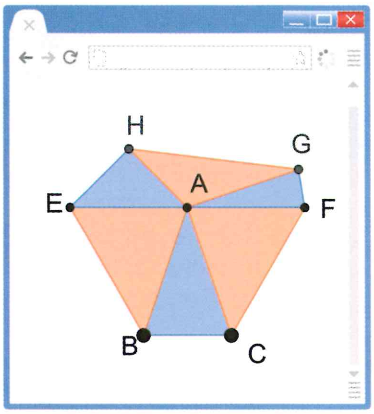


5 Tracer la perpendiculaire à (AC) passant par A. GeoGebra 8
On notera G le point d'intersection au-dessus de F entre la perpendiculaire et le cercle.

Aide
Cacher les objets superflus au fur et à mesure de l'avancement : demi-droites, cercle, étiquette des objets... GeoGebra 21

6 Construire le point H tel que AEH soit un triangle rectangle isocèle en H et $\widehat{BAH}$ un angle obtus comme sur la figure ci-contre.

Aide
Construire le milieu D de [AE], la perpendiculaire à [AE] passant par D, puis le cercle de centre D et passant par A. Nommer H le point d'intersection supérieur. GeoGebra 4



7 Tracer le triangle AEH, puis le colorier en bleu.

8 Tracer le triangle AGH, puis le colorier en orange.

9 Existe-t-il des triangles semblables dans le bouclier obtenu ? Si oui, quels sont-ils ?

2 Des triangles semblables

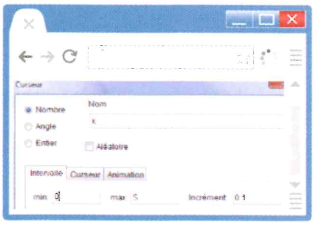
30'

Observer la conservation des angles et la proportionnalité des longueurs de deux triangles semblables.

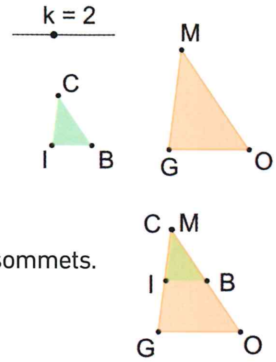
Difficulté mathématique   Difficulté technique

1 Construire un triangle BIC tel que IB = 4 cm, IC = 5 cm et BC = 6 cm. GeoGebra 6, 7 et 13

2 Tracer un curseur k allant de 0 à 5. GeoGebra 9



3 Créer un triangle OGM tel que :
OG = BI*k, GM = IC*k et OM = BC*k.



4 **a.** Faire varier le curseur k et comparer les tailles des triangles BIC et OGM.

b. Pour différentes valeurs de k, déplacer le triangle OGM et faire coïncider deux sommets.

c. Pourquoi peut-on dire que les triangles BIC et OGM ont la même forme ?

3 Dessine-moi un triangle ALGO

20'

Écrire un programme de construction de triangles avec Scratch.

Difficulté mathématique   Difficulté technique

A. Sur une feuille ou dans le cahier

1 Quelles instructions doit-on donner au lutin pour construire un premier triangle ABC avec AB = 50 pas, BC = 70 pas et $\widehat{ABC} = 40°$?

2 Choisir k un entier strictement positif. Quelles instructions doit-on donner au lutin pour construire un deuxième triangle DEF tel que DE = $k \times 50$ pas, EF = $k \times 70$ pas et $\widehat{DEF} = 40°$?

3 Quelle est la particularité des triangles ABC et DEF ?

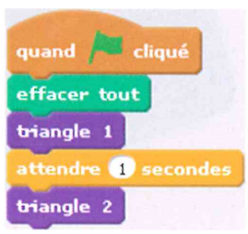
B. Dans le logiciel Scratch

4 Créer deux blocs « triangle 1 » et « triangle 2 ».

5 Voici le bloc « triangle 1 » qui permet de tracer le premier triangle. Créer le bloc « triangle 2 » qui permettra de tracer le second triangle en débutant aux coordonnées (–30 ; –30).

Pense à demander à l'utilisateur la valeur de k au départ.

6 Programmer, puis exécuter le programme ci-dessous.



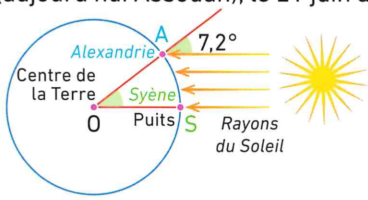
1 La méthode d'Eratosthène

Dans l'Égypte antique, les calculs des bématistes étaient d'une précision assez étonnante, le chameau étant réputé pour avoir une marche régulière.
En calculant la distance Alexandrie-Syène, Erastothène a calculé la circonférence de la Terre.

► **De combien de kilomètres Erastostène s'est-il trompé ?**

DOC 1 L'expérience

Ératosthène, astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec (Cyrène –276 ; Alexandrie –194) était le directeur de la bibliothèque d'Alexandrie.
Il avait entendu des voyageurs raconter qu'à **Syène** (aujourd'hui Assouan), le 21 juin à midi, on pouvait voir l'image du Soleil se refléter au fond d'un puits, ce qui signifiait que le Soleil était alors exactement à la verticale du puits.
Le 21 juin à midi, à **Alexandrie**, Eratosthène montra que le Soleil faisait un angle de 7,2° avec la verticale.



DOC 2 Données terrestres

- Diamètre de la Terre à l'équateur : 12 756 km
- Circonférence de la Terre à l'équateur : 40 075 km
- Surface de la Terre : 510 065 700 km^2
- Âge de la Terre : 4,566 milliards d'années
- Altitude maximale : 8 850 m
- Profondeur maximale : – 11 035 m

D'après www.statistiques-mondiales.com/planete_terre.html

DOC 3 Les bématistes

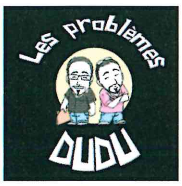
La distance entre deux villes est proportionnelle à la mesure de l'angle dont le sommet est au centre de la Terre.
Les bématistes ont trouvé que la distance Syène-Alexandrie était de 5 000 stades. Pour cela, ils ont utilisé une méthode simple : compter le nombre de pas (bêma) d'un chameau lors du voyage entre les deux villes.

Conversion : chez les Égyptiens, 1 stade (longueur du stade d'Olympie) = 157,5 m.

Vocabulaire
Les **bématistes** étaient des arpenteurs de l'Égypte antique dont la charge était de mesurer des distances.

2 Les problèmes DUDU

Dans cette vidéo, les DUDU cherchent à trouver la taille d'un chevron dans les combles de leur maison. Peux-tu les aider ?



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Formée de verre et de métal, la pyramide du Louvre est installée au milieu de la cour Napoléon du musée du Louvre à Paris. En fin de chapitre, p. 250, tu pourras en réaliser une maquette à l'échelle.

Pyramides et cônes

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace
- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

Avant de commencer ce chapitre, fais le point sur tes connaissances sur le site www.bordas-myriade.fr.

OBJECTIFS

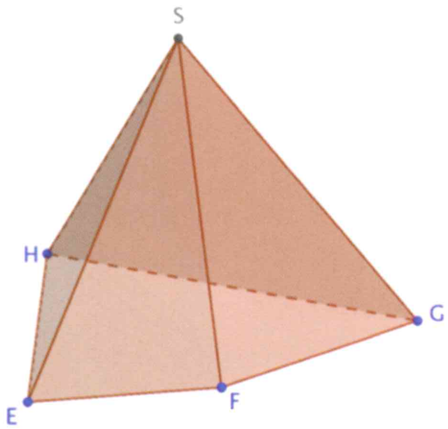
1. Observer et manipuler les pyramides et les cônes de révolution
2. Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

cherchons ensemble

Tous les fichiers texte modifiables de ces activités et les fiches logiciel sont disponibles sur le site www.bordas-myriade.fr.

Activité 1 — Découvrir la pyramide

OBJECTIF 1

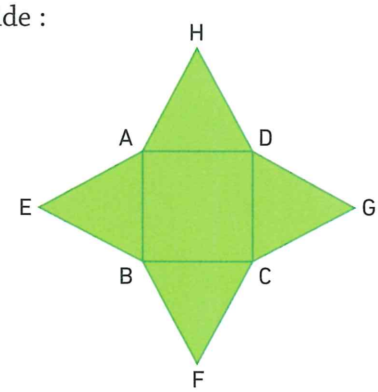


1. Combien de sommets et d'arêtes a une pyramide ?
2. En faisant tourner la pyramide, déterminer le nombre de ses faces latérales et leur nature.
3. Déterminer la nature de la base de la pyramide en se plaçant en vue de dessus.
4. **a.** En se replaçant dans les conditions initiales, reproduire la pyramide en perspective cavalière.
On tracera les arêtes cachées en pointillés.
b. Repasser en vert les arêtes latérales et en rouge les arêtes de la base.

Activité 2 — Reconnaitre et réaliser un patron d'une pyramide

OBJECTIF 1

Voici le patron d'une pyramide :



1. Nommer la base et les faces latérales de la pyramide.
2. Nommer les arêtes latérales.
3. Comment reconnait-on le sommet de la pyramide ? Quels points du patron le représentent ?
4. **a.** Construire le patron d'une pyramide ayant pour base un carré de côté 5 cm et dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux.
b. Découper le patron obtenu et le coller pour réaliser le solide.

Activité 3

Découvrir le cône de révolution

OBJECTIF 1

Ouvre le logiciel GeoGebra 5 et affiche « Graphique 3D ».
Pour cela, passe par le menu « Affichage ».

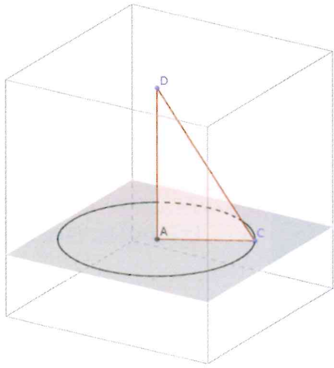
1 Dans la fenêtre du plan apparent « Graphique », tracer un cercle de centre A, l'origine du repère, et passant par un point B quelconque du plan. GeoGebra 12
Cacher ensuite le point B. GeoGebra 21

2 Placer un point C sur le cercle. GeoGebra 2

3 Dans la fenêtre « Graphique 3D », placer un point D quelconque sur l'axe vertical.

4 Tracer le triangle ACD. GeoGebra 7

5 Cacher les axes du repère 3D. Quelle est la nature du triangle ACD ?



6 a. Afficher la trace du segment [CD]. GeoGebra 20
b. Faire un clic-droit sur le point C et choisir « Animer ».

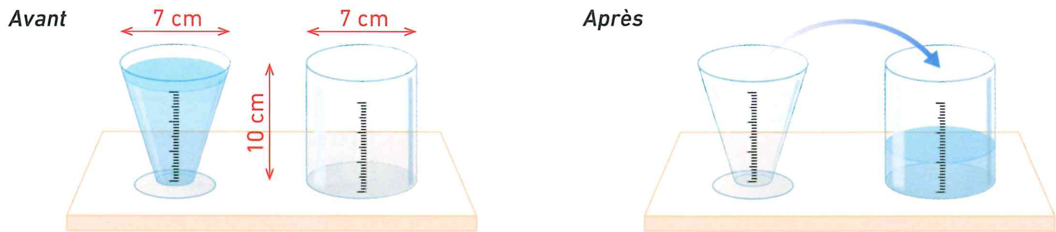
7 *Le solide formé par la rotation du triangle ACD s'appelle un cône de révolution.*
a. Quel côté du triangle est la hauteur de ce cône ?
b. Quel point du triangle est le sommet du cône ?
c. Quel est le rayon de la base de ce cône ?

Activité 4

Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

OBJECTIF 2

Le professeur de physique-chimie verse le contenu d'un verre à pied de forme conique dans un récipient de forme cylindrique. Les deux récipients ont la même hauteur et le même rayon de base.



Le professeur constate que le contenu du verre à pied plein n'a rempli le récipient cylindrique qu'au tiers de son volume.

1 Calculer le volume du récipient cylindrique et en déduire celui du verre à pied.

2 a. Connaissant la formule du volume du cylindre, proposer une formule permettant de calculer le volume d'un cône en fonction de sa hauteur et de l'aire de sa base.
b. En déduire une formule permettant de calculer le volume d'un cône en fonction de sa hauteur et du rayon de sa base.

3 On peut observer le même résultat en répétant cette expérience avec une pyramide à base rectangulaire et un parallélépipède de même base et même hauteur.
Proposer une formule de calcul du volume d'une pyramide.

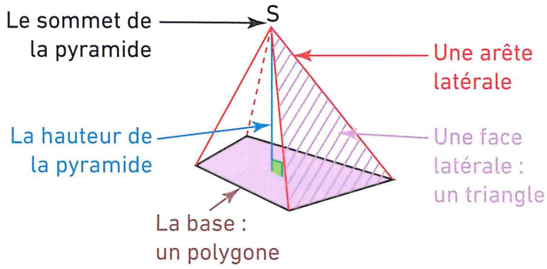
cours

1 Pyramides et cônes de révolution

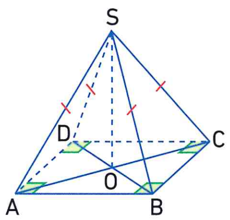
OBJECTIF 1

A Pyramides

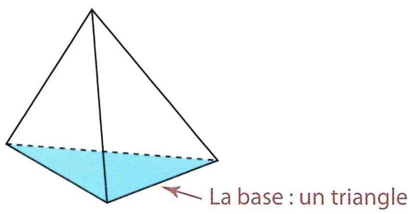
DÉFINITIONS – Une **pyramide** est un solide qui a pour base un polygone et pour faces latérales des triangles qui ont un sommet commun.
– La distance entre le sommet de la pyramide et sa base est appelée la **hauteur** de la pyramide.



DÉFINITION Une **pyramide régulière** est une pyramide dont toutes les faces sont des triangles isocèles superposables.



DÉFINITION Un **tétraèdre** est une pyramide dont la base est un triangle.

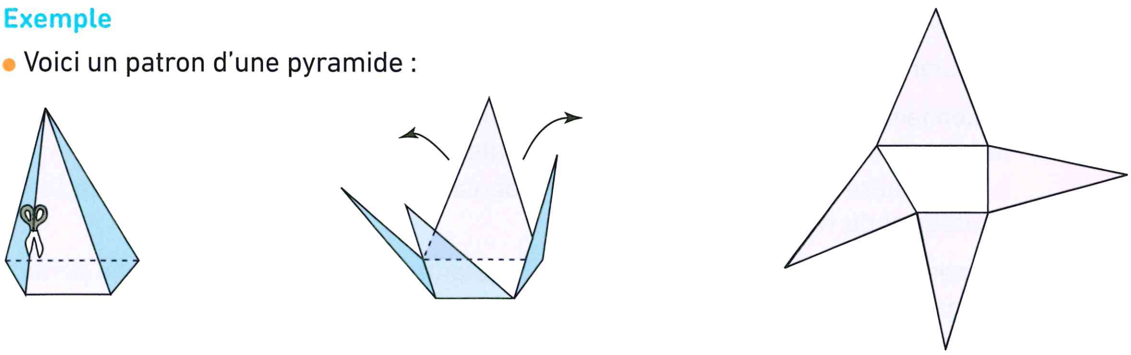


Remarque
Les quatre faces du tétraèdre peuvent être considérées chacune à leur tour comme la base du tétraèdre.

Il existe plusieurs façons de déplier un solide, donc un même solide possède plusieurs patrons différents.

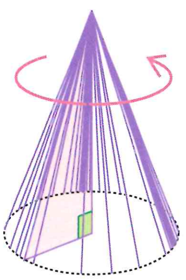
Exemple

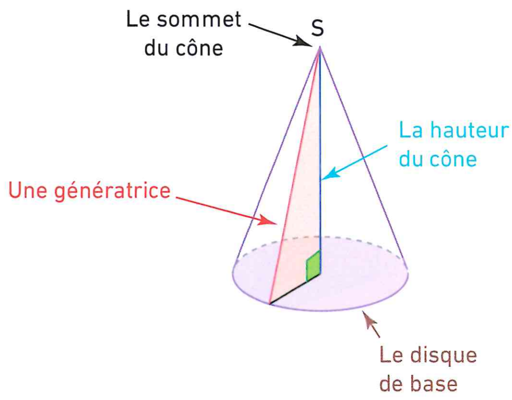
- Voici un patron d'une pyramide :



B Cônes de révolution

DÉFINITION Un **cône de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de son angle droit.





Vocabulaire

Les **génératrices d'un cône** sont des segments qui ont pour extrémités le sommet du cône et un point du cercle délimitant le disque de base.

2 Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

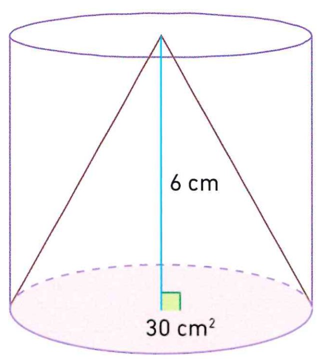
OBJECTIF 2

PROPRIÉTÉ Le volume V d'une pyramide ou d'un cône est égal au tiers du produit de l'aire de la base B du solide par la hauteur de ce solide H :

$V = \dfrac{B \times H}{3}$, avec B l'aire de la base du solide et H la hauteur du solide.

Exemples

- Le volume d'un cône est égal au tiers du volume du cylindre ayant même base et même hauteur.
- Pour le cône ci-dessous, l'aire de la base est égale à 30 cm^2 et sa hauteur est égale à 6 cm, donc son volume est égal à $\dfrac{30 \times 6}{3} = 60\,\text{cm}^3$.

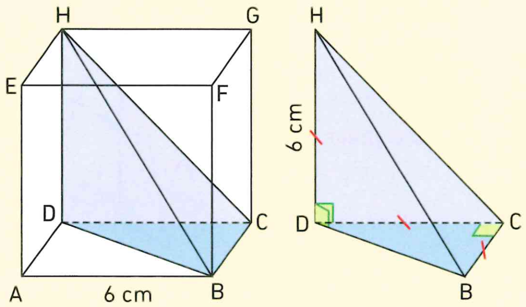


- Le volume d'une pyramide de hauteur 8 cm dont l'aire de la base est égale à 36 cm^2 vaut $\dfrac{36 \times 8}{3} = 96$ cm^3.

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Le solide ABCDEFGH ci-dessous est un cube.



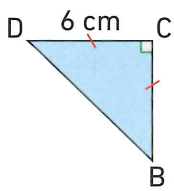
1. Quelle est la nature du solide HDBC ?
2. Construire un patron de ce solide HDBC.

1. Le solide HDBC est une pyramide qui a pour base un triangle et pour faces latérales trois autres triangles de sommet commun H.

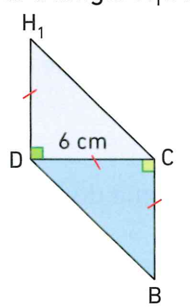
2. ▶ ÉTAPE 1

On ouvre « mentalement » la pyramide et on construit chaque face dont on connait les dimensions en vraie grandeur.

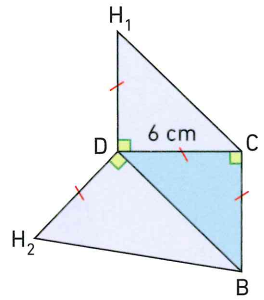
- On construit DCB.



- On y ajoute le triangle H_1DC.

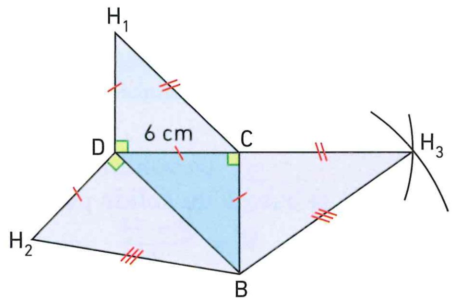


- Puis on ajoute le triangle DH_2B.



▶ ÉTAPE 2

On trace la dernière face en utilisant les faces déjà tracées.
Pour cela, on trace deux arcs de cercle :
– un arc de centre C et de rayon CH_1,
– un arc de centre B et de rayon BH_2 pour obtenir le point H_3.



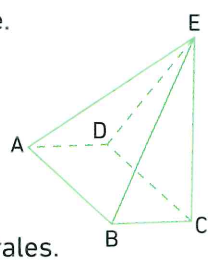
Les points H_1, H_2 et H_3 coïncideront en un même point H quand on repliera le patron.

Je m'entraine

REPRÉSENTER — RAISONNER

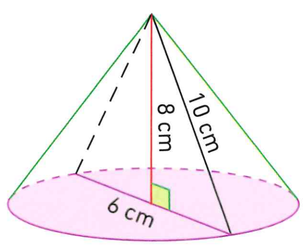
1 Activités rapides

Ce solide est une pyramide.



a. Nommer le sommet de cette pyramide.
b. Nommer sa base.
c. Nommer ses faces latérales.
d. Nommer ses arêtes latérales.
e. Réaliser un patron de cette pyramide à main levée.

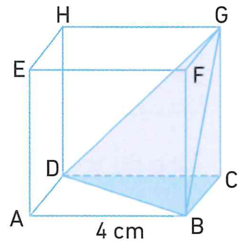
2 Donner la longueur de la hauteur du cône représenté ci-dessous, le rayon de sa base et la longueur de ses génératrices.



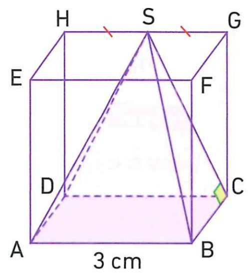
Je résous des problèmes simples

MODÉLISER · CONSTRUIRE · COMMUNIQUER

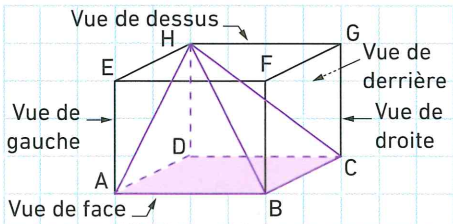
3 Construire un patron de la pyramide GBCD inscrite dans le cube.



4 Construire un patron de la pyramide SABCD inscrite dans le cube avec S le milieu de [GH].
On admettra que les triangles SBC et SAD sont respectivement rectangles en C et D.

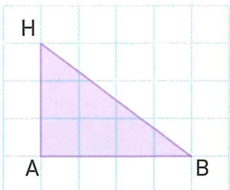


5 La future bibliothèque municipale de Pyraville sera une pyramide.
L'architecte qui présente le projet au conseil municipal a représenté la bibliothèque inscrite dans un parallélépipède.

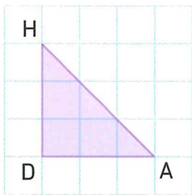


Il a représenté deux vues différentes de la pyramide :

Vue de face



Vue de gauche



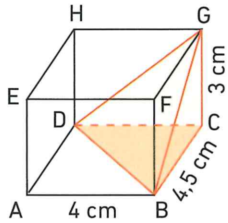
Sur papier quadrillé, représenter les vues de droite, de derrière et de dessus de la pyramide.

6 **1.** Dessiner en perspective un cône de révolution de base de rayon 5 cm et de hauteur 2 cm.
2. Dessiner en perspective un cône de révolution de base de rayon 1,5 cm et de hauteur 7 cm.

7 **Les maths autour de moi**

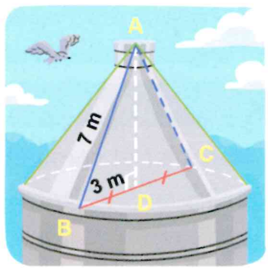
Le jouet du petit frère de Léo a la forme d'une pyramide à base carrée de côté 15 cm dont les arêtes latérales mesurent 12 cm. Réaliser un patron du jouet à l'échelle $\frac{1}{2}$.

8 La pyramide GBCD est inscrite dans un parallélépipède rectangle.

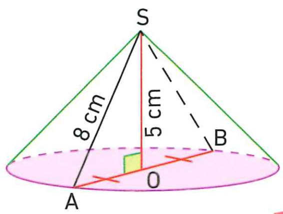


1. Quelle est la nature des faces BCG et BCD ? Les représenter en vraie grandeur.
2. En déduire la représentation en vraie grandeur de la face DGB.

9 Calculer la hauteur du toit du silo à grains de forme conique représenté ci-contre.
On donnera un arrondi au centimètre près.



10 Calculer le rayon de la base du cône représenté ci-dessous.
On donnera un arrondi au centième de centimètre.



11 **TOP Chrono** 15 min

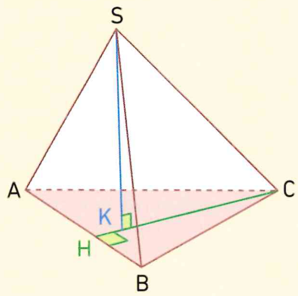
1. Représenter en perspective cavalière un cône de base un disque de diamètre 7 cm et dont les génératrices mesurent également 7 cm.
2. Calculer une valeur approchée au millimètre de la hauteur de ce cône.

objectif 2 Calculer le volume

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

SABC est une pyramide à base triangulaire de hauteur SK = 3,5 cm. On donne AB = 4 cm et CH = 5 cm.
Calculer le volume de cette pyramide arrondi au centième de cm^3 près.



▶ **ÉTAPE 1**

On calcule l'aire de la base de la pyramide.
La base de la pyramide est le triangle ABC.
Le segment [AB] mesure 4 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 5 cm.

Aide

$$\text{Aire du triangle} = \frac{\text{base du triangle} \times \text{hauteur du triangle}}{2}$$

$$\text{Aire du triangle ABC} = \frac{AB \times CH}{2}$$

$$= \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ cm}^2.$$

▶ **ÉTAPE 2**

On calcule le volume de la pyramide.

Aide

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{\text{Aire du triangle ABC} \times \text{Hauteur de la pyramide}}{3}$$

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{10 \times 3,5}{3} = \frac{35}{3} \text{ cm}^3$$

qui vaut environ 11,67 cm^3.

Je m'entraine

CALCULER

12 **Activités rapides**

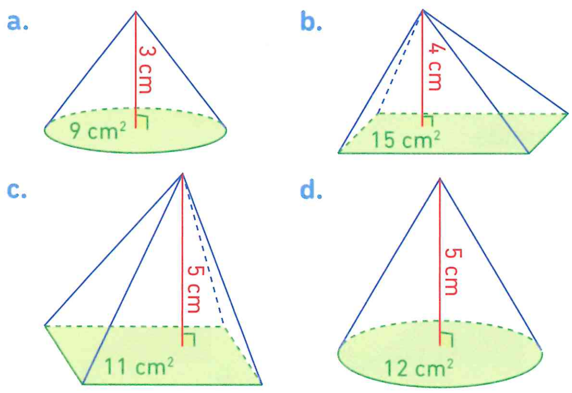
Recopier et compléter :

a. 3,5 cm^3 = ... mm^3
b. 50 cm^3 = ... dm^3
c. 4,2 dm^3 = ... cm^3
d. 8,3 dam^3 = ... m^3
e. 1,3 L = ... cm^3
f. 60 L = ... cm^3
g. 400 cm^3 = ... L
h. 6 500 cm^3 = ... L

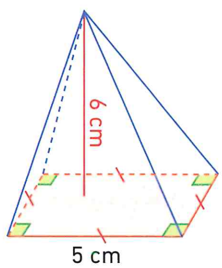
13 La petite sœur d'Uriel a reçu des jouets en bois pour Noël. Elle en a posé quelques-uns sur la table. Donner le nom de ces solides.
Quel est le solide de plus grand volume ?

14 Calculer le volume des pyramides et des cônes représentés ci-dessous à l'aide de la formule :

$$\text{Volume} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$



15 **1.** Calculer l'aire d'un carré de côté 5 cm.
2. Calculer le volume de la pyramide représentée ci-contre.



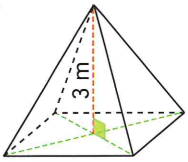
Je résous des problèmes simples

MODÉLISER CALCULER COMMUNIQUER

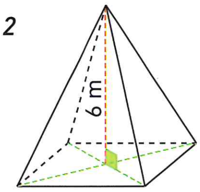
16 On a représenté ci-dessous deux toits de maison.
- Le premier a la forme d'une pyramide régulière de hauteur 3 m dont la base est un carré de côtés de longueur 4 m.
- Le second a la forme d'une pyramide de hauteur 6 m dont la base est un losange de diagonales de mesures 3,5 m et 2,5 m.

Sous quel toit a-t-on le plus grand volume ?

Toit 1

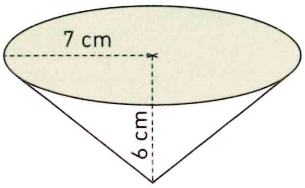


Toit 2



17 **Les maths autour de moi**

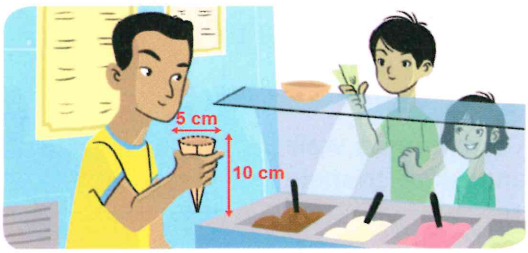
Charlène a confectionné 2 L de salade de fruits pour ses amis. Elle prévoit de la servir dans des petites coupelles de forme conique représentées ci-dessous :



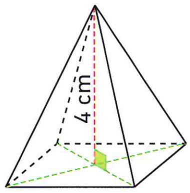
Combien de coupelles doit-elle prévoir pour servir sa salade de fruits ?

18 **Les maths autour de moi**

Samir travaille avec ses parents qui sont marchands de glace. Il veut connaitre le volume de glace qu'il pourra mettre dans les nouveaux cônes utilisés dans leur magasin.
Calculer le volume de ces cônes, symbolisés par un cône de révolution de hauteur 10 cm et dont le disque de base a pour diamètre 5 cm.
On donnera un arrondi au dixième de cm^3 près.



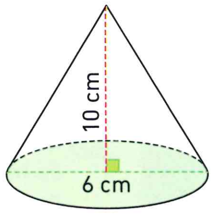
19 Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 4 cm dont la base est un losange de diagonales de longueurs 5 cm et 3 cm.



Aide

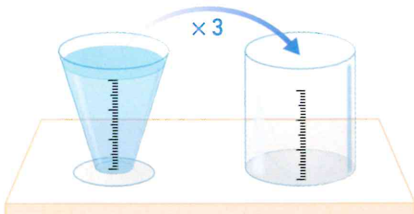
Aire d'un losange = $\dfrac{\text{Petite diagonale} \times \text{Grande diagonale}}{2}$

20 Le professeur Mathétic a demandé à ses élèves de calculer le volume du cône ci-contre.
Que peut-on penser de la solution de Viviane ?



L'aire de la base est égale à :
$\pi \times 6^2 \approx 113$ cm^2.
Le volume du cône est alors environ égal à 113×10, soit 1 130 cm^3.

21 Un verre de forme conique et un vase de forme cylindrique ont la même hauteur et le même rayon de base.
Florie prétend qu'en versant le contenu de trois verres pleins dans le vase, celui-ci sera parfaitement rempli.
A-t-elle raison ? Expliquer.



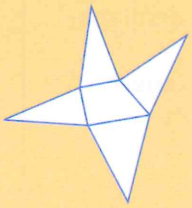
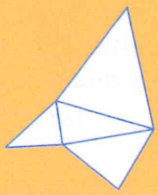
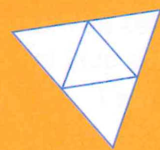
22 **TOP Chrono** 10 min

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5 cm et AC = 7 cm.
Calculer le volume de la pyramide SABC de base le triangle ABC et de hauteur 6,5 cm.

je travaille seul(e)

Je fais le point sur mon cours

Corrigés page 265

	A	B	C
23 Une pyramide est régulière si toutes ses faces sont :	des triangles équilatéraux	des triangles isocèles	des triangles isocèles superposables
24 Quelle figure n'est pas le patron d'une pyramide ?			
25 La base d'un cône de révolution est :	un cercle	un disque	un ovale
26 Le volume d'un cône de hauteur h et de base d'aire B est égal à :	$B \times h$	$\frac{1}{3}B \times h$	$3 \times B \times h$
27 Le volume d'une pyramide de hauteur h et de base un carré de côté c est égal à :	$\frac{h \times c^2}{3}$	$\frac{c \times h^2}{3}$	$\frac{h \times c}{3}$

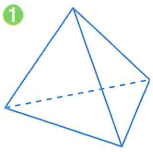
Retrouve un autre QCM interactif sur le site www.bordas-myriade.fr.

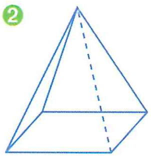
Je fais le point sur mes objectifs

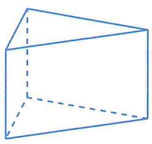
Corrigés page 265

objectif 1
Observer et manipuler les pyramides et les cônes de révolution

28 **1.** Parmi les solides suivants, lesquels sont des pyramides ?

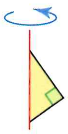
❶ 

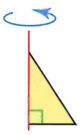
❷ 

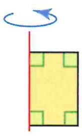
❸ 

2. Pour les pyramides, donner le nombre de faces et le nombre d'arêtes.

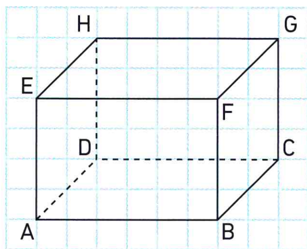
29 Quelle figure faut-il faire tourner autour de l'axe rouge pour obtenir un cône de révolution ?

❶ 

❷ 

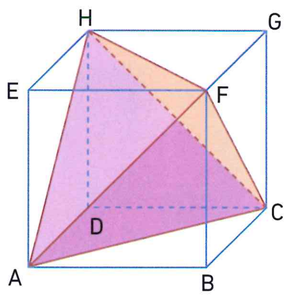
❸ 

30 **1.** Sur papier quadrillé, reproduire le parallélépipède ci-contre.



2. Soit I et J les milieux respectifs de [AD] et [CD].
Dans le parallélépipède, tracer en bleu la pyramide HBIJ.

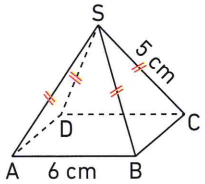
31 Le solide ABCDEFGH est un cube de côté de longueur 5 cm.



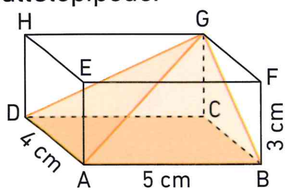
1. Quelle est la nature du solide FACH ?

2. Construire en vraie grandeur le triangle ACH.

32 Réaliser un patron de cette pyramide à base carrée.



33 Réaliser un patron de cette pyramide inscrite dans un parallélépipède.



34 Calculer une valeur approchée au millimètre près de la hauteur d'un cône ayant pour base un disque de rayon 4,5 cm et dont les génératrices mesurent 9 cm.

35 Soit un triangle MNP rectangle en N tel que $\widehat{NMP} = 35°$ et MP = 7 cm. On fait tourner le triangle MNP autour de son côté [MN].
Calculer la hauteur du cône de révolution obtenu.
On donnera un arrondi au mm près.

objectif 2

Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

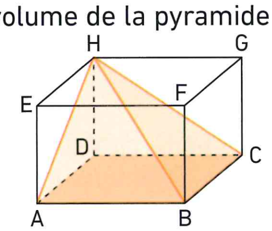
36 Calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur 5,5 cm et dont le disque de base a pour diamètre 5 cm.
On en donnera un arrondi au dixième de cm^3 près.

37 Soit un triangle MNP rectangle en M tel que MN = 3,6 cm et NP = 4,5 cm.

1. Calculer MP.

2. Calculer le volume de la pyramide AMNP de base le triangle MNP et de hauteur 5,5 cm.

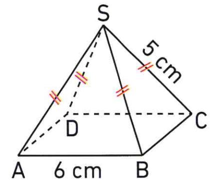
38 On a tracé la pyramide HABCD dans un parallélépipède.
On donne AB = 5 cm, AD = 4 cm et AE = 3 cm.
Calculer le volume de la pyramide HABCD.



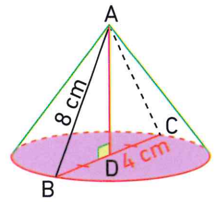
39 La pyramide régulière SABCD possède une base carrée.

1. Calculer sa hauteur arrondie au millimètre.

2. Calculer une valeur approchée de son volume.

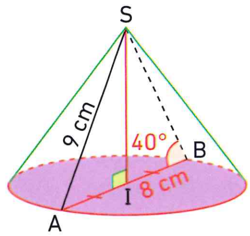


40 **1.** Dans le cône ci-dessous, calculer AD.



2. Calculer le volume du cône.

41 **1.** Dans le cône ci-dessous, calculer SI et IB.



2. Calculer le volume du cône.

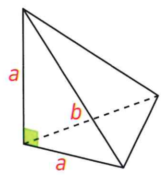
42 **Vrai ou faux ?**

1. Le volume d'une pyramide est proportionnel à sa base.

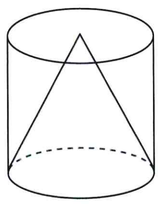
2. Le volume d'une pyramide est proportionnel au carré de sa hauteur.

43 **1.** Exprimer le volume de la pyramide ci-contre en fonction de a et b.

2. En déduire le volume de la pyramide lorsque $a = 2b = 10$ cm.



44 On a représenté ci-contre un cône qui a la même base et la même hauteur que le cylindre dans lequel il est inscrit.
Par combien doit-on multiplier le volume du cône pour obtenir le volume du cylindre ? Justifier.



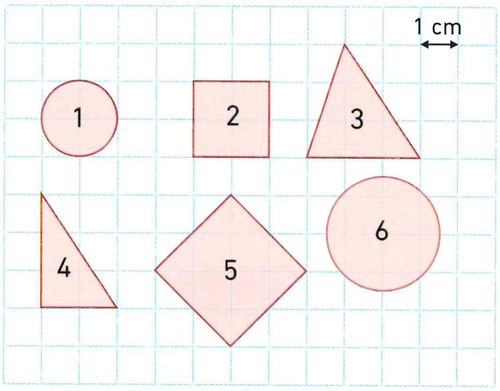
Je résous des problèmes

Objectifs 1 2

45 Ranger du plus petit au plus grand

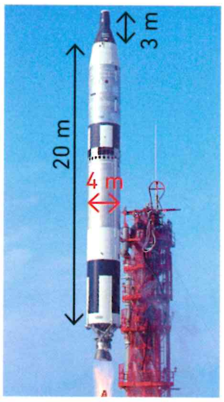
DOMAINE 3 DU SOCLE

Chacune des figures ci-dessous est la base d'une pyramide ou d'un cône de hauteur 3 cm.
Ranger ces solides dans l'ordre croissant de leur volume.



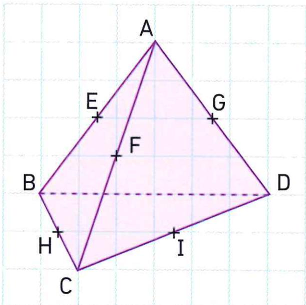
46 Calculer un volume

Une fusée peut être assimilée à un solide formé d'un cylindre surmonté d'un cône.
La base de la fusée ci-contre est un disque de diamètre 4 m. La hauteur du cylindre est égale à 20 m, celle du cône est égale à 34 m.
Calculer le volume de la fusée.



47 Étudier une pyramide tronquée

Élia possède un tétraèdre en bois sur lequel elle a marqué les milieux E, F, G, H et I des côtés respectifs [AB], [AC], [AD], [BC] et [CD].



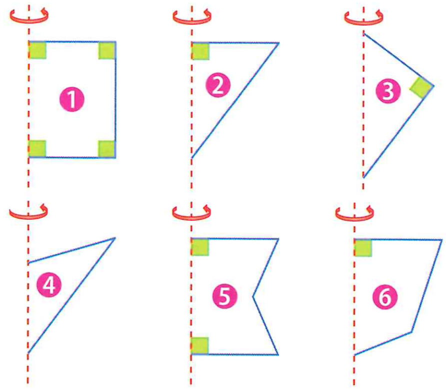
1. Élia coupe son tétraèdre et lui retire le tétraèdre AEFG.
À l'aide du quadrillage, dessiner en perspective cavalière le solide obtenu.

2. Elia recoupe le solide obtenu (dessiné en **1.**) et retire maintenant le tétraèdre CFIH.
À l'aide du quadrillage, dessiner en perspective cavalière le nouveau solide obtenu.

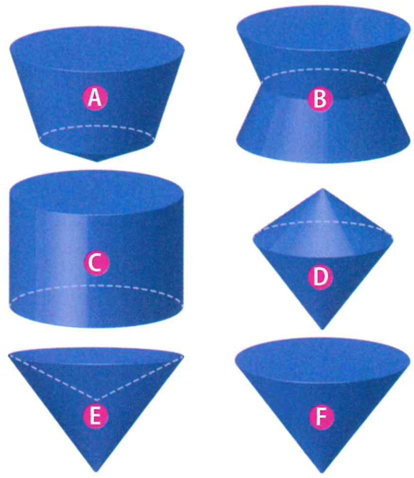
48 Générer des solides

DOMAINE 2 DU SOCLE

On fait tourner des figures autour d'un de leurs côtés comme schématisé ci-dessous :

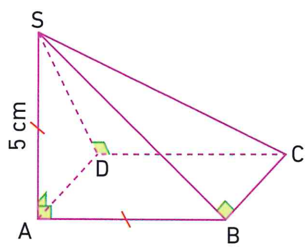


Associer dans chaque cas le solide obtenu :



49 TRAVAIL EN GROUPE Fabriquer des pyramides

1. Construire trois patrons identiques de la pyramide SABCD ci-dessous à base carrée.



2. À l'aide de pliages et de collages, réaliser ces pyramides.

3. Vérifier qu'en assemblant ces pyramides, on reconstitue un cube.

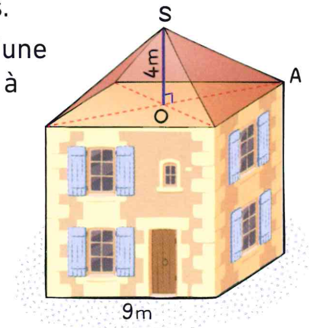
4. Fabriquer une boite cubique ouverte sur le dessus et d'arêtes de longueur 5,4 cm afin d'y ranger les trois pyramides.

50 Calculer une surface

TRAVAIL EN GROUPE — DOMAINE 5 DU SOCLE

La maison de René est très ancienne. René décide donc de refaire toute la toiture et de la recouvrir avec des tuiles neuves.

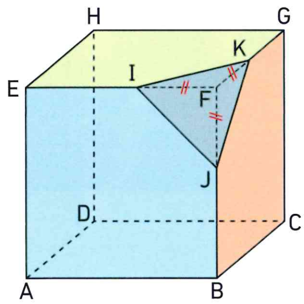
Son toit a la forme d'une pyramide régulière à base carrée.



1. Calculer la hauteur issue de S d'une face latérale de la pyramide.
2. Calculer la surface du toit à recouvrir.

51 Calculer un volume

Un cube de côté de longueur 6 cm a été entaillé, tel que FI = FJ = FK = 2,5 cm.



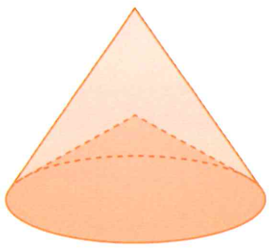
La face laissée par l'entaille est le triangle IJK.

1. Quelle est la nature du triangle IJK ?
2. Quelle est la nature du morceau entaillé ?
3. Calculer le volume du morceau entaillé.
4. Réaliser un patron du morceau entaillé.

52 Résoudre un problème ouvert

DOMAINE 4 DU SOCLE

Dans un cône de rayon 7 cm et de hauteur 10 cm, on creuse un cône de même base et de hauteur 4 cm.
Calculer le volume du solide obtenu.



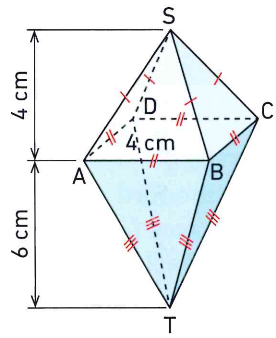
53 Calculer un volume

En 2010, quelque 780 millions de litres de pétrole brut se sont échappés d'un puits de forage endommagé et se sont déversés dans le golfe du Mexique.
Quelle serait la hauteur d'une pyramide de base un carré de côté 30 m contenant la totalité du pétrole déversé ?

54 Réaliser un patron

TRAVAIL EN GROUPE

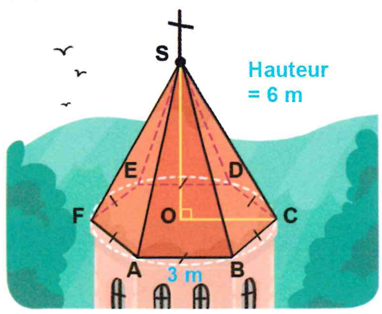
L'octaèdre ci-dessous est tel que ABCD est un carré de centre O et de côtés de longueur 4 cm.



1. Construire en vraie grandeur le carré ABCD.
2. Construire en vraie grandeur les triangles AOS et AOT.
3. Réaliser en un seul morceau un patron de l'octaèdre.

55 Réaliser un patron

On a schématisé ci-dessous le toit d'une église qui a la forme d'une pyramide régulière à base hexagonale.



Réaliser un patron du toit à l'échelle $\frac{1}{100}$.

Dans les autres matières

56 The pyramid of Giza

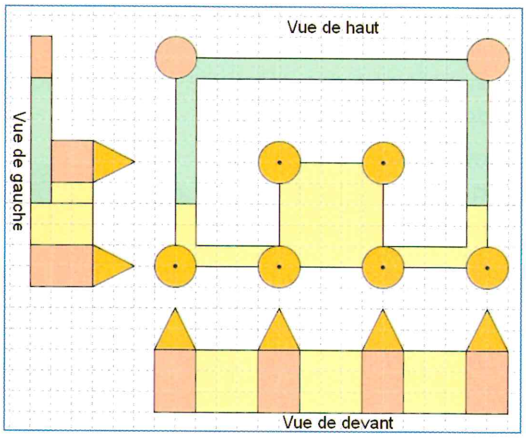
Giza preserves testimonies of ancient Egyptian civilization: the famous great pyramids of Cheops, Chephren and Mykerinos, as well as the Sphinx. The pyramids can be considered as square pyramids.

Pyramid	Khéops	Khéphren	Mykérinos
Side of the base	230 m	215 m	105 m
Height	137 m	137 m	66 m

Calculate the volume of each pyramid and organize them in increasing order of volume.

57 Le château de Chambord

Le chateau de Chambord est un chateau français situé dans la Loire (41), près de Blois. On a représenté de façon schématisée trois vues différentes du château.



Représenter sur papier quadrillé la vue de droite et la vue de derrière du château.

EPI Enseignement Pratique Interdisciplinaire

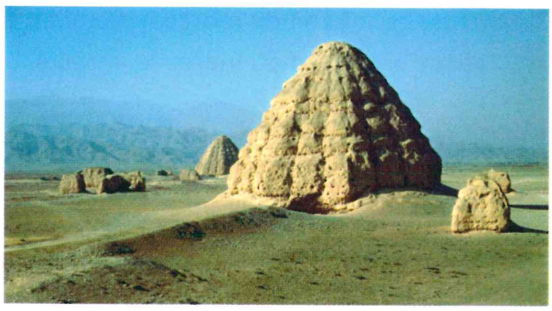
Culture et créations artistiques

Mathématiques & Histoire-Géographie

Les pyramides de l'Histoire

On trouve des vestiges monumentaux en forme de pyramide à différentes époques de l'Histoire et dans différentes civilisations.

En Égypte antique, chez les Mayas ou encore en Chine, comment les Hommes ont-ils été amenés à adopter cette forme pour leurs édifices les plus imposants ?



Une pyramide chinoise

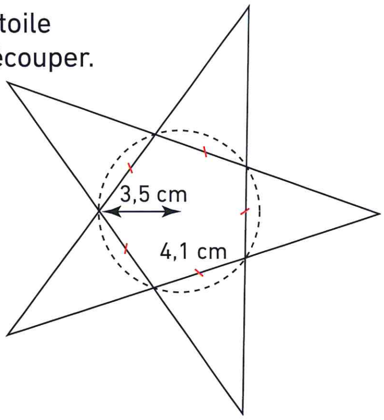
Projet

Faire des recherches historiques sur le sujet, puis réaliser une maquette de plusieurs de ces pyramides à l'échelle et comparer leurs volumes ou leurs dimensions.

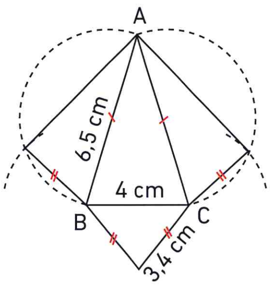
Notions mathématiques : Pyramide • Cône • Échelle • Volume • Construction

ux
matiques

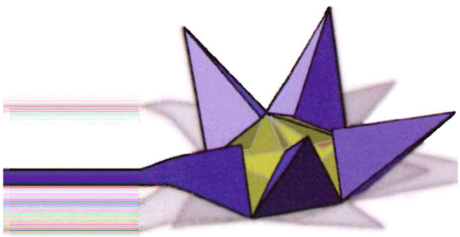
agramme
roduire l'étoile
tre et la découper.

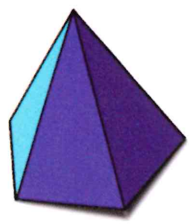


roduire cinq fois
on de la pyramide
tre.
per, plier et coller
ramides obtenues.
ler les cinq pyra-
sur les branches
toile afin de fabri-
le pentagramme.



ois collé, en repliant les branches vers le
e, on obtient une pyramide à base pentagonale.





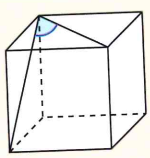
Peux-tu dessiner un octaèdre en perspective cavalière ?

Vocabulaire

Un **octaèdre** est composé de huit faces qui sont des triangles équilatéraux.

igme

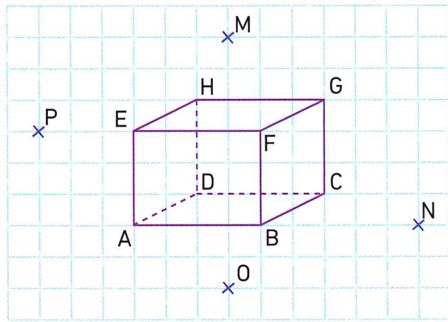
le cube ci-contre,
est la mesure
ngle marqué ?



devoirs à la maison

61 Quatre pyramides

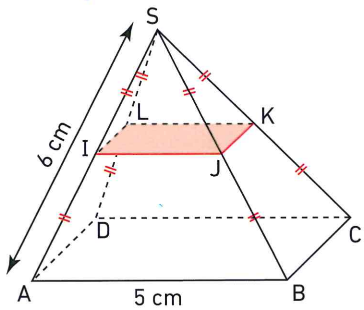
1. Sur une feuille quadrillée, reproduire le parallélépipède rectangle ci-dessous ainsi que les points M, N, O et P.



2. Sur la même figure, tracer en perspective les quatre pyramides MEFGH, NBCGF, OABCD et PADHE.

Les arêtes cachées sont tracées en pointillés.

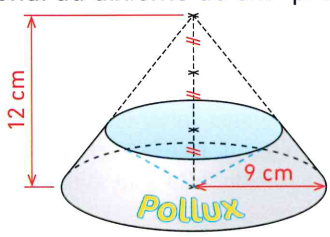
62 Pyramide coupée : le « frustum »



SABCD est une pyramide régulière à base carrée.
Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [SA], [SB], [SC] et [SD].
On coupe la pyramide SABCD et on lui retire la pyramide SIJKL.
Réaliser un patron de la pyramide coupée ABCDIJKL.

63 La gamelle de Pollux

Calculer le volume d'eau (représentée en bleu sur la figure) que l'on peut verser dans la gamelle de Pollux arrondi au dixième de cm^3 près.

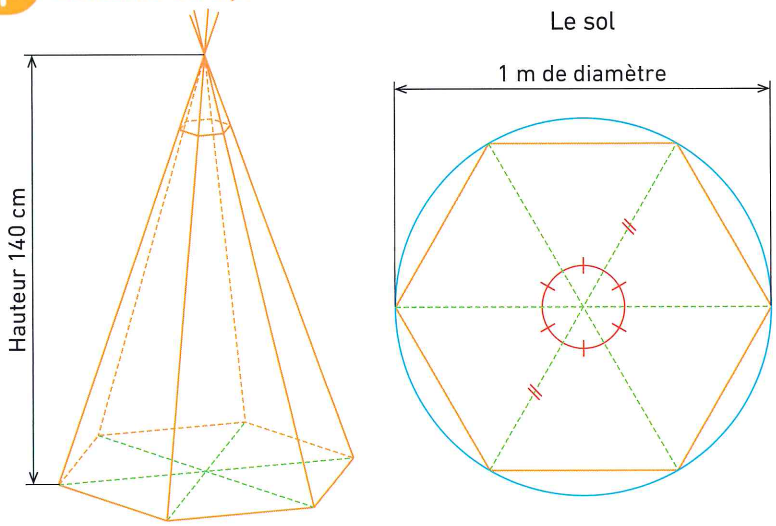


5 Le tipi

Michel veut construire une tente indienne pour ses petits-enfants. Pour cela, il doit acheter du tissu et des armatures en bois ; il a déjà la ficelle pour attacher les armatures entre elles.

▶ **Aide-le à déterminer la quantité de tissu et d'armatures en bois nécessaires pour son tipi et calcule le prix de sa réalisation.**

DOC 1 Schéma du tipi

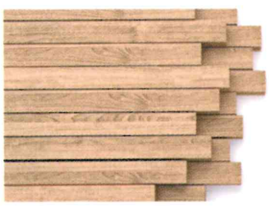


DOC 2 Montage du tipi

- Tissu en 180 cm de large. Prix : 4,99 €/m.
- Ajouter 2 cm tout autour des différentes pièces de tissu pour les coutures permettant de les assembler.
- Pour consolider le sol de la tente, doubler l'épaisseur de tissu.
- Au sommet de la tente, prévoir une ouverture suffisante pour faire passer les armatures en bois (hexagone inscrit dans un cercle d'au moins 5 cm de rayon).
- Pour l'ouverture du tipi, ne pas coudre sur toute la hauteur les morceaux de tissu pour l'une des faces latérales.
- Prévoir de faire dépasser les armatures de 20 cm au dessus de leur point d'attache.

DOC 3 Les armatures en bois

- **Section carrée**
13 mm × 13 mm
L. 2,40 m
2,75 € TTC/pièce



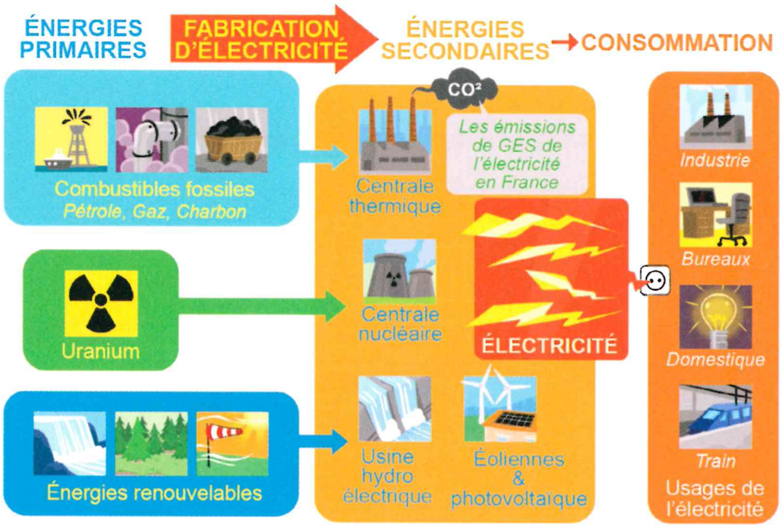
- **Section ronde**
Diam. 15 mm
L. 2 m
3,50 € TTC/pièce

6 La production d'électricité en France

▶ **Choisis une représentation adaptée pour illustrer l'évolution de la part de chaque énergie (fossile, nucléaire, renouvelable) dans la production d'électricité française de 1973 à 2014.**

DOC 1 Provenance de l'électricité

On peut regrouper les modes de production d'électricité en trois catégories :
- l'électricité provenant d'**énergies fossiles** (principalement charbon, gaz naturel, pétrole) par le biais d'une centrale thermique ;
- l'électricité provenant de l'**énergie nucléaire** ;
- l'électricité provenant d'**énergies renouvelables** (hydraulique, éolienne, solaire, géothermique).



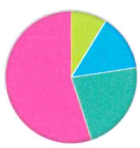
DOC 2 Production d'électricité en Twh

L'énergie produite s'exprime en :
- kWh = kilowattheure ;
- MWh = millier de kWh ;
- GWh = million de kWh ;
- TWh = milliard de kWh.

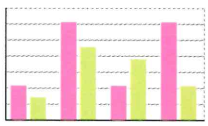
	1973	1990	2002	2014
Thermique classique	119,5	48,2	55,7	27,0
Nucléaire	14,8	313,7	436,8	415,9
Hydraulique	48,1	58,3	66,4	68,2
Éolien	–	–	0,3	17,0
Photovoltaïque	–	–	–	5,9
Total	**182,4**	**420,2**	**559,2**	**534,0**
dont électricité primaire	**62,9**	**372,0**	**503,5**	**507,0**

DOC 3 Les graphiques les plus courants

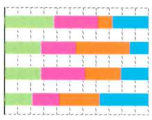
- **Le diagramme circulaire** représente une répartition à un moment donné. Chaque secteur est proportionnel à la part de chaque catégorie, exprimée en %.



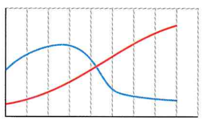
- **Le diagramme en bâtons** représente des séries discontinues.



- **Le diagramme en barres** représente l'évolution d'une répartition. Chaque zone d'une barre est proportionnelle aux données.



- **Les courbes** représentent des séries chronologiques continues.

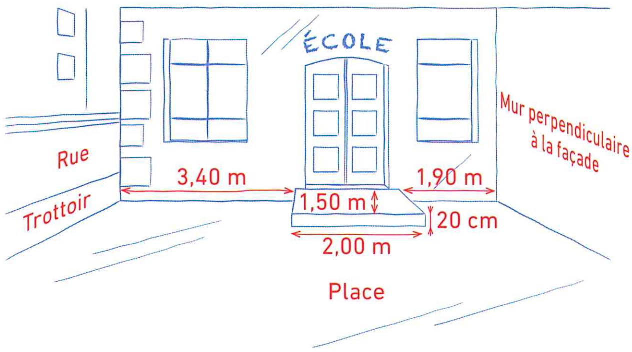


7 La rampe d'accès

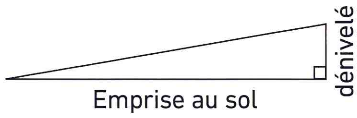
L'ancienne école du village de Restors va être transformée en un lieu d'exposition. Une rampe d'accès pour personnes à mobilité réduite doit être construite au niveau de l'entrée principale, en conservant la marche existante comme palier.

► **Fais plusieurs propositions de construction de cette rampe respectant les normes d'accessibilité des bâtiments publics.**

DOC 1 La façade de l'ancienne école



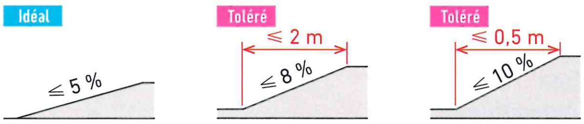
DOC 2 Calcul de pente

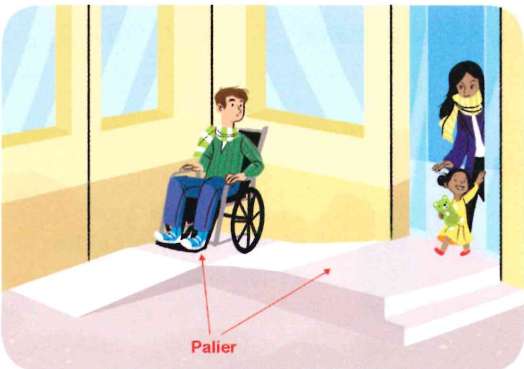


$$\text{Pente (en \%)} = \frac{\text{Dénivelé}}{\text{Emprise au sol}}$$

Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

DOC 3 Les pourcentages de pente réglementaires





Pour une rampe accessible sans effort, respecter une pente de **5** %, ou éventuellement de **8** % sur 2 mètres de longueur maximum, ou de **10** % pour moins de 50 cm de longueur.

DOC 4 Autres réglementations

La largeur minimum de la rampe doit être de 1,40 m.
Les paliers permettant de changer de direction doivent être horizontaux et permettre les manœuvres (une zone de 1,50 m de diamètre minimum est recommandée).

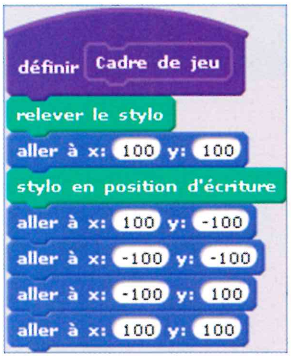
Problèmes de synthèse

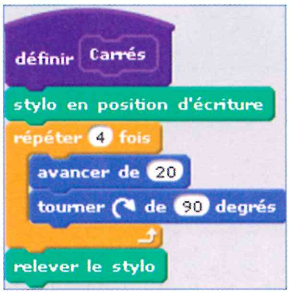
Les problèmes qui suivent sont de vrais problèmes, basés sur des situations réelles. Ils font chacun appel aux connaissances d'au moins deux chapitres différents sans que ceux-ci soient mentionnés afin de pouvoir tester si ces connaissances sont bien maitrisées.

Problème 1 Le jeu de Franck ALGO

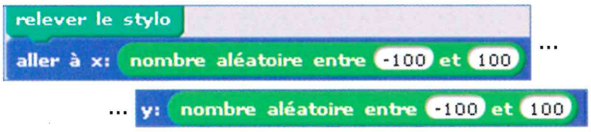
Frank a programmé un jeu avec le logiciel Scratch. Le cadre dans lequel va évoluer le lutin est tracé grâce au bloc « Cadre de jeu ».
À l'intérieur de ce cadre ont été tracés 25 carrés en appelant à chaque fois le bloc « Carrés » :
- 8 carrés rouges représentent des pièges qu'il faudra éviter pour ne pas perdre une vie ;
- 16 carrés jaunes symbolisent de l'argent qu'il faudra essayer de récupérer ;
- un carré vert permettra de gagner une vie.

Les différents carrés ne se chevauchent pas.





Au début d'une partie, le lutin est placé dans le cadre de jeu grâce à la partie du script suivante :



Calculer la probabilité :

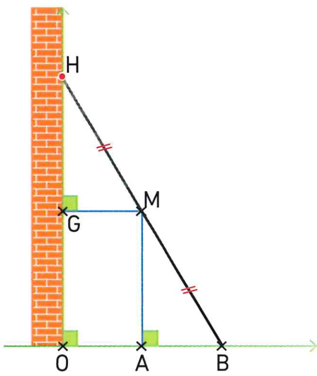
a. de gagner une vie dès le début de la partie ;

b. de perdre une vie dès le début de la partie ;

c. de récolter de l'argent dès le début de la partie.

Problème 2 L'échelle

Une échelle de 2 m est placée en appui contre un mur.
On représente cette situation dans un plan où le mur et le sol sont les axes perpendiculaires d'un repère.



Dans ce repère, on localise le milieu de l'échelle par les nombres x et y tels que $x = \text{OA}$ et $y = \text{OG}$; l'unité utilisée est le mètre.

1. a. Expliquer pourquoi x et y doivent vérifier l'égalité $x^2 + y^2 = 1$.

b. Si OB = 0,8 m, calculer la valeur de x, puis celle de y arrondie au cm près.

2. On déplace l'échelle dans le plan du repère en maintenant le contact avec le mur et le sol.

a. À quelle situation correspond le cas où $x = 0$?

b. Quelle est la valeur la plus grande que peut prendre x ?

c. Reproduire et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats au centième) :

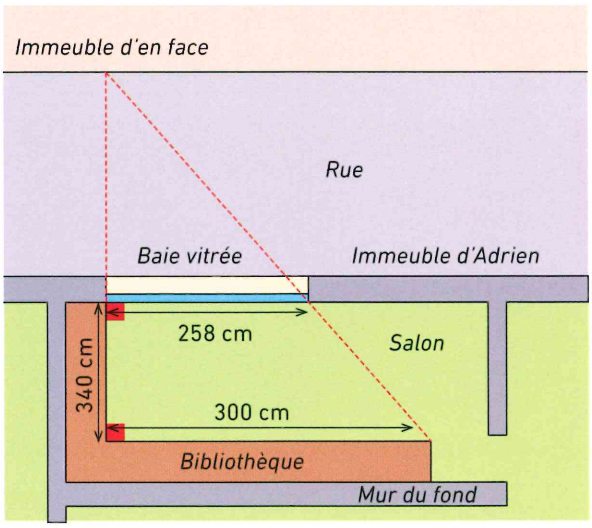
x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
y								

3. a. Représenter les couples $(x ; y)$ dans un repère orthogonal. Choisir la même unité sur les axes.

b. Faire une conjecture sur la trajectoire que semble parcourir le milieu de l'échelle lorsque celle-ci glisse le long du mur.

Problème 3 La distance entre deux immeubles

Par un jour pluvieux, Adrien note à la craie les mesures suivantes sur le parquet du salon de l'appartement qu'il habite avec ses parents :



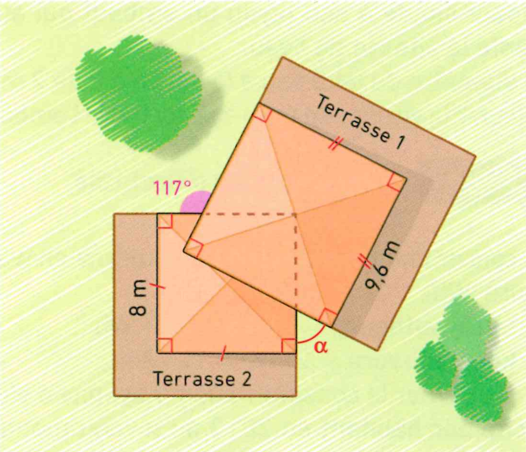
Les proportions ne sont pas respectées ici.

En considérant que les façades des deux immeubles sont parallèles, calculer la distance séparant ces deux immeubles.

Problème 4 Les terrasses

Le plan suivant donne les dimensions de la maison de plain pied de M. et Mme Palacio.

Vocabulaire
Une maison de plain pied n'a pas d'étage.



1. Calculer la superficie de leur habitation.

2. M. et Mme Palacio souhaitent augmenter la largeur de leurs terrasses.
Comment choisir cette nouvelle largeur qu'ils veulent identique pour les deux terrasses pour que celles-ci occupent une surface totale équivalente à celle de la maison ?

3. Déterminer la mesure α de l'angle repéré sur le plan.

Problème 5 Le drapeau des Seychelles

Depuis 1996, le drapeau des Seychelles est celui-ci :

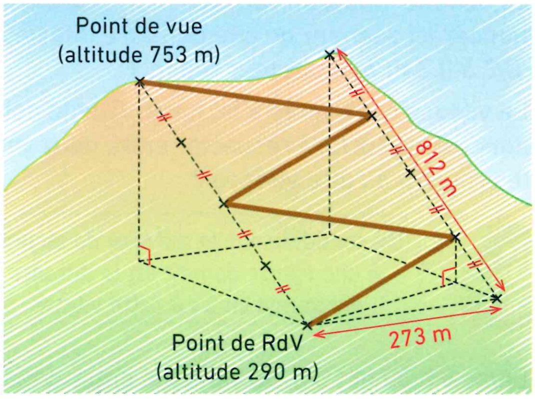
Le rapport de la largeur du drapeau sur sa longueur est égal à $\frac{1}{2}$.

1. Pour définir les secteurs de couleurs, les côtés du haut du drapeau et de sa droite ont chacun été partagés en trois segments de même longueur.
Quelle est la part de l'aire de chaque secteur par rapport à l'aire totale du drapeau ?

2. a. Quel découpage faudrait-il faire pour obtenir cinq secteurs de même aire ?
b. Dessiner le drapeau correspondant à ce découpage.

Problème 6 La randonnée

Deux associations de randonneurs partent du même point de rendez-vous pour atteindre le même point de vue au sommet d'un relief.
En revanche, leurs itinéraires diffèrent : l'association « Les cabris » emprunte le chemin le plus court entre les deux points ; l'association « Les marmottes » a choisi de suivre le sentier en zigzag.
Le flan du relief peut être assimilé à une surface plane de forme rectangulaire.



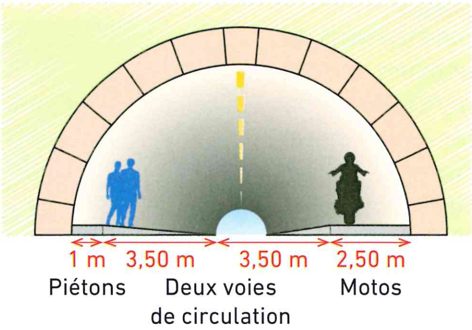
Les marcheurs de l'association « Les cabris » avancent à une vitesse moyenne de 0,5 km/h ; ceux de l'association « Les marmottes » à une vitesse moyenne de 1 km/h.

1. Les deux associations commencent leur ascension au même moment. Si les marcheurs ne font pas de pause, quelle association arrivera la première au sommet ?

2. a. Calculer le dénivelé de la randonnée.
b. Pour chacune des associations, calculer la pente de l'itinéraire choisi.
La pente en pourcentage est le rapport du dénivelé sur la distance horizontale correspondante, les deux devant être exprimés dans la même unité.

Problème 7 Le tunnel

Voici le plan en coupe d'un tunnel de forme semi-cylindrique et de longueur 480 m :



1. À l'entrée d'un tunnel, un panneau indique la hauteur maximale autorisée pour les véhicules, exprimée au dm près. Quelle hauteur faut-il annoncer ici sachant qu'elle doit être inférieure de 0,2 à 0,3 m à la hauteur réelle ?

2. La vitesse est limitée à 50 km/h. Quelle est la distance de sécurité à respecter entre deux véhicules roulant à cette vitesse ?

On considère que la distance de sécurité à une vitesse donnée est la distance parcourue en 2 s à cette vitesse.

3. Entre 8 h 30 et 10 h, un véhicule entre dans le tunnel toutes les 4 s.
En considérant que tous les véhicules roulent en moyenne à 45 km/h, combien y a-t-il de véhicules présents simultanément dans le tunnel dans ce créneau horaire ?

Vocabulaire
Simultanément signifie ici « en même temps ».

Problème 8 Le débit du tuyau d'arrosage

1. Dans son jardin, M. Gédaut utilise une arrivée d'eau dont le débit est de 24 L/min.
Convertir ce débit en m^3/s.

2. a. Pour arroser son jardin, il branche un tuyau ayant un diamètre intérieur de 19 mm.
Calculer l'aire de la section du tuyau d'arrosage, arrondie au mm^2.

b. Calculer la vitesse de l'eau à la sortie du tuyau d'arrosage en utilisant la formule :

Débit = Aire de la section $\times$ Vitesse

où le débit est exprimé en m^3/s ; l'aire de la section en m^2 et la vitesse en m/s.

3. Pour nettoyer son VTT après une sortie, M. Gédaut ajoute à son tuyau un embout qui augmente la vitesse de l'eau.
Le diamètre du jet d'eau à la sortie est de 2 mm.
Calculer la vitesse de l'eau à la sortie de l'embout.

Problème 9 La consommation d'électricité dans le monde

La consommation d'électricité s'exprime en wattheure (Wh).
- 1 tétrawattheure = 1 TWh = 10^{12} Wh.
- 1 kilowattheure = 1 kWh = 10^3 Wh.

1. a. Calculer la consommation moyenne d'électricité par habitant en 2013 au niveau mondial (arrondir le résultat au kWh près) à l'aide du tableau ci-dessous.

	Consommation d'électricité en TWh	Nombre d'habitants en millions
États-Unis et Canada	4 655,4	352
Amérique latine	1 105,4	613
Europe et Russie	4 475,3	742
Asie	10 128,3	4 299
Afrique	632,3	1 111
Océanie	280,6	38

Données pour l'année 2013.

b. Pour chaque zone géographique, calculer la consommation moyenne d'électricité par habitant en 2013 (arrondir les résultats au kWh près).

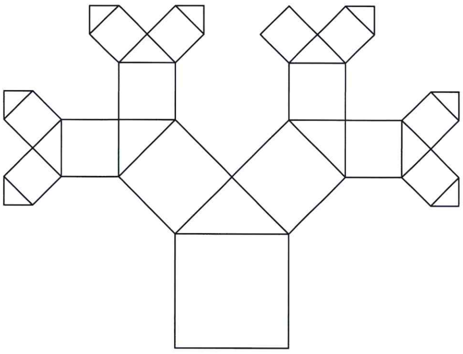
2. En 2013, en Afrique du Sud, il y avait 53 millions d'habitants et la consommation moyenne d'électricité par habitant était de 6 040 kWh.
Calculer la consommation moyenne d'électricité par habitant pour le reste du continent africain.

3. a. Pour chaque zone géographique, calculer la part de sa population par rapport à la population mondiale, puis la part de sa consommation électrique par rapport à la consommation mondiale.

b. Représenter ces répartitions par deux diagrammes circulaires.

Problème 10 La fresque

Des élèves de 4^{e} 4 ont travaillé sur un projet de fresque à réaliser sur l'une des façades du collège. Le projet retenu est le suivant :



La figure est uniquement composée de carrés et de triangles rectangles isocèles. Les élèves ont décidé de prendre 1 m de côté pour le plus grand des carrés.

1. a. Sur une feuille à petits carreaux, réaliser un schéma de la fresque à l'échelle 1/25^{e}.

b. La façade mesure 5,50 m de haut et 10 m de large. Les dimensions choisies pour la fresque permettent-elles de la reproduire sur cette façade ?

2. Les élèves veulent peindre l'intérieur de la fresque. Ils se sont fixés quelques contraintes :
– chaque triangle et chaque carré sera peint d'une seule couleur ;
– cinq couleurs seront utilisées et chacune occupera la même aire ;
– la fresque n'aura aucun axe de symétrie.

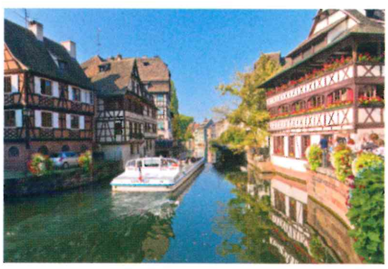
a. Calculer l'aire totale de la fresque.

b. Faire une proposition de répartition de couleurs sur la figure réalisée précédemment.

3. Réaliser cette fresque à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Problème 11 Les différences de température

Les tableaux suivants donnent les températures mensuelles moyennes pour les années 2012 et 2013 à Strasbourg.



	Janv.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin
2012	4,1	−0,8	9,5	10,6	16,8	18,7
2013	2,2	1,1	3,8	11,1	13,1	18,6
Différence	−1,9	1,9				

	Juill.	Août	Sept	Oct.	Nov.	Déc.
2012	19,7	21,1	16,1	10,5	6,9	4,5
2013	22,1	20,0	16,4	13,0	5,9	3,8
Différence						

1. Reproduire et compléter les tableaux.

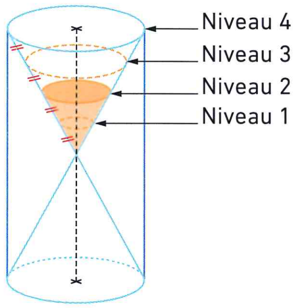
2. a. Calculer la température moyenne pour l'année 2012, puis pour l'année 2013.

b. Quelle est en moyenne la différence entre les températures des deux années ?

3. Calculer l'étendue de températures pour chaque année.

Problème 12 Le sablier

Étienne a récupéré un sablier vide et décide de le remettre en état. Le sablier est formé de deux cônes identiques dont les bases ont un diamètre de 6 cm. La hauteur totale du sablier est de 10 cm.



1. Il verse du sable dans le sablier et chronomètre son temps d'écoulement.
Il réalise quatre fois l'expérience avec des niveaux de sable différents et obtient les résultats suivants :

Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
15 s	2 min	6 min 45 s	16 min

Y a-t-il proportionnalité entre la hauteur de sable et le temps d'écoulement ?

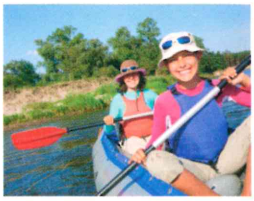
2. a. Calculer les valeurs exactes des volumes de sable correspondant à chaque niveau et dire s'il y a proportionnalité entre ces volumes et les temps d'écoulement.

b. Calculer le débit du sable en cm^3/h.

3. Étienne vide à nouveau le sablier, puis met la quantité de sable nécessaire pour mesurer 8 minutes.
Après écoulement, quelle hauteur le sable occupera-t-il dans la partie basse du sablier ?

problèmes de synthèse

Problème 13 Le raid



Plusieurs membres de l'association « En avant la nature » participent à un raid par équipe de deux. Ils partent à VTT pour rejoindre une rivière où ils récupèrent un kayak pour parcourir 5 km sur l'eau. Le raid se termine par une course à pied de distance égale à celle parcourue à VTT.

1. Sachant que le parcours en kayak représente le cinquième de la distance totale, calculer la distance à parcourir à VTT et à pied.

2. Le tableau suivant donne les temps (en h, min et s) des équipes pour chaque discipline :

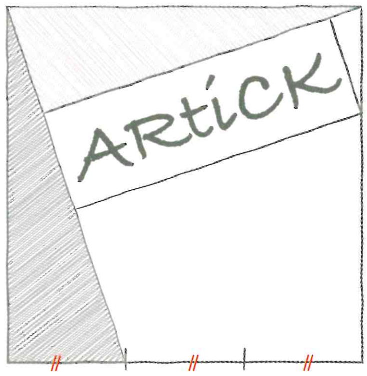
Les équipes	VTT	Kayak	Course à pied
Les chicas Femmes	00 : 28 : 24	00 : 57 : 16	00 : 48 : 43
Twin sisters Femmes	00 : 35 : 47	00 : 59 : 44	00 : 46 : 37
Run for fun Hommes	00 : 26 : 03	00 : 35 : 27	00 : 42 : 17
Bob and Jo Hommes	00 : 34 : 26	00 : 43 : 11	01 : 01 : 17
Les dératés Hommes	00 : 37 : 52	00 : 45 : 49	00 : 48 : 06
Les touristes Mixte	00 : 29 : 27	00 : 47 : 29	00 : 42 : 54
Courtoujours Mixte	00 : 28 : 40	00 : 39 : 46	01 : 01 : 39

L'association a décidé de financer la participation des meilleures équipes à un autre raid.
Voici ses critères de sélection :
– avoir effectué la totalité du parcours en moins de 2 h 15 min ;
– avoir une vitesse moyenne inférieure à :
  • 20 km/h en VTT ;
  • 6 km/h en kayak ;
  • 12 km/h en course à pied.

Quelles équipes vont être aidées financièrement par l'association ?

Problème 14 Le logo

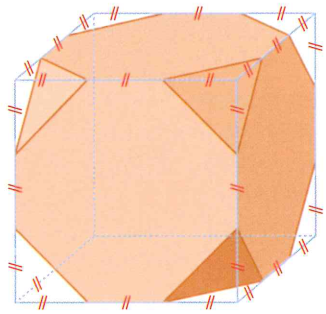
Un graphiste doit réaliser ce logo de forme carrée pour une entreprise :



Combien mesure le côté du logo si les dimensions de l'encadré rectangulaire où est écrit ARtiCK sont 10 cm sur 3 cm ?

Problème 15 Le presse-papier

Karima a un presse-papier en bois qui a la forme d'un cube de 10 cm d'arête dont on a sectionné les huit coins de la même façon.



Elle ne sait plus si son presse-papier est en aulne, en érable ou en hêtre.
Les masses volumiques de ces essences sont données dans le tableau suivant :

Essences de bois		Masse volumique
	Aulne	530 km/m^3
	Érable	640 km/m^3
	Hêtre	710 km/m^3

Sachant que la masse du presse-papier est de 609 g, déterminer de quel bois il est fait.

Ces corrigés correspondent à la rubrique « Je travaille seul(e) » des chapitres.

chapitre 1 Opérations sur les nombres relatifs

42 A 43 B 44 A 45 C 46 A

47 **1.** $A = -12$; $B = -35$; $C = 10$; $D = 42$; $E = -14$ et $F = -30$.
2. $A \times B = 420$, $C \times D = 420$ et $E \times F = 420$.
Les trois produits sont égaux, car il s'agit des mêmes distances à zéro qui sont multipliées à chaque fois et il y a toujours 2 nombres négatifs, donc le résultat est positif.

48 a. 0,7 b. –4,8 c. 27,5 d. –7 e. –0,7 f. 2,4

49 a. –18,6 b. –7,6 c. 17 d. –2,4 e. –2,8 f. –29,2

50 a. –8 b. 0,75 c. –0,7

51 a. –22,4 b. 15,9 c. – 18,5 d. – 32,8 e. 16,2 f. –51,1

52 a. –224 b. – 64 c. – 900 d. –3 500 000

53 a. 6 b. –4 c. 600 d. –0,7 e. –0,12 f. 0

54 $A = 96$ et $B = 90$, donc $A > B$.

55 a. $(-12) = (-7) + (-5)$ b. $(-12) = (-2) \times (+6)$
c. $18 = (-2) + (-6) + (+26)$ d. $18 = (+2) \times (-3) \times (-3)$
e. $(-60) = (+15) + (-100) + (+20) + (+5)$
f. $(-60) = (+2) \times (+2) \times (-3) \times (+5)$

56 Troncature à l'unité : 1.
Troncature au dixième : 1,4.
Troncature au centième : 1,42.
Troncature au millième : 1,429.

57 Troncature à l'unité : 2.
Troncature au dixième : 2,5.
Troncature au centième : 2,51.
Troncature au millième : 2,518.

58 Troncature à l'unité : 2.
Troncature au dixième : 2,2.
Troncature au centième : 2,21.
Troncature au millième : 2,215.

59 Arrondi à l'unité : 2.
Arrondi au dixième : 2,2.
Arrondi au centième : 2,25.
Arrondi au millième : 2,248.

60 Arrondi à l'unité : 2.
Arrondi au dixième : 1,6.
Arrondi au centième : 1,59.
Arrondi au millième : 1,595.

61 Arrondi à l'unité : 2.
Arrondi au dixième : 1,7.
Arrondi au centième : 1,71.
Arrondi au millième : 1,706.

62 Pour $\frac{147}{19}$:
a. 7 est la troncature à l'unité.
b. 8 est l'arrondi à l'unité.
c. 7,73 est la troncature au centième.
d. 7,8 n'est ni une troncature ni un arrondi.
e. 7,7 est la troncature et l'arrondi au dixième.
f. 7,7368 est la troncature et l'arrondi au dix-millième.
g. 7,737 est l'arrondi au millième.
h. 7,74 est l'arrondi au centième.

63 a. 36 b. 47

64 a. –43 b. 21,5 c. –1 d. 24

65 a. 27 b. 13 c. –3 d. 16

66 a. 31 b. –38,9 c. –23 d. 181

67 **1.** a. 0,692 b. –9,27 c. 97 d. –3,57575
2. $97 - (-9{,}27) = 106{,}27$
3. $-9{,}27 < -3{,}57575 < 0{,}692 < 97$

68 **1.** $(-3)^2 \times (-2)^3$ est négatif car $(-3)^2$ est positif et $(-2)^3$ est négatif.
$(-3)^2 + (-2)^3$ est positif car $(-3)^2 = 9$ et $(-2)^3 = -8$.

69 **1.** 19

chapitre 2 Nombres en écriture fractionnaire

52 C 53 A 54 C 55 B 56 B

57 a. $\frac{10}{7}$ b. $\frac{12}{11}$ c. $\frac{2}{7}$ d. $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

58 a. $\frac{1}{7}$ b. $\frac{5}{14}$ c. 1 d. 0

59 a. $\frac{71}{100}$ b. $\frac{13}{75}$ c. $\frac{27}{60}$

60 a. $\frac{1}{22}$ b. $-\frac{24}{35}$ c. $\frac{29}{39}$

61 a. $\frac{16}{51}$ b. $-\frac{12}{25}$ c. $-\frac{43}{12}$

62 a. $\frac{13}{6}$ b. $\frac{35}{12}$ c. $-\frac{3}{28}$

63 $1 - \frac{3}{10} - \frac{3}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$.

64 a. $\frac{13}{14}$ b. $\frac{151}{72}$ c. $\frac{93}{85}$ d. $\frac{41}{42}$

65 a. $-\frac{11}{35}$ b. $\frac{65}{22}$ c. $-\frac{38}{35}$ d. $-\frac{3}{4}$

66 a. $\frac{137}{60}$ b. $\frac{47}{60}$

67 a. $-\frac{1}{15}$ b. $\frac{19}{8}$ c. $\frac{25}{14}$

68 a. $\frac{19}{72}$ b. $\frac{71}{28}$ c. $\frac{9}{20}$

69 **1.** Le périmètre est compris entre 3 × « la longueur du plus petit côté » et 3 × « la longueur du plus grand côté », soit entre $3 \times \frac{9}{7} = \frac{27}{7}$ et $3 \times \frac{9}{5} = \frac{27}{5}$.
2. $\frac{9}{5} + \frac{9}{6} + \frac{9}{7} = \frac{321}{70}$
3. $\frac{27}{7} = \frac{270}{70}$ et $\frac{27}{5} = \frac{27 \times 14}{5 \times 14} = \frac{378}{70}$.
On a bien $\frac{270}{70} < \frac{321}{70} < \frac{378}{70}$.

70 $1 - \frac{17}{50} - \frac{3}{10} = \frac{9}{25}$

2. $5{,}2^2 = 27{,}04$ et $2^2 + 4{,}8^2 = 27{,}04$.
Le triangle ABC est donc rectangle en C
3. Voir schéma. **4.** $7{,}2^2 = 51{,}84$ et $5^2 + 5{,}2^2 = 52{,}04$.
Le triangle AOB est donc rectangle en A.

63 **1.** BE = 2,7 **2.** $BC^2 = 13{,}54$ **3.** $AB^2 + BC^2 = 33{,}79$ et $AC^2 = 37{,}21$. Le triangle ABC n'est pas rectangle.

chapitre 10 Angles et parallélisme – Triangles semblables

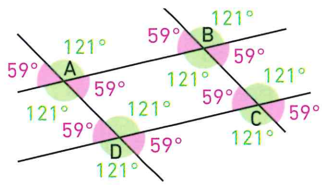
25 C **26** A **27** A **28** B **29** B

30 Les angles jaune et violet sont alternes-internes. Les angles orange et gris le sont aussi.

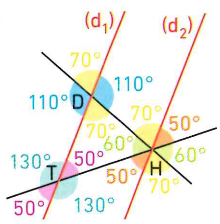
31 Angles alternes-internes : $\widehat{AEF}$ et $\widehat{EFC}$.
Angles qui ne le sont pas : $\widehat{AEF}$ et $\widehat{EFD}$.

32 180 – 136 = 44°.

33



34



35 (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

36 **1.** ABC et MNP sont semblables car ils ont leurs angles égaux.
2.

Sommets homologues	Côtés homologues
A et M	[BC] et [PN]
B et N	[AC] et [MN]
C et P	[AB] et [MN]

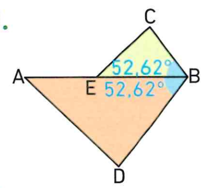
3. $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{PM} = \dfrac{BC}{PN}$

37 $\dfrac{AB}{EB} = \dfrac{BC}{DB} = \dfrac{AC}{ED} = 1{,}5$, donc les triangles ABC et DEB sont semblables.

38 **1.** 180 – (72 + 63) = 45°. Les triangles ont leurs angles égaux, donc ils sont semblables.
2. $\dfrac{LV}{LU} = \dfrac{LO}{LM} = \dfrac{OV}{UV}$. NP = 4,8 cm.

39 **1.** Les triangles VOL et UML sont semblables.
2. VO = 3,2 m.

40 **1.**



2. Les longueurs des côtés homologues des deux triangles sont proportionnelles.
3. **Faux** : l'aire de ADB est 4 fois plus grande que l'aire de BCE.
4. [BA] est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBD}$.

41 **Vrai** : RG = 100 m et RM = 40 m.

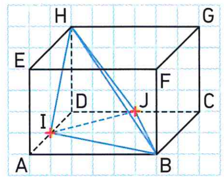
chapitre 11 Pyramides et cônes

23 C **24** B **25** B **26** B **27** A

28 **1.** ❶ et ❷.
2. ❶ : 4 faces et 6 arêtes ; ❷ : 5 faces et 8 arêtes.

29 La figure ❷.

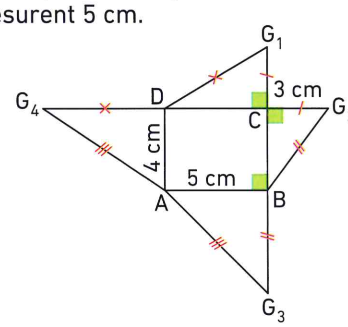
30



31 **1.** FACH est un tétraèdre régulier.
2. Il s'agit de construire un triangle équilatéral de côté de longueur $\sqrt{50}$ cm. On pourra reporter au compas la longueur $\sqrt{50}$ cm en construisant en vraie grandeur le triangle AEH. Son hypoténuse AH mesure $\sqrt{50}$ cm.

32 On commence par construire un carré ABCD de côté 6 cm. Sur les côtés du carré et à l'extérieur, on construit quatre triangles isocèles dont les côtés égaux mesurent 5 cm.

33



34 On applique le théorème de Pythagore : hauteur ≈ 7,8 cm.

35 On applique le cosinus dans le triangle MNP : MN ≈ 5,7 cm.

36 $V = \dfrac{5{,}5 \times \pi \times 2{,}5^2}{3} \approx 36\ \text{cm}^3$.

37 **1.** On applique la propriété de Pythagore dans le triangle MNP : MP = 2,7 cm.
2. $A = 3{,}6 \times 2{,}7 : 2 = 4{,}86\ \text{cm}^2$. $V = 4{,}86 \times 5{,}5 : 3 = 8{,}91\ \text{cm}^3$.

38 $A = 5 \times 4 = 20\ \text{cm}^2$. $V = 20 \times 3 : 3 = 20\ \text{cm}^3$.

39 **1.** On applique deux fois le théorème de Pythagore : hauteur ≈ 2,6 cm. **2.** $V \approx \dfrac{2{,}6 \times 6^2}{3} \approx 31{,}2\ \text{cm}^3$.

40 **1.** On applique la propriété de Pythagore dans le triangle ABD par exemple : AD ≈ 6,93 cm.
2. $A = \pi \times 4^2 \approx 50{,}27\ \text{cm}^2$. $V \approx 50{,}27 \times 6{,}93 : 3 \approx 116\ \text{cm}^3$.

41 **1.** On applique le cosinus dans le triangle SAI par exemple : SI ≈ 5,79 cm et IB ≈ 6,89 cm.
2. $A = \pi \times 6{,}89^2 \approx 149{,}33\ \text{cm}^2$.
$V \approx 149{,}33 \times 5{,}79 : 3 \approx 288\ \text{cm}^3$.

42 **1. Vrai.** **2. Faux.** **3. Faux.**

43 **1.** $V = \dfrac{b \times a^2}{6}$ **2.** $V = \dfrac{5 \times 10^2}{6} \approx 83{,}3\ \text{cm}^3$.

44 Il faut multiplier par 3 le volume du cône. Le verre le plus large est donc celui de plus grand volume.

Lexique

A

Algorithme : suite finie d'instructions, p. 18.

Angles alternes-internes : angles qui n'ont pas le même sommet, qui sont de part et d'autre d'une sécante et qui sont à l'intérieur de la bande délimitée par deux droites, p. 216.

Arrondi : valeur approchée, à un rang donné, la plus proche d'un nombre, p. 41.

Bissectrice d'un angle : droite qui partage un angle en deux angles de même mesure, p. 223.

B

Bloc d'instructions : programme autonome qui peut être appelé dans un autre programme, p. 26.

Boucle : procédé permettant de répéter une ou plusieurs instructions, p. 22.

C

Carré d'un nombre : produit d'un nombre par lui-même, p. 198.

Carré parfait : nombre dont la racine carrée est un nombre entier, p. 198.

Coefficient de proportionnalité : nombre qui permet, en mutlipliant, de passer de la première à la deuxième ligne d'un tableau de proportionnalité, p. 136.

Cône de révolution : solide obtenu par rotation d'un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit, p. 237.

Côtés homologues : côtés opposés aux angles égaux de deux triangles semblables, p. 222.

D

Développer : transformer les produits en sommes, p. 98.

Distributivité : $k(a + b) = ka + kb$, p. 98.

E

Échelle d'un plan : coefficient de proportionnalité liant les longueurs d'un plan et les longueurs réelles qu'il représente, p. 137.

Équation : égalité comportant une ou plusieurs inconnues, p. 118.

Équiprobabilité : situation dans laquelle chaque événement élémentaire a la même chance de se réaliser, p. 159.

Étendue : différence entre les valeurs extrêmes d'une série, p. 158.

Événement : ensemble de résultats que l'on peut obtenir lors d'une expérience aléatoire, p. 159.

Événement certain : événement dont la probabilité est égale à 1, p. 159.

Événement impossible : événement dont la probabilité est nulle, p. 159.

Exposant : nombre de facteurs égaux dans un calcul de puissances, p. 78.

F

Factoriser : transformer les sommes en produits, p. 98.

Feuille de calcul : tableau d'un logiciel appelé « tableur » permettant d'automatiser des calculs et de construire des graphiques, p. 158.

Fréquence : quotient de l'effectif d'une valeur par l'effectif total, p. 159.

G

Génératrice d'un cône : segment qui a pour extrémités le sommet d'un cône et un point du cercle délimitant le disque de base, p. 237.

H

Hypoténuse : côté opposé à l'angle droit dans un triangle rectangle, p. 198.

I

Instruction : action à exécuter, p. 18.

Instruction conditionnelle : instruction de la forme « si condition, alors instruction(s) » ou « si condition, alors instruction(s)1, sinon instruction(s)2 », p. 24.

Invariant : point ou figure qui reste identique après une transformation, p. 185.

Inverse : l'inverse du nombre a non nul est le nombre b tel que $a \times b = 1$, p. 59.

M

Médiane d'une série de valeurs : valeur qui partage une série ordonnée en deux séries de même effectif, p. 158.

Moyenne d'une série de valeurs : somme des valeurs divisée par le nombre de valeurs, p. 158.

N

Notation scientifique d'un nombre : écriture d'un nombre comme produit d'un nombre décimal compris entre 1 et 10 (exclu) et d'une puissance de 10, p. 79.

P

Patron : figure plane permettant de reconstituer un solide par découpage et pliage, p. 236.

Pavage : reproduction d'une ou plusieurs figures à l'identique afin de recouvrir une surface (sans laisser de trous et sans chevauchement des figures), p. 192.

Pourcentage : proportion d'une quantité par rapport à une autre exprimée sous forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100, p. 137.

Probabilité : nombre compris entre 0 et 1 qui exprime la « chance » qu'a un événement de se produire, p. 159.

Produits en croix : propriété permettant de savoir si deux fractions sont égales ou non, p. 136.

Puissance d'un nombre : produit de plusieurs facteurs égaux à ce nombre, p. 78.

Pyramide : solide qui a pour base un polygone quelconque et pour faces latérales des triangles qui ont un sommet commun, p. 236.

Pyramide régulière : pyramide dont toutes les faces latérales sont des triangles isocèles superposables, p. 236.

Q

Quatrième proportionnelle : valeur manquante dans un tableau de proportionnalité à quatre cases pour lequel on connait les trois premières, p. 136.

R

Racine carrée d'un nombre positif a : nombre positif dont le carré vaut a, p. 198.

Radical : Symbole $\sqrt{\ }$, utilisé pour désigner la racine carrée d'un nombre positif, p. 198.

Réduire : écrire une expression avec le moins de termes possibles, p. 99.

Rosace : ornement en forme de fleur ou d'étoile stylisée, composée de courbes inscrites dans un cercle, p. 193.

Rotation : transformer un point ou une figure par rotation, c'est faire tourner ce point ou cette figure d'un angle donné autour d'un centre de rotation, p. 179.

S

Solution d'une équation : valeur de l'inconnue qui rend l'égalité vraie, p. 118.

T

Tableau de proportionnalité : tableau dans lequel on passe de la première ligne à la deuxième en multipliant par un même nombre, p. 136.

Tétraèdre : pyramide dont la base est un triangle, p. 236.

Translation : transformer un point ou une figure par translation, c'est faire glisser ce point ou cette figure selon une direction, un sens et une longueur donnée, p. 178.

Triangles isométriques : deux triangles sont isométriques si leurs côtés sont deux à deux égaux, p. 223.

Triangles semblables : deux triangles dont les angles sont égaux deux à deux, p. 218.

Troncature : valeur approchée par défaut, à un rang donné, d'un nombre, p. 41.

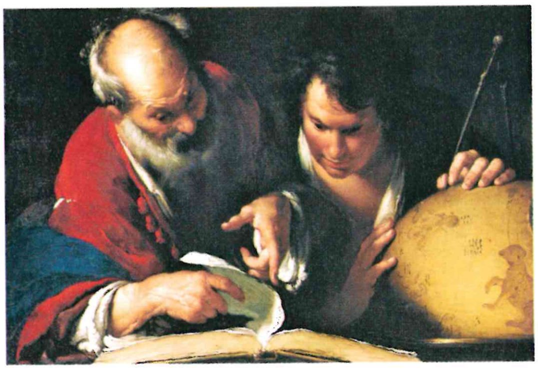
V

Variable : mémoire permettant de stocker une information, p. 20.

Vitesse moyenne : vitesse obtenue en faisant le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours, p. 137.

Crédits photographiques

1ère de couv alexlmx/FOTOLIA
1ère de couv new vave//SHUTTERSTOCK
15 Vdovichenko Denis/SHUTTERSTOCK
22 Stéphane Kempinaire/DDPI
37 Don Pablo/SHUTTERSTOCK
48 ht g Robert Kneschke/FOTOLIA
48 ht d Delphotostock/FOTOLIA
49 d samott/FOTOLIA
50 Stéphane Masclaux/FOTOLIA
54 ht m Don Pablo/SHUTTERSTOCK
54 ht d corbis_infinite/FOTOLIA
54 m d Carolyn Franks/FOTOLIA
55 m Christoph Gerigk/COSMOS
56 ht d corbis_infinite/FOTOLIA
61 m d Photo Tim de Waele/DPPI
65 ht d Monkey Business/FOTOLIA
65 bas g alho007/FOTOLIA
67 g BVDC/FOTOLIA
67 d © Ksvegi/SHUTTERSTOCK
68 ht g Neirfy/SHUTTERSTOCK
68 bas g marco mayer/SHUTTERSTOCK
69 g Collection Dupondt/AKG-Images
71 ht g niroworld/FOTOLIA
71 ht d euthymia/FOTOLIA
74 ht m Christoph Gerigk/Cosmos
75 CULTURA/IMAGE SOURCE/BSIP
77 d Nadalina/FOTOLIA
81 m g JAMES KING-HOLMES/SPL/COSMOS
81 m d Kenishirotie/FOTOLIA
83 ht g JIM EDDS/SPL/COSMOS
83 m d Kotomiti Okuma/SHUTTERSTOCK
85 d Edelweiss/FOTOLIA
87 g Stokkete/FOTOLIA
88 m d Science Photo Library/BSIP
88 bas g LEMOINE/BSIP
89 g PHANIE
90 d zavgsg/FOTOLIA
91 d Louie PsihoyosCOSMOS
94 ht m CULTURA/IMAGE SOURCE/BSIP
94 ht d GEOATLAS
94 m Rosenthal/Andia
94 bas g FOTOLIA
95 Philippe Turpin/PHOTONONSTOP
101 g Beaufils-photomobile/Andia
101 d Nastasia Froloff/FOTOLIA
101 bas d Mirek Kijewski/FOTOLIA
103 d mRGB/SHUTTERSTOCK
106 d Julien Crosnier/KMSP/DPPI MEDIA
108 FOTOLIA
110 g Joncheray/Andia
110 d Metropolitan Archives, City of London/ BRIDGEMAN IMAGES
114 ht m Philippe Turpin/PHOTONONSTOP
114 d DR
115 MurielleB/FOTOLIA
123 d pixelheadphoto/FOTOLIA
128 d DR
129 d Vitaly Krivosheev/FOTOLIA
132 ht m MurielleB/FOTOLIA
132 m d lulu/FOTOLIA
133 ht d Fourmy/ANDIA
133 m SNCF Médiathèque - RFF-ALSTOM-SNCF FABBRO-LACHAUD-LEVEQUE-RECOURA
139 g JackF/FOTOLIA
141 dlightpoet/SHUTTERSTOCK
143 m g GEOATLAS
143 m g gustavofrazao/FOTOLIA
145 g Sébastien Rabany/Photononstop
149 ht g *Le Figaro*, 16 avril 2010. © Infographie/Le Figaro/2010
149 bas g 5/SHUTTERSTOCK
149 bas d Eric NOTARIANNI/CIT'IMAGES
150 ht g uttyan/FOTOLIA
150 bas d DR
154 m SNCF Médiathèque - RFF-ALSTOM-SNCF FABBRO-LACHAUD-LEVEQUE-RECOURA
154 m m GEOATLAS
155 denio109/FOTOLIA
161 d Chubykin Arkady/SHUTTERSTOCK
163 g Howard Kingsnorth/Cultúra/ PHOTONONSTOP
167 ht g Lightspring/SHUTTERSTOCK
167 bas g Waler/FOTOLIA
172 d DR
176 ht m denio109/FOTOLIA
177 m Musée du Louvre, Dist. RMN-Grand Palais/Raphaël Chipault
179 ht d remast/Fotolia
185 m g grafikplusfoto/FOTOLIA
185 m d Eduard Kim/FOTOLIA
188 bas d bst2012/FOTOLIA
190 ht d GEOATLAS
190 m g StudioSmart/SHUTTERSTOCK
192 ht g ESCHER COMPANY/CORDON ART
192 ht m ESCHER COMPANY/CORDON ART
192 ht d ESCHER COMPANY/CORDON ART
194 ht d Pedro Salaverría/AGE FOTOSTOCK
194 m g SONNET Sylvain/hemis.fr
195 Philippe Roy/Epicureans
196 lamax/FOTOLIA
203 cobalt88/SHUTTERSTOCK
203 m g matimix/SHUTTERSTOCK
203 m d Pressmaster/SHUTTERSTOCK
205 ht d funkyfrogstock/SHUTTERSTOCK
210 JackF/FOTOLIA
210 bas d DeAgostini/Leemage
214 ht m ROY Philippe/Epicureans
214 Laurent Cousin/HAYTHAM PICTURES/REA
215 Musée des beaux-arts de Montréal, Christine Guest avec la participation de l'agence La Collection/La Collection
223 m d cristina_conti/FOTOLIA
226 bas g Marlene Awaad/IP3 PRESS
228 Artothek/LA COLLECTION
229 DR
229 DR
232 LA COLLECTION
232 Nadolina/FOTOLIA
233 BIOSPHOTO/Groupe PHOTONONSTOP
239 FOTOSEARCH/GRAPHICOBSESSION
244 m g Gemini © NASA/Science Photo Library/BiosPhoto
245 ht d BIOSPHOTO/Groupe PHOTONONSTOP
246 ht g BIOSPHOTO/Groupe PHOTONONSTOP
246 m d Roger Rozencwajg/PHOTONONSTOP
246 bas d BIOSPHOTO/Groupe PHOTONONSTOP
250 ht BIOSPHOTO/Groupe PHOTONONSTOP
250 m Markuslange BIOSPHOTO
250 b Christophe Lehenaff/PHOTONONSTOP
252 ht d prawin99/SHUTTERSTOCK
252 m g Ribah/SHUTTERSTOCK
252 bas d Hardy/Altopress/Andia
253 DR
255 ht d wip-studio/FOTOLIA
255 m g Ribah/SHUTTERSTOCK
256 ht d Alexandr Vasilyev/FOTOLIA
256 bas g FOTOLIA
256 bas d FOTOLIA
257 FOTOLIA
258 ht d breedfoto/FOTOLIA
260 ConstantinosZ/SHUTTERSTOCK
261 b d ARTEKI/SHUTTERSTOCK
262 ht g DR
261 ht d 306220544/SHUTTERSTOCK
262 bas g bikeriderlondon/SHUTTERSTOCK
262 bas d hykoe/FOTOLIA
263 AGE/PHOTONONSTOP
264 h g Max Topchii/SHUTTERSTOCK
264 h d FOTOLIA
264 h m FOTOLIA
264 h bas Smereka/FOTOLIA



Bernardo Strozzi, *Eratosthène enseignant à Alexandrie* (détail), Vers 1635, Coll. Musée des beaux-arts de Montréal.

Direction éditoriale : Julien Barret
Édition : Béatrice Jovial-Vernet et Nicole Rêve
Assistante éditoriale : Régine Becker
Couverture : Jean-François Saada
Conception graphique : ADN
Illustrations : Jean-Gabriel Jauze et Éléonore Della-malva
Recherche iconographique : Lorena Martini
Fabrication : Jean-Philippe Dore
Coordination artistique : Pierre Taillemite
Réalisation et schémas : Soft Office
Relecture : Catherine Lainé
Traduction : Fui Lee Luk

À la mémoire de Marcel-André BOULLIS, professeur de mathématiques.

Scratch est un projet du groupe *Lifelong Kindergarten du Media Lab* de l'Institut de technologie du Massachusetts (MIT) situé à Boston aux États-Unis (http://scratch.mit.edu)
Les éditions Bordas tiennent à remercier particulièrement les sociétés Casio et Texas Instruments pour leur aide et leur collaboration à l'élaboration de ce manuel.

MIXTE Papier issu de sources responsables FSC® C022030

N° projet : 10219475
Dépôt légal : avril 2016
Imprimé en Italie par Stige